



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

Пусть α - знаменатель такой геометрической прогрессии ~~данная~~, b_1 - её первый член, тогда

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 \cdot \alpha^6; \quad 5-x = b_1 \cdot \alpha^{12}; \quad \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 \cdot \alpha^{14}.$$

Тогда (по свойству геом. прогрессии $b_1 \neq 0, \alpha \neq 0$) разделив, будем иметь

$$\frac{5-x}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \alpha^6 = (\alpha^2)^3 = \left(\frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} \right)^3$$

покажем, что знаменатель в левой части этого равенства положительный, справа $\alpha^6 > 0$, имеем $5-x > 0$, или $x < 5$

$$\frac{(5-x)^4 \cdot \sqrt{(x+1)^3}}{\sqrt{(13x-35)}} = \left(\sqrt{(13x-35)} \right)^4 \cdot (\sqrt{x+1})^3$$

← следствие корректно при условии $x \neq -1$, но т.к. при $x = -1$ выражение из условия не определено, следствие корректно

это условие обеспечивает корректность этого следствия

$$(5-x)^4 = \left(\sqrt{13x-35} \right)^4$$

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$

$$\begin{cases} 5-x > 0 \\ (5-x)^2 = \sqrt{13x-35} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x^2 - 23x + 60 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5, \\ x=3, \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x=3}$$

Таким образом показано, что требуемая прогрессия существует только для $x=3$. Для $x=3$ считаем:

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4}; \quad 5-x = 2; \quad \sqrt{(13x-35)(x+1)} = 4.$$

Положив $\alpha = \sqrt{2}$, $b_1 = \frac{1}{32}$, получим геом. прогрессию, соответствующую условию.

Ответ: $x=3$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

При любых значениях y и z справедливы нер-ва

$$|y+1|+3|y-12| \geq |y+1|+|y-12| = |y+1+12-y| = |y+1+12-y| = |13| = 13$$

$$\sqrt{169-z^2} \leq \sqrt{169} = 13$$

Значит, рав-во $|y+1|+3|y-12| = \sqrt{169-z^2}$ возможно только если все нер-ва обращаются в рав-ва. Но ① обращается в рав-во только для $y=12$, ② - только для $z=0$. При таких значениях второе ур-ние identity справедливо. Значит, все решения имеют вид $(x, 12, 0)$. Подставим эти значения в первое ур-ние и решим его отн. x :

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$x+3+4-2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x}+25 = 4(12+x-x^2)$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}$$

$$(\sqrt{x+3})^2 + (\sqrt{4-x})^2 - 2 + \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} - 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} = 0$$

$$(\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x})^2 + (\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}) - 2 = 0$$

Замена $t = \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}$ приводит к квадратному уравнению $t^2 + t - 2 = 0$, корни которого $t = 1$ и $t = -2$. Заметим, что $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} \geq \sqrt{x+3}$ в термине x .

$$(*) \begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 1 \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+3} = \sqrt{4-x} + 1 \\ \sqrt{x+3} = \sqrt{4-x} - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3 = 4-x+1+2\sqrt{4-x} \\ x+3 = 4-x+4-4\sqrt{4-x} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-2 = 2\sqrt{4-x} \\ 2x-5 = -4\sqrt{4-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-2x+1 = 4-x \\ 4x^2-20x+25 = 64-16x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-3=0 \\ 4x^2-4x-39=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{4 \pm \sqrt{164+39}}{8} \end{cases}$$

область опр-жения
[-3; 4]

Поскольку функция $f(x) = \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}$ возрастает на области определения, каждое из ур-ний (*) имеет по одному корню. $f(-3) = -\sqrt{7} < -2$;

$f(4) = \sqrt{7} > 1$, $f(0) = \sqrt{3} - 2 \Rightarrow -2 < f(0) < 1$. Значит, первое ур-ние (*) имеет один полож. корень, второе - один отриц., т.е. это корни $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ и $\frac{4-\sqrt{164+39}}{8}$ соотв.

Ответ: $\left\{\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}; 12; 0\right)\right\} \cup \left\{\left(\frac{4-\sqrt{164+39}}{8}; 12; 0\right)\right\}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6.

Пусть тройка (a, b, c) удовл. всем требуемым условиям. Так как $a > b$, то $a - c > b - c$. Но числа $a - c$ и $b - c$ целые и дают в произведении p^2 , где p - простое. Значит, возможны следующие варианты:

$$\bullet a - c = p^2, b - c = 1; \quad (1)$$

$$\bullet a - c = -1, b - c = -p^2. \quad (2)$$

В первом случае $a - b = p^2 - 1$, во втором случае $a - b =$ В обоих случаях $a - b = p^2 - 1$. Для $p \neq 3$ в силу простоты $p \nmid 3 \Rightarrow p^2 \equiv_3 1 \Rightarrow a - b \equiv_3 1 - 1 = 0$. Это запрещено условием, поэтому имеем $p = 3$. Тогда $a - b = 8, a = b + 8$. Тогда имеем

$$(*) \quad 560 = a + b^2 = b^2 + b + 8 \Leftrightarrow b^2 + b - 552 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -24, \\ b = 23. \end{cases}$$

Значит, $a = 31$ и $b = 23$ или $a = -16$ и $b = -24$. В случае $a = 31, b = 23$ для выполнения (1) необходимо взять $c = 22$, для выполнения (2) нужно $c = 32$. В случае $a = -16, b = -24$ для выполнения (1) необходимо взять $c = -25$, для выполнения (2) — $c = -15$.

Для всех перечисленных троек вкладки (*) обеспечивают соблюдение четвертого требования, рав-ва (1) и (2) обеспечивают соблюдение первых трех требований, т.е. все они подходят.

Ответ: $(31; 23; 22), (31; 23; 32), (-16; -24; -25), (-16; -24; -15)$.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
 1 из 2

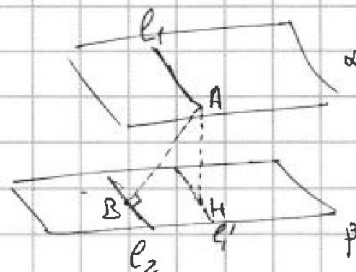
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7.

Лемма. Пусть l_1, l_2 — параллельные прямые, лежащие в параллельных плоскостях α и β ; h — расстояние между α и β ; d — расстояние между проекциями l_1 и l_2 на β . Тогда расстояние между l_1 и l_2 равно $\sqrt{d^2 + h^2}$.

До-во:

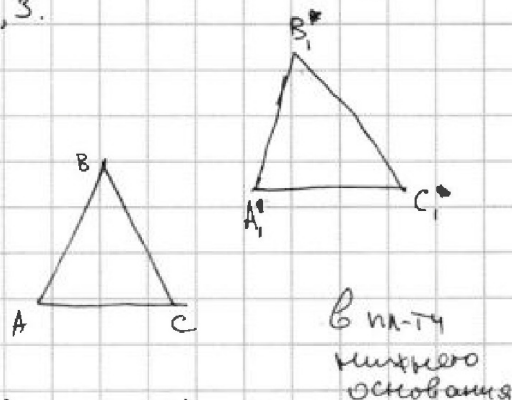
Пусть AB — один из общих перпендикуляров к l_1, l_2 ; H — проекция A на β ; l_2' — проекция l_1 на β . Тогда BH — проекция AB на β , тогда по т. о трёх перпендикулярах $BH \perp l_2 \parallel l_2'$, т.е. BH — общий перпендикуляр к l_2 и l_2' . Значит, $BH = d$. Т.к. $AH \perp \beta$, то $AH \perp BH$. Тогда из т. Пифагора для $\triangle ABH$ получаем $AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{h^2 + d^2}$. $\square$



Поскольку площадь параллелограмма равна произведению стороны на высоту, из условия следует, что расстояния между соответствующими сторонами оснований призмы равны 4, 4, 3.

Спроектируем верхнее основание призмы на плоскость нижнего. (См. рис.)

Обозначения: $\triangle ABC$ — нижнее осн., $\triangle A'B'C'$ — верхнее, A, B, C — проекция верхнего основания; $\triangle$ обозначения таковы, что $r(AB, A'B') = r(AC, A'C') = 4$; $r(BC, B'C') = 3$.



Из леммы следует, что $r(AB, A'B') = r(AC, A'C')$. (*)

Так как исходно была призма, ABC и $A'B'C'$ получаются друг из друга параллельным переносом, но из (*) следует, что ABC и $A'B'C'$ симметричны относительно прямой AA_1 , т.е. вектор переноса совпадает с AA_1 — биссектрисой $\angle BAC$. Тогда $AB \parallel A'B'$, $A_1C \parallel A'C'$.

Для каждого угла существуют ровно две прямые, исходящие от одной из сторон на фиксированном расстоянии (см. рис. 2)

Любая пара из них совмещается симметрией относительно одной из биссектрис исходного угла.

Это означает, что $A'B_1$ и A_1C совмещаются симметрией относительно одной из биссектрис $\angle BAC$.



рис. 2



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7. (продолжение)

Рассмотрим два соответствующих случая.

① Внутренняя биссектриса (рис. 3)

Тогда вектор переноса $\perp B_1C_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow BB_1 \perp BC \parallel B_1C_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BB_1 \text{ реализует } f(BC, B, C_1) \text{ ~~по теореме~~}$$

Опустим перпендикуляр B_1H на AB . $\angle HBB_1 = \angle BAA_1$ из параллельности $\Rightarrow$

$$\Rightarrow HB_1 = \frac{1}{2} BB_1; f(AB, A, B_1) = \frac{1}{2} f(BC, B, C_1).$$

Если h — высота иск. треугольника, то из леммы получим $4^2 = h^2 + f(AB, A, B)^2$

$$3^2 = h^2 + f(BC, B, C_1)^2$$

изменив первое на 4 и второе, получим
 $64 - 9 = 3h^2, h = \sqrt{55/3}$

② Внешняя биссектриса (рис. 4)

Внеш. бисс. $\angle BAC$ параллельна BC , потому что A_1 лежит на ней, а $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, но B_1C_1 и BC составляют одну прямую.

В этом случае $f(BC, B, C_1) = 0$, поэтому из леммы следует $h = 3$.

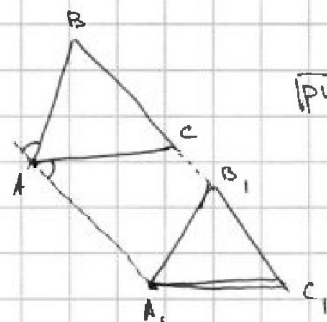


рис. 4

~~Ответ: 3 или 55/3.~~

→ ① В предыдущем рассмотрении я допустил ошибку. Поскольку $f(AB, A, B) < f(BC, B, C_1)$, можно заключить $h^2 + f(AB, A, B)^2 < h^2 + f(BC, B, C_1)^2$, т. е. для случая ① ситуация из условия невозможна. Значит, реализуется случай ②, и ответ — $h = 3$.

Ответ: $h = 3$.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

~~Стороны прямоугольника четны, но есть ка-е-то стороны~~

Заметим, что композиция любых двух движений из перечисленных является третьим. Тогда если множество обладает хотя бы двумя перечисленными симметриями, то обладает и всеми тремя. Тогда формула включения-исключения примет вид

$$[\text{ответ}] = \sum_{i=1,2,3} \left[\begin{array}{l} \text{количество множеств,} \\ \text{обладающих хотя бы} \\ \text{одной симметрией} \\ N_i \end{array} \right] - 2 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{количество множеств,} \\ \text{обладающих} \\ \text{всеми тремя симметриями} \end{array} \right]$$

Заметим, что любое множество, обладающее симметрией относительно вертикальной средней линии однозначно задается положением своих клеток, находящихся в левой половине прямоугольника. Значит, количество таких множеств равно C_{2500}^4 .

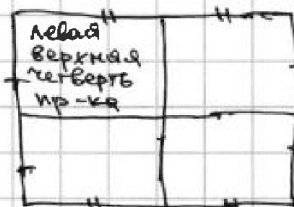
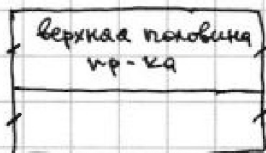
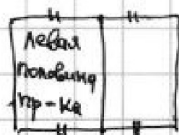
Любое мн-во, обладающее симметрией относительно горизонтальной средней линии, однозначно задается положением половины своих клеток, находящихся в верхней половине прямоугольника. Значит, количество таких мн-в равно C_{2500}^4 .

Любое мн-во, обладающее симметрией относительно центра, однозначно задается положением половины своих клеток, находящихся в верхней половине прямоугольника. Значит, их количество равно C_{2500}^4 .

Любое мн-во, обладающее всеми тремя симметриями, однозначно задается положением четверти своих клеток, находящихся в левой верхней четверти прямоугольника. Значит, их количество равно C_{1250}^2 .

По ф. включения-исключения ответ $3 \cdot C_{2500}^4 - 2 \cdot C_{1250}^2$.

Примечание.



Ответ: $3 \cdot C_{2500}^4 - 2 \cdot C_{1250}^2$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - c = p$$
$$b - c = 1.$$

пары (a, b) :

$$a - b = p - 1$$

$c = b - 1$ - заданы

$$a - b = p - 1 \div 3$$

$$a + b^2 = 560.$$

$$\sqrt{b^2 + b}$$

$$b^2 + b < 560$$

$$\leq b \leq$$

$$a + b^2 \equiv_3 -1$$

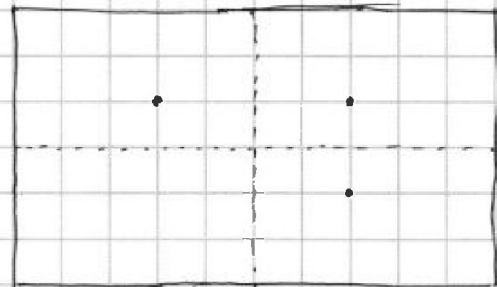
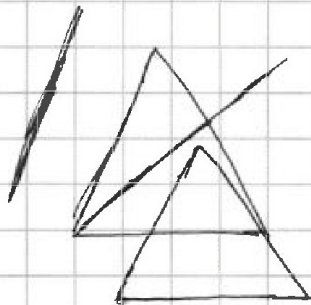
$$a - b \equiv_3 1$$

$$b^2 + b \equiv_3 1$$

такого
не бывает

$$560 \equiv_3 1$$

$$a - b = 2.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = 9$$

$$3(\cos 2x + \cos x) + \cos 3x + 3 \cos x$$

$$2\cos^2 x - 1 + \cos x$$

$$4\cos^3 x$$

$$6\cos^2 x + 3\cos x + 4\cos^3 x = 9 + 3$$

$$\cos x(3 + 6\cos x + 4\cos^2 x)$$

$$12t + 3 + 12t^2$$

$$12t^2 + 12t + 3$$

$$t^2 + t + \frac{3}{12} \text{ меньше...}$$

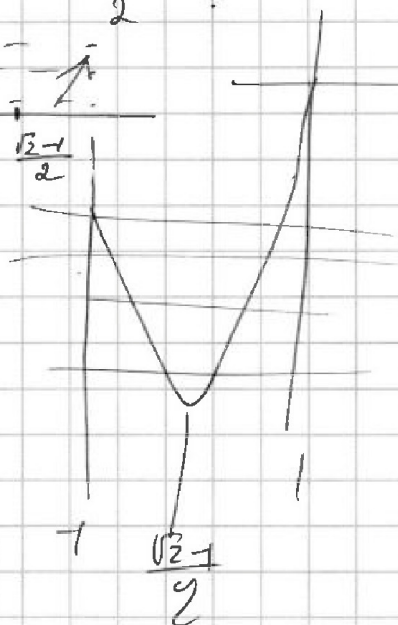
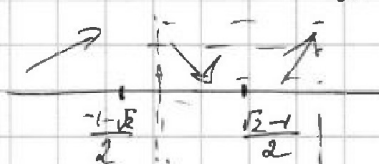
$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+1}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$2\cos x \cos 2x + 3\cos 2x + 5\cos x$$

$$3u + 5v + 2uv \Rightarrow u = 2v^2 - 1$$

$$(2u+5)(v-1)$$

$$1 = 2v^2 - u$$



высоты в гранях равны 4, 4, 3

$\frac{1}{\sin \varphi}$

синусы двух углов равны, это приятно

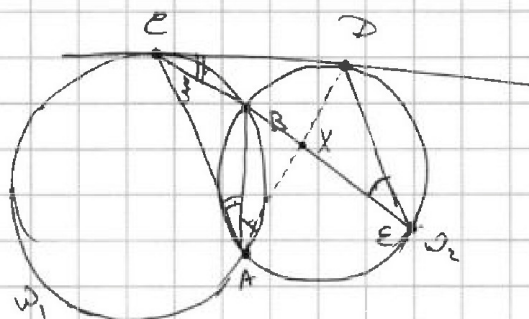


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

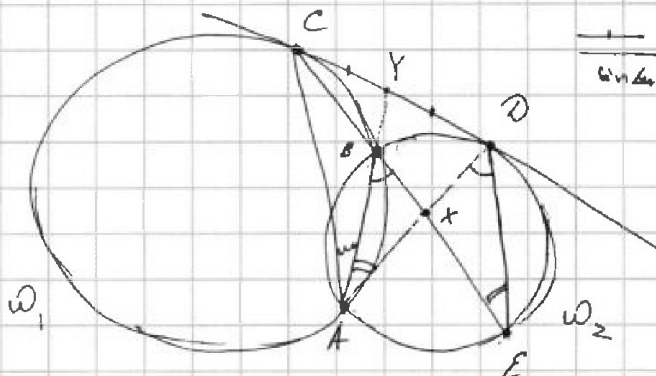
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CD}{DE} = ?$$

$$\frac{BX}{BC} = \frac{XE}{CE}$$



$$\frac{AY}{\sin \angle YDA} = \frac{AY}{\sin \angle YCA}$$

$$\frac{AY}{\sin \angle YCA} = \frac{AY}{\sin \angle YCA}$$

$$\frac{\sin \angle YDA}{\sin \angle YCA} = \frac{\sin \angle YDA}{\sin \angle YCA} = \frac{AC}{AD}$$

$$BX \cdot XE = AX \cdot XD$$

$$\text{мы знаем комп. } \frac{XE}{CE}$$

$$\frac{XD}{DE} = \frac{XB}{AB}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{BX}{BC} \cdot \frac{XE}{CE} = \frac{AX \cdot XD}{CD^2}$$

$$DE = \frac{XD \cdot AB}{XB}$$

$$\frac{DE}{CD} = \frac{XD}{XB} \cdot \frac{AB}{CD}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 23 \\ \hline 24 \\ 192 \\ \hline 46 \\ \hline 552 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in \mathbb{R} \quad ? \quad b_4 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad b_3 = 5-x \quad b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\frac{b_{13}}{b_4} = \alpha^6$$

$$\frac{b_{15}}{b_{13}} = \alpha^2$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{условие:} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{b_{13}}{b_4} = \left(\frac{b_{15}}{b_{13}} \right)^3 \\ \frac{b_{15}}{b_{13}} > 0. \end{array} \right.$$

$$\left(\frac{b_{15}}{b_{13}} \right)^3 = \left(\frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} \right)^3 = \frac{5-x \sqrt{(x+1)^3}}{\sqrt{13x-35}} > 0$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+3} - \sqrt{4x-2} + 5 = 2\sqrt{4x-x^2+2} \\ & |y+1| + 3|y-12| = |2y-12| = \sqrt{169-z^2} \\ & |y+1| + 3|y-12| \approx |y+1| + |12-y| = |y+1+12-y| = 13 \\ & \sqrt{169-z^2} \leq \sqrt{169} = 13. \\ & \sqrt{x+3} - \sqrt{4x-x^2+2} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{13x-35}^3}{(5-x)^3} = \frac{5-x}{\sqrt{13x-35}}$$

$$(5-x)^4 = (\sqrt{13x-35})^4$$

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$

$$(5-x)^2 = 13x-35$$

$$x^2 - 10x + 25 = 13x - 35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$x = 20$$

$$x = 3$$

$$u^2 + v^2 - 2uv + u - v - 2 = 0.$$

$$(u-v)^2 + (u-v) - 2 = 0$$

$$x \neq 1$$

$$36^2 + 4 \cdot 39 + 4 \cdot 36 + 12$$

и нам надо > 0 ,
 поэтому

$$2uv = 4 - v + 5$$

$$2uv - u + v - 5 = 0$$

$$u^2 + v^2 = 7$$

предположим $x = 3$.

$$\sqrt{13x-35} = \sqrt{13 \cdot 3 - 35} = \sqrt{4} = 2$$

$$t^2 + t - 2 = 0 \quad t = -2; t = 1.$$