



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 710$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим за b_i - i -тый член геометрической прогрессии, q - её знаменатель

$$\left(\frac{b_9}{b_7}\right)^3 = \left(\frac{b_1 \cdot q^8}{b_1 \cdot q^6}\right)^3 = q^6 \quad (q \neq 0 \text{ и } b_1 \neq 0) \quad \text{иначе все } b_i = 0 \text{ (нужно, } b_1, \text{ и } b_7 \text{ и } b_9 \text{ не могут быть нулевыми } = 0)$$

$$\text{С другой стороны } \frac{b_{15}}{b_9} = \frac{b_1 \cdot q^{14}}{b_1 \cdot q^8} = q^6$$

$$\Rightarrow \text{Имеем } \frac{b_9^3}{b_7^3} = \frac{b_{15}}{b_9} \Leftrightarrow \frac{(x+3)^3}{\sqrt{(25x-9)^3} \cdot \sqrt{(x-6)^3}} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{(x-6)^3} \cdot (x+3)}$$

$$(x+3)^4 = \sqrt{(25x-9)^4} = (25x-9)^2$$

~~Или, $x \neq 6$, но тогда $x \neq -3$.~~

$$\frac{(x+3)^3}{\sqrt{(25x-9)^3(x-6)^3}} = \frac{1}{x+3} \Leftrightarrow (x+3)^4 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \sqrt{(25x-9)^3(x-6)^3}$$

$$= \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3} \cdot (25x-9)^3(x-6)^3} = \sqrt{(25x-9)^4} = (25x-9)^2$$

$$\Rightarrow \text{Имеем } (x+3)^4 = (25x-9)^2 \Leftrightarrow ((x+3)^2 - (25x-9))((x+3)^2 + (25x-9)) = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 19x + 18)(x^2 + 31x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{не подходит, иначе } b_{15} \text{ не определён} \\ x = 18 \\ x = 0 \\ x = -31 & \text{не подходит, иначе } b_{15} \text{ не определён} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ПР-Кел:

$$x=0: \begin{cases} b_7 = \sqrt{54} \\ b_9 = 3 \\ b_{15} = \sqrt{\frac{1}{24}} \end{cases} \quad q^2 = \frac{3}{\sqrt{54}} \Rightarrow q = \frac{27}{54\sqrt{54}} = \frac{1}{2\sqrt{54}}$$

$$x=18: b_7 = \sqrt{(25 \cdot 18 - 9)(18 - 6)} = 6\sqrt{18 \cdot 3} = 6\sqrt{54}$$

$$b_9 = 3, \quad b_{15} = \sqrt{\frac{1}{24}} \Rightarrow x=0 \text{ н.к.}$$

ПР-К. при $x=0, 18, -31$ b_7, b_9, b_{15} определены и для них верно:

$$\frac{b_9^3}{b_7^3} = \frac{b_{15}}{b_9}, \text{ но они являются целыми или иррациональными}$$

Ответ: $x=0, 18, -31$

$$x=0 \text{ н.к., н.к.} \quad \begin{cases} b_7 = \sqrt{54} \\ b_9 = 3 \\ b_{15} = \sqrt{\frac{1}{24}} \end{cases} \quad \text{— целые иррационалы с малым } q^2 = \frac{3}{\sqrt{54}} \text{ (умал.)}$$

$$x=-31 \text{ не н.к., иррац.} \quad \frac{b_9}{b_7} < 0 \Rightarrow q^2 < 0 \text{ — иррац.}$$

$$x=18: \begin{cases} b_7 = \sqrt{(25 \cdot 18 - 9)(18 - 6)} = 3 \cdot 2\sqrt{49 \cdot 3} = 42\sqrt{3} \\ b_9 = 21 \\ b_{15} = \sqrt{\frac{25 \cdot 18 - 9}{12^3}} = \frac{3\sqrt{49}}{\sqrt{4^3 \cdot 3^3}} = \frac{3 \cdot 7}{8 \cdot 3\sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\text{— целые иррац. с } q^2 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$\Rightarrow$ Ответ: $x=0, 18$

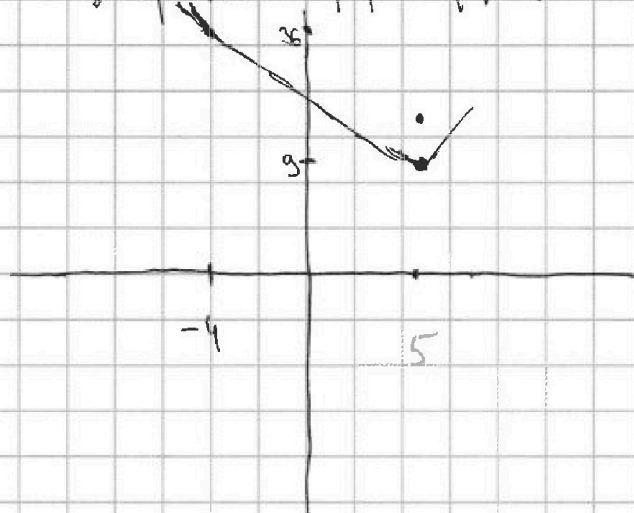


1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Изобразите график функции $|y+4| + 4|y-5| = f(y)$



$$f(-4) = 36$$

$$f(5) = 9$$

$$\text{при } y \geq 5: f(y) = y+4+4y-20 = 5y-16$$

↑
всп
ор-ция

$$\text{при } y < -4: f(y) = -y-4-4y+20 =$$

$$= -5y+16 \text{ — ор-ция, кн}$$

возрастает при движении y от

$$-4 \rightarrow -\infty.$$

наименьшее

$\Rightarrow$ ~~наименьшее~~ значение макс ф-ции в м. $y=5 \rightarrow 9$

$$\text{т } \sqrt{87-2^2} \leq 9 \Rightarrow \text{вспре п-систе системы п-но: } \begin{cases} y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\text{Получаем в 1: } \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\text{Обозначим } a = \sqrt{x+5}, b = \sqrt{1-x}: a-b = 2ab-4 \quad (*)^2$$

$$a^2(1-4b^2) + 4ab + b^2 - 16 = 0$$

$$D = 16b^2 - 4(1-4b^2)(b^2-16) = 196b^2 + 64 - 4 \cdot 65b^2 + 16b^4 = 16b^4 - 64b^2 + 64 = 16 \cdot (b^2-2)^2$$

$$a_{1,2} = \frac{-14b \pm 4(b^2-2)}{2(1-2b)(1+b)} = \frac{-7b \pm 2(b^2-2)}{(1-2b)(1+b)}$$

$$a_1 = \frac{2b^2-4+7b}{(1-2b)(1+b)}$$

$$\text{Получаем в 1 п-но: } \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Приведем в квадрат: $x+5+1-x+16+8(\sqrt{x+5}-\sqrt{1-x})-2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x}=$
 $=4(5-4x-x^2)$

11+4($\sqrt{x+5}-\sqrt{1-x}$) - $\sqrt{x+5}\sqrt{1-x}=2(5-4x-x^2)$

11+8 $\sqrt{5-4x-x^2}-16-\sqrt{x+5}\sqrt{1-x}=2(5-4x-x^2)$

$t=\sqrt{5-4x-x^2}$: $8t-5-t=2t^2$

$2t^2-t+5=0$

$2t^2-2t-5t+5=0$

$2t(t-1)-5(t-1)=0$

$\begin{cases} t=1 \\ t=\frac{5}{2} \end{cases}$

$5-4x-x^2=1 \Leftrightarrow x^2+4x-4=0$

$x = -2 \pm 2\sqrt{2}$

023: $x \geq -5$
 $x \leq 1$

оба кор. $\begin{cases} -2-2\sqrt{2} < -5, \text{ н.к. } 3 > 2\sqrt{2} \\ -2+2\sqrt{2} < 1, \text{ н.к. } 2\sqrt{2} < 3 \end{cases}$

2: $5-4x-x^2=\frac{5}{2}$; $10-8x-2x^2=5$; $2x^2+8x-5=0$

$D=64+4 \cdot 2 \cdot 5=94$

$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{21}}{4} = -2 \pm \frac{\sqrt{21}}{2}$ ($\sqrt{21} < 5$, поэтому оба кор.)

$\Rightarrow$ Ответ: $(-2 \pm \frac{\sqrt{21}}{2}; 5; 0)$ и $(x; y; z) = (-2 \pm 2\sqrt{2}; 5; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$2p \cos^3 x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x + 2$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x - 3 \cos^2 x - 1 = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0 \Leftrightarrow (\cos x - 1)^3 = (1-p) \cos^3 x$$

$$\Leftrightarrow \cos x - 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x \Leftrightarrow \cos x (1 - \sqrt[3]{1-p}) = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}}$$

↑ p -ные члены имеют для x решение, если $-1 \leq \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 1$

$$\textcircled{1} -1 \leq \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \Leftrightarrow \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{1-p}}{\sqrt[3]{1-p} - \sqrt[3]{1-p}} \geq 0$$

Ит.к. $\sqrt[3]{1-p}$ - не $\sqrt[3]{1-p}$, не $\sqrt[3]{1-p}$ - не $\sqrt[3]{1-p}$: $\frac{2-1+p}{1-1+p} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{p+1}{p} \geq 0$

$$\textcircled{2} \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 1; \quad \frac{1 - 1 + \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt[3]{1-p}}{\sqrt[3]{1-p} - \sqrt[3]{1-p}} \leq 0 \quad p \in (-\infty; -1] \cup (0; +\infty)$$

$$\Rightarrow \frac{1-p}{1-1+p} \leq 0 \Rightarrow \frac{p-1}{p} \geq 0$$

$$p \in (-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$$

Ит.к. y не $\sqrt[3]{1-p}$, не $\sqrt[3]{1-p}$: $p \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

$$\text{При этом } x = \arccos \left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \right) + 2\pi k,$$

$$x = -\arccos \left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \right) + 2\pi k,$$

$$k_1, k_2 \in \mathbb{Z}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16) а) $u, a < b \Rightarrow a - c < b - c$

$(a - c)(b - c) = p^2$, если $a - c < b - c$, то выведем только 1 вер:

1) $a - c = 1$
 $b - c = p^2$

$\begin{pmatrix} p^2 & p & -1 \\ x & x & x \\ 1 & p & -p^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} p & -p \\ p & -p \end{pmatrix}$
---	--

или

2) $a - c = -p^2$

$b - c = -1$

$\Rightarrow$ в первом случае $b - a = -1 - (-p^2) = p^2 - 1 \neq 3 \Rightarrow$ не подходит.

$\Rightarrow a^2 + (p^2 - 1)a = 710 \Rightarrow a^2 + a + (p^2 - 711) = 0.$

$\Delta = 1 - 4(p^2 - 711) = k^2 \Rightarrow p = 3.$

$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + a = 710 - 8 = 702 \\ a^2 + a = 702 \end{cases}$

$(a - 26)(a + 27) = 0.$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 26 & (1) \\ a = -27 & (2) \end{cases}$

(1) $c = 26 - 1 = 25$

$b = 25 + 9 = 34.$

или $c = 26 + 9 = 35$

$b = c - 1 = 34.$

(2) $a = -27$

(2) $c = -28$

$b = 9 + 28 = -19$

(3) $c = -27 + 9 = -18$

$b = -19$

Ответ: $(26; 34; 25); (26; 34; 35); (-27; -19; -28); (-27; -19; -18)$



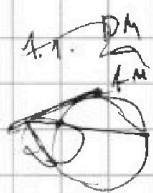
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

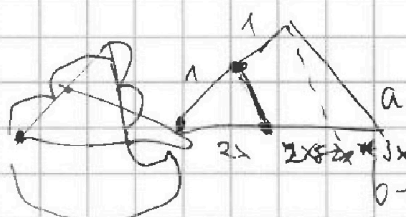
$$\frac{CD^2}{4} = 7x \cdot CB$$



$$PD^2 = PA \cdot PB$$



$$\frac{PM}{AM} \cdot \frac{AB}{BP} = 1$$



$$a < b$$

$$0 < a < 3$$

$$DM \cdot 5x = AM \cdot MD$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \quad CD^2 = 4 \cdot \frac{BC}{\sin \alpha} \cdot \frac{BD}{\sin \beta}$$

$$a^2 + b = 710$$

$$= \frac{2x}{\sin \alpha} \cdot \frac{BD}{\sin \beta}$$

$$\frac{CD}{7x} = \frac{CB}{CD} \quad a = 0 \pm 1 \pm 2, \dots, \pm$$

$$\frac{CD}{7x} = \frac{BD}{DE} = \frac{CD}{2AP}$$

$$a-c=1$$

$$b-c=p^2$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{a^2 + b^2 - 4x \cdot CD \cos \alpha}{2}$$

$$CD \cdot DE = 7x \cdot BD$$

$$\frac{CD^2}{4} = AP \cdot BP$$

$$b-a=p^2-1 \div 3$$

$$a^2 + b = 710$$

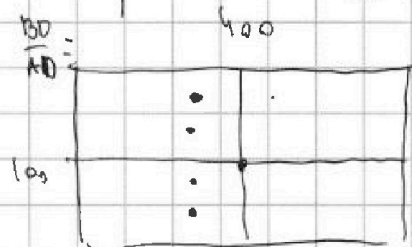
$$a^2 + a = 411 - p^2$$

$$\frac{CB}{AC} = \frac{CP}{AP}$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{CB}{AC}$$

$$a^2 + a + p^2 - 411 = 0$$

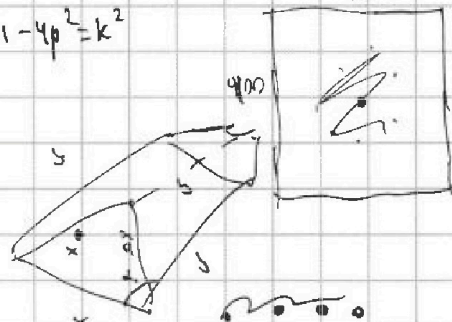
$$b = 1 - 4(p^2 - 411) = 1 + 4 \cdot 411 - 4p^2 = k^2$$



$$\frac{BD}{AD} = \frac{AC}{AD}$$

$$\frac{BD}{ED} = \frac{CB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{CB}{ED} = \frac{CB}{BD}$$



$$(k+p)(k-p) = 400$$

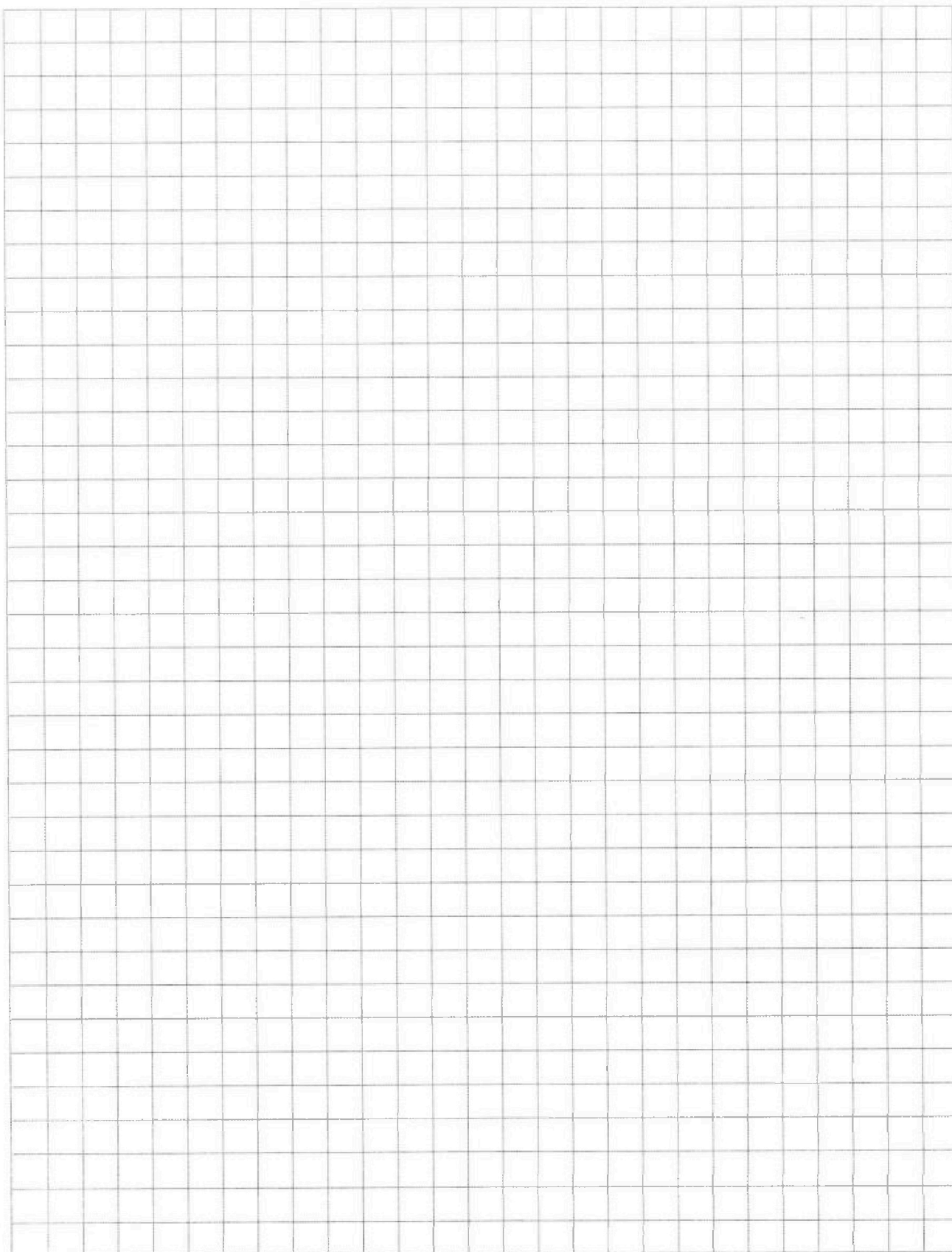


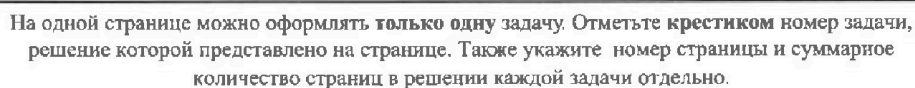
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

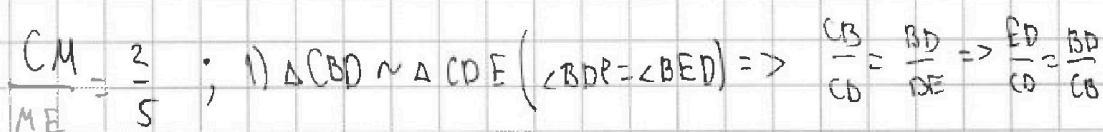
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Турция, Чех. Сербия, Черног. Словения
Босн. и Гер. & Сербия. (из слов. войны)

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC}$$

3) wo T. (Ansofma: $MO^2 = \frac{2}{4} \cdot Cb^2 + \frac{5}{4} \cdot DE^2 - 6x^2$

$$4x^2 + 60^2 - 4 \times 60 \times 52 = 25x^2 + 52^2 - 10 \times 52 \times 50 = 100^2$$

$$C_1^2 = 2 \cdot \frac{E_0}{\sin(2+\phi)} \cdot \frac{2x}{\sin \phi}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BM \cdot ME = AM \cdot MD$$

$$AM \cdot MD = CB$$

$$\frac{AM}{MD} = \frac{CB}{AM}$$

$$1 \cdot \frac{CB}{BM} = \frac{AM}{AD} = 1$$

$$BM \cdot 5x = AM \cdot MD$$

$$\frac{2x - BM}{BM} = \frac{AD}{AM} = 1 + \frac{MD}{AM}$$

$$\frac{2x - BM}{BM} = \frac{AD}{AM}$$

$$xy \sin \alpha_1 = 3$$

$$xy \sin \alpha_2 = 3$$

$$L_1 = L_2$$

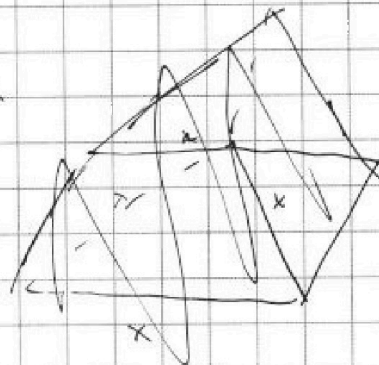
$$\sin \alpha_1 = \sin \alpha_2$$

$$L_1, L_2 = \pi$$

$$CD^2 = 2rR = 2 \cdot \frac{BD}{\sin \alpha} \cdot \frac{CB}{\sin \beta}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 6 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$6 + 16 - 2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x} + 3() =$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -5$$

$$x \leq 1$$

$$x \geq 1$$

$$x \geq 0$$

$$x = -1$$

$$AB \cdot DM = BM \cdot AX$$

$$AB \cdot DM = BM \cdot AX$$

$$4 = 2\sqrt{5+8-4} = 6 \cdot x$$

$$\sqrt{9-(x+2)^2}$$

$$5-4x-x^2 \geq 0$$

$$(x+5)(x-1) \leq 0$$

$$-5 \quad 1$$

$$a-b+4 = 2ab$$

4xP:

≥ 1 реш:

$$(x+5)(1-x) = 5-5x-x^2$$

$$5-4x-x^2 \geq 0$$

$$1-x \geq 0$$

$$x \leq 1$$

$$x \geq -5$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$(2 \cos 2x - 1) \cos x = \cos 3x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$4 \cos^2 x - 2 \cos x - 1$$

$$p(2 \cos 2x - 1) \cos x + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$(2 \cos 2x - 1)(p \cos x + 3) + 3(p+4) \cos x - 13 = 0$$

$$(2 \cos 2x - 1)(p \cos x - 3) + 3p \cos x + 12 \cos x - 13 = 0$$

$$3(p \cos x + 3) + 12 \cos x - 21 = 0$$

$$3(p \cos x - 3) + 12 \cos x - 4 = 0$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$(2 \cos 2x + 2)(p \cos x - 3) + 4(3 \cos x - 1) = 0$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$4p \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + 5 =$$

$$= 6 \cos^2 x + 2$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 12 = 0$$

$$(2-9)(2-0)$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$4 > 0$$

$$(p \cos x - 4)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 = \cos^3 x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y - 4x - x^2 + 2$
 $-2 + 2\sqrt{1} \leq 1$
 $-2 - 2\sqrt{1} \leq -5$
 $3\sqrt{1}$
 $D = 64 + 20$
 $y < -4$: $-5 - 4 + 4y + 20 = -5y$
 $a - b = 2(ab - 2) \uparrow^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 4(a^2b^2 - 4ab + 4)$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 16ab + 16$
 $a^2 + 14ab + b^2 - 4a^2b^2 - 16 = 0$
 $a^2(1 - 4b^2) + 14ab + b^2 - 16 = 0$
 $a - b = 2ab - 4$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 4ab - 16\sqrt{ab} + 16$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 4ab^2 - 16ab + 16$
 $a^2(1 - 4b^2) + a(14b) + b^2 - 16 = 0$
 $D = 14^2b^2 - 4(1 - 4b^2)(b^2 - 16) = (\sqrt{5 - 4x - x^2})(\sqrt{x+5} + \sqrt{1-x}) = 4$
 $= 14^2b^2 - 4(-4b^4 + 64b^2b^2 + 16) = 260$
 $= 16b^4 + 14^2b^2 - 4 \cdot 65b^2 + 64 = (4b^2 + 9)^2$
 $135 - 260 = -64b^2$
 $= \frac{7 \pm (26^2 - 4)}{1 - 4b^2} = 26^2$
 $16b^4 - 64b^2 + 64 = (4b^2 - 8)^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 8$
 $a^2(1 + 4b^2 - 1) = \frac{2(1 - 4b^2)}{1 - 4b^2} = 2$

1) ВМ. MD = AM. ME =
 5 = AM. SX.
 $CD^2 = CB \cdot 7x$
 $2ab$
 $a - b + 4\sqrt{ab}$
 $2\sqrt{9 - (x+2)^2} \leq 2 \cdot 3 = 6$
 $x \geq 5$
 $x \leq 1$
 $27 \cdot 26$
 $\sqrt{x+5} \geq 1 - x + 4 + 4\sqrt{1-x}$
 $x+5 \geq 1 - x + 4 + 4\sqrt{1-x}$
 $2x + 1 \geq 4\sqrt{1-x}$
 $4x^2 + 4x + 1 \geq 16(1-x)$
 $4x^2 + 4x + 1 \geq 16 - 16x$
 $4x^2 + 20x - 15 \geq 0$
 $4x^2 - 14x + 15 \geq 0$
 $2 \cdot 4 \cdot 4 = \frac{26^2 - 16 - 4}{1 - 4b^2}$
 $16b^4 - 64b^2 + 64 = (4b^2 - 8)^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 8$
 $a^2(1 + 4b^2 - 1) = \frac{2(1 - 4b^2)}{1 - 4b^2} = 2$

~~$$b_7 = (x+3)($$~~