



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

а.а.а.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть b - первый член геом. прогрессии. q - её шаг (знаменатель)

тогда по усл. $bq^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$

$$bq^{12} = 5-x$$

$$bq^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

(bq^n - $(n+1)$ -элемент прогрессии)

так $bq^6 \geq 0 \Rightarrow (x+1)(13x-35) \geq 0, x \neq -1 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup [\frac{35}{13}, +\infty)$

1) если b или $q \geq 0 \Rightarrow 5-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5$

~~$bq^6 \geq 0$~~

$\Rightarrow \sqrt{(13x-35)(x+1)} = 0 \Rightarrow$ при $x=5$ ~~$x \neq 0$~~

2) $b, q \neq 0 \Rightarrow 13x-35, x+1, 5-x \neq 0$, т.е. $bq^n \neq 0$

$\frac{bq^{14}}{bq^6} = q^8 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \sqrt{(x+1)^4} = (x+1)^2$

~~$\frac{bq^{12}}{bq^6} = q^6 = \frac{5-x}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}}$~~

$\begin{cases} q^4 = x+1 & (1) \\ q^4 = -x-1 & (2) \end{cases}$

$\frac{bq^{14}}{bq^{12}} = q^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} \Rightarrow q^4 = \frac{(13x-35)(x+1)}{(5-x)^2}$

(1): т.е. $x \neq -1 \Rightarrow \frac{13x-35}{(5-x)^2} = \frac{q^4}{x+1} = 1$

~~$\frac{13x-35}{5-x} = \frac{q^4}{x+1} \Rightarrow 13x-35 = \frac{q^4}{x+1} \Rightarrow 13x-35 = \frac{q^4}{x+1}$~~

Проверка: $25-10x+x^2=13x-35 \Rightarrow x^2-23x+60=(x-20)(x-3)$

(2): $\frac{13x-35}{(5-x)^2} = \frac{q^4}{x+1} = -1$

$\begin{cases} x=20 \\ x=3 \end{cases}$

$x^2-10x+25+13x-35=0 \Rightarrow x^2+3x-10=(x+5)(x-2)=0$

Проверка:

~~$x=20$~~ $x=3$ $x=-5$

2) $x=2 \neq 0$ т.е. $x \in (-\infty, -1) \cup [\frac{35}{13}, +\infty)$

3) $x=3$ $bq^6 = \frac{1}{4}$ $bq^{12} = 2$ $bq^{14} = 4 \rightarrow$ это возможно при $b = \frac{1}{32}, q = \sqrt{2}$

4) $x=-5$ $bq^6 = \frac{10}{81}$ $bq^{12} = 10$ $bq^{14} = 20 \rightarrow$ возможно при $b = \frac{5}{32}, q = \sqrt{2}$

Ответ: 3, -5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2-2} & (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2} & (2) \end{cases}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = |y+1| + |12-y| + |y-12| + |12-y| \geq \sqrt{169}$$

или сумма модулей $\geq$ модуль суммы

(2):

$$1) y \geq 12 \Rightarrow y+1+3y-36 = 4y-35 \geq \sqrt{169-2^2} = 13$$

$4 \cdot 12 - 35 = 13$

$$2) 12 \geq y \geq -1 \Rightarrow 36-3y+y+1 = 37-2y \geq 13$$

$2=0, y=12$ (т.к. $\sqrt{169-2^2} \leq 13$)

$$3) y \leq -1 \Rightarrow 1-y+36-3y = 37-4y \geq 13$$

$2=0, y=12$
противоречие $-y \geq 1$

$$z=0, y=12$$

(1):

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2-2}$$

$\Rightarrow 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$

или: $4 \geq x \geq -3$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} = a \\ \sqrt{4-x} = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ a^2+b^2=7 \end{cases}$$

вообще: $a^2+b^2-2ab = (a-b)^2 = 5+7$
 $(a-b)^2 = -(a-b) + 2$

$$a-b+1=0 \Rightarrow 5+1=0=2ab$$

$a=b+1$

$$(b+1)b-3=0 \Rightarrow b^2+b-3=0$$

$$\begin{cases} a = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ a = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{cases}, \begin{cases} b = \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ b = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=+1 & (3) \\ a-b=-2 & (4) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(4): a - b = -2$$

$$a - b + 5 = 3 = 2ab$$

$$a = b - 2 \quad 2(b-2)b - 3 = 2ab - 3 = 0 \quad \text{так как } D = 4^2 + 3 \cdot 8 = 40$$

$$2b^2 - 4b - 3 = 0 \quad \text{так как } D = 4^2 + 3 \cdot 8 = 40$$

$$b = \frac{4 + \sqrt{40}}{4} = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$$

$$a = \frac{-4 + \sqrt{40}}{4} = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}$$

$$a = \frac{-4 - \sqrt{40}}{4} = \frac{-2 - \sqrt{10}}{2}$$

Исходная задача! равносильна? $x = \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) - 3 = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{4} - 3 = \frac{7 + \sqrt{13}}{2} - 3 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$

$$\sqrt{x+3} = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \rightarrow \text{т.к. } \sqrt{x+3} \geq 0$$

$$\sqrt{x+3} = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \rightarrow \emptyset, \text{ т.к. } \sqrt{x+3} \geq 0$$

$$\sqrt{x+3} = \frac{\sqrt{10} - 2}{2} \rightarrow x = \left(\frac{\sqrt{10} - 2}{2}\right)^2 - 3 = \frac{14 - 4\sqrt{10}}{4} - 3 = \frac{7 - 2\sqrt{10}}{2} - 3 = \frac{1 - 2\sqrt{10}}{2}$$

$$\sqrt{x+3} = \frac{-2 - \sqrt{10}}{2} \rightarrow \emptyset, \text{ т.к. } \sqrt{x+3} \geq 0$$

Ответ: $\left(\frac{1 - 2\sqrt{10}}{2}, 140\right), \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}, 140\right)$

если существует x , удовлетворяющей системе $\Rightarrow$

$\exists a, b: \begin{cases} a - b + 5 = 3 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5$

$(b^2 = 7 - a^2 \Rightarrow \text{если существует } a \in \mathbb{R} \Rightarrow \exists b \in \mathbb{R})$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x, \quad \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p \Leftrightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x =$$

$$p \Leftrightarrow 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p \quad | \cdot 2$$

$$8\cos^3 x + 12\cos^2 x + 6\cos x - 6 = 2p$$

$$(2\cos x + 1)^3 - 7 = 8\cos^3 x + (2\cos x)^2 \cdot 1 \cdot 3 + 3(2\cos x) \cdot 1^2 + 1 - 7 = 2p$$

$$2\cos x + 1 = \sqrt[3]{2p+7}$$

$$-1 \leq \cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2} \leq 1 \quad \Leftrightarrow$$

$$-1 \leq \sqrt[3]{2p+7} \leq 3$$

$$-8 \leq 2p \leq 20$$

$$\underline{-4 \leq p \leq 10}$$

Ответ

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right) + 2\pi n \\ x = -\arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right) + 2\pi n \end{cases}$$

Ответ: $\pm \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right), \quad p \in [-4; 10]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

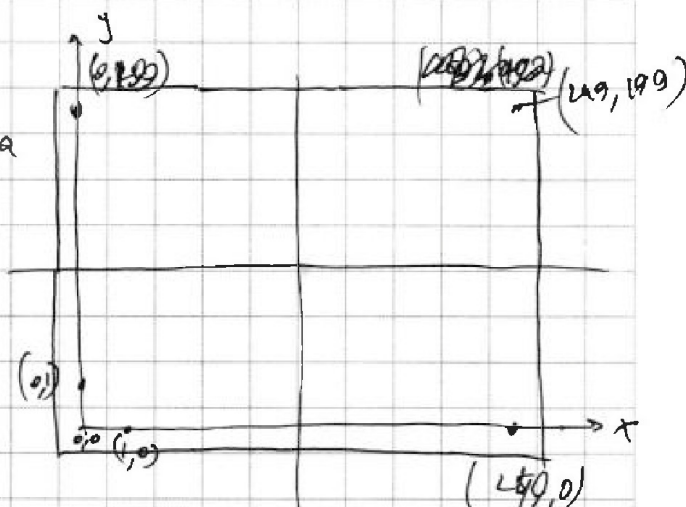
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Введем коор-ты как на рис:

0 - центр левого нижнего квадрата
сторона квадрата = 1

Назовем пару верш (x, y) и $(x, 249-y)$ В (вертикальной)



т.к. $249-y \neq y$ т.к. 249 нечетно $\Rightarrow$ все ~~двое~~ клетки являются (непересекающиеся) парами

Аналогично назовем пару (x, y) и $(199-x, y)$ Г (горизонтальной) и пару (x, y) и $(199-x, 249-y)$ ЦС (центрально симметрична)

Всего Г-пар, В-пар, ЦС-пар по $\frac{200 \cdot 250}{2} = 25000$

Если мы-во центрально симметрично $\Rightarrow$ в любой Ц-паре 0 или 2 закраш. клетки $\Rightarrow$ всего ~~два~~ раскрасок C_{25000}^4 (всего 4 пары)

В них красятся обе клетки, остальные должны быть не закрашенными.

Аналогично если мы-во симметрично отн. вертикальной/горизонтальной ср. линии, то надо наоборот 4 В/Г пары и закрасить там обе клетки $\Rightarrow$ по C_{25000}^4 способов.

Но мы посчитали лишь один раз варианты, когда мы-во симметрично отн. 2ух ср. линий или ср. линии и центра.

В таком случае при таком разбиении, взяв закрашенную клетку, нетрудно убедиться в том, что весь прямоугольник (x, y)

из 4х: (x, y) , $(199-x, 249-y)$, $(199-x, y)$, $(x, 249-y)$ закрашен.

(т.к. клетка участвует сразу в двух типах пар (В и Г, ЦС и Г или ЦС и В)) закрасится 2 клетки из перемешанных в прямоугольнике $\Rightarrow$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(пример, когда клетка стоит в B-паре и UC-паре)

⇒ закрашена и 4-ая

и клетка входит на 2 прямоугольника.

Всего код клеток $(x, y), (199-x, 249-y), (x, 249-y), (199-x, 249-x) - \frac{200 \cdot 250}{4} = 12500$

(и они не пересекаются (что, в целом, видно

из записи) иначе бы B или UC пары пересекались бы внутри их типа)

Всего таких раскрасок

$\cdot 2$
 $\cdot 12500$

↑ выделяем 2 прямоуго,

красим все клетки внутри в них (остальные прямоуго,

должны быть полностью пустыми) — и так

такая

каждая раскраска была посчитана 3 раза (при подсчете

B, T, UC симметрии) → всего раскрасок $C_{2000}^4 \cdot 3 =$

$- 2 \cdot C_{12500}^2$ (или из формулы включения-исключения

или из $C_{2000}^4 \cdot 3$ вычитаем все попарные пересечения

(которые на самом деле пересечение всех 3-х или 2-х раскрасок) и прибавляем пересечение всех 3-х или 4-х.)

Ответ: $C_{2000}^4 \cdot 3 - C_{12500}^2 \cdot 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a \neq b, a \neq b \quad (a-c)(b-c) = p^2, a+b^2 = 560$$

Заметим, что если $(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow$
 (т.к. по осн. т. Арифметики разложения
 числа на простые слагаемые, а так же p^2 лишь 2 простых
 множителя $\Rightarrow$ либо оба они в одной скобке, либо в разных)

$$\text{если } a-c = \pm p = b-c \Rightarrow a=b \Rightarrow a \equiv b$$

$$(1) \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \text{ (иначе } a-c = -p^2 < -1 = b-c \Rightarrow b > a)$$

$$(2) \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \text{ (иначе } a-c = 1 < p^2 = b-c \Rightarrow b > a)$$

$$a+b^2 = 560 = 2^4 \cdot 5^1 \cdot 7^1. \text{ Разобьем на пары делителей 560}$$

$$(1, 560) (2, 280) (4, 140) (8, 70) (16, 35) (7, 80) (5, 112) (10, 56) (20, 28) (40, 14) (56, 10) (80, 7)$$

$$(1) : a-c - (b-c) = a-b = p^2 - 1 \neq 0 \text{ (иначе } a=b)$$

$$(2) : (a-c) - (b-c) = a-b = -1 + p^2 = p^2 - 1 \neq 0$$

$$\text{иначе } a=b$$

$$(1) : a+b^2 = (p^2+c) + (1+c) = 560 \Rightarrow p^2 + c^2 + 2c + 1 = 560$$

$$(2) : a+b^2 = (c-1) + (c-p^2)^2 = 560$$

$$(1) : 4p^2 + 4c^2 + 12c + 4 = 560 \cdot 4$$

$$(2p)^2 + (2c+3)^2 = 560 \cdot 4 + 1 = 2245$$

$$p^2 - 1 \equiv 1 \pmod{3} \text{ или } p^2 - 1 \equiv 2 \pmod{3}, \text{ но } a^2 \equiv 1 \text{ или } 0 \pmod{3} \quad \forall a \in \mathbb{Z}$$

$$p^2 \equiv 2 \pmod{3} \text{ — невозможно} \quad p^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow p \equiv 3 \pmod{3} \quad (\text{если } a \equiv 1, 2 \pmod{3}, \text{ то } a^2 \equiv 1 \pmod{3})$$

$$\Rightarrow a+b^2 = 560, \quad a-b = 3^2 - 1 = 8 \Rightarrow a = b+8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b^2 + b + 3 = 560$$

$$b^2 + b - 552 = 0 = (b + 24)(b - 23) = 0 \rightarrow \begin{matrix} b = 23 & a = 8 + b = 31 \\ b = -24 & a = -16 \end{matrix}$$

действительно $a \neq b$, т.к. $a - b \equiv 8 \equiv 2 \pmod 3$ и $a + b^2 = 560$
 $a > b$, т.к. $a = b + 8$

Остаток от 3 или 4 c : $\begin{cases} b - c \equiv 1, & a - c \equiv 9 \pmod{25} \rightarrow c = 22 \text{ или } c = -23 \\ a - c \equiv -1, & b - c \equiv 9 \pmod{25} \rightarrow c = -15 \end{cases}$

проверка: $(31 - 22)(23 - 22) = 9 = 3^2$ или $c = 32$

$$(-16 - (-15))(-24 - (-15)) = 3^2 = 9$$

$$(-16 - 25)(-24 - (-25)) = 3^2 \quad \text{ответ: } (31, 23, 22) \quad (31, 23, 32)$$

$$(31 - 32)(23 - 32) = 9 = 3^2 \quad (-16, -24, 25) \quad (-16, -24, -15)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

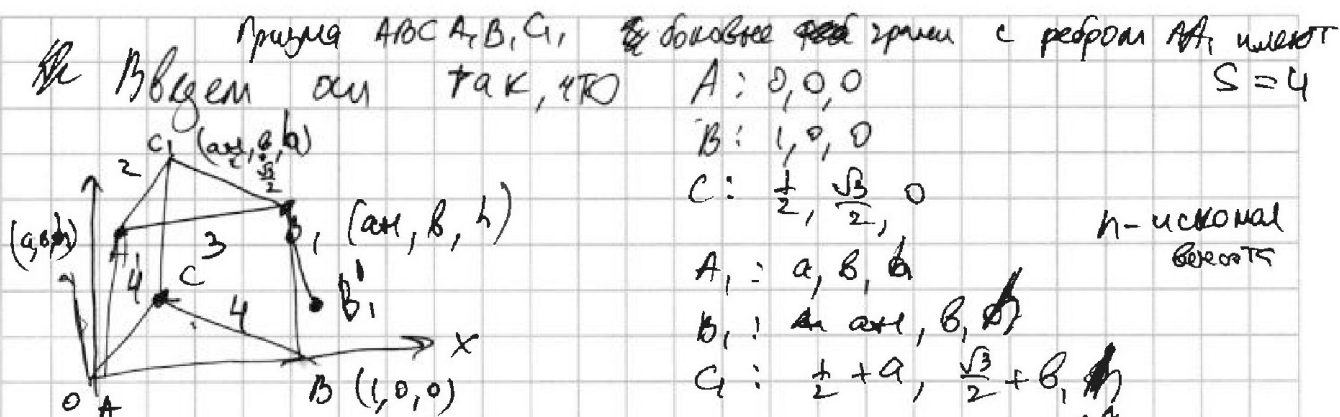
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



A_1' — проекция A_1 на AC . $A_1': (a, b, 0)$

A_1'' — проекция A_1 на AC . ~~на AC по AA_1 и AC~~

Т. Пифагора: $A_1'A_1''^2 + h^2 = (A_1'A_1'')^2 + AC^2$ (по Т. о 3-х перпенд.)

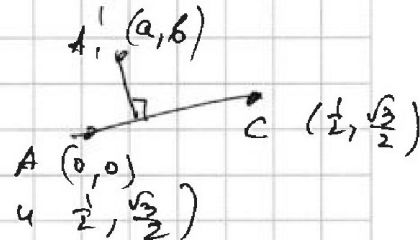
$S_{AA_1C_1} = AC \cdot A_1A_1''$ (пар-ма) $= 4 \Rightarrow A_1A_1''^2 = 16$

н (ABC): найдем A_1A_1'' .

прямая AC — это $y - \sqrt{3}x = 0$

$\text{dist}(A_1', AC) = \frac{|b - \sqrt{3}a|}{\sqrt{1+3}} = \frac{|b - \sqrt{3}a|}{2}$ (проходит через $0,0$ и $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$)

получаем: $(b - \sqrt{3}a)^2 + 4h^2 = 16 \cdot 4 = 64$ (1)



Напишем аналогичное усл-е для двух других граней:

$B_1': (a+1, b)$ АД (в. нмч ABC) задается $0 \cdot x + y = 0$
 $\text{dist}(B_1', AB)^2 + h^2 = \left(\frac{|b|}{1}\right)^2 + h^2 = b^2 + h^2 = 4^2 = 16$ (проходит через $(0,0)$ и $(1,0)$)

$\text{dist}(B_1', BC) = \frac{|\sqrt{3}(a+1) + b - \sqrt{3}|}{\sqrt{3+1}} = \frac{|\sqrt{3}a + b|}{2}$ (проходит через $(1,0)$ и $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$)
 $4 \text{dist}(B_1', BC)^2 + 4h^2 = 4 \cdot \frac{(\sqrt{3}a + b)^2}{4} + 4h^2 = (\sqrt{3}a + b)^2 + 4h^2 = 4 \cdot \frac{(S_{AA_1B_1})^2}{BC^2} = 36$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1): $(b - \sqrt{3}a)^2 + 4h^2 = 64$ используем (1) и (3):

(2): $b^2 + h^2 = 16 \quad h^2 = 16 - b^2 \quad 2(3a^2 + b^2 + 4h^2) = 100$

(3): $(b + \sqrt{3}a)^2 + 4h^2 = 36$ $3a^2 + b^2 + 4h^2 = 50 = 3a^2 + b^2 + 64 - 4b^2$

$3b^2 = 3a^2 + 14 \quad (*)$

(1) - (3): $4ab\sqrt{3} = -28$

$ab\sqrt{3} = -7 \quad a = -\frac{7}{b\sqrt{3}} \quad (4)$

(4), (5): $3a^2 + 14 = 3 \frac{49}{3b^2} + 14 = \frac{49}{b^2} + 14 = 3b^2$

$3b^4 - 14b^2 + 49 = (3b^2 + 7)(b^2 - 7) = 0$ $\begin{cases} b^2 = 7 \\ b^2 = -\frac{7}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} a^2 = \frac{1}{3} \\ h^2 = 16 - \frac{1}{3} \end{cases}$

$b^2 = \frac{7}{3}$ $h^2 = 16 - \frac{49}{9} = \frac{99}{9}$ $k = \frac{1}{3}$



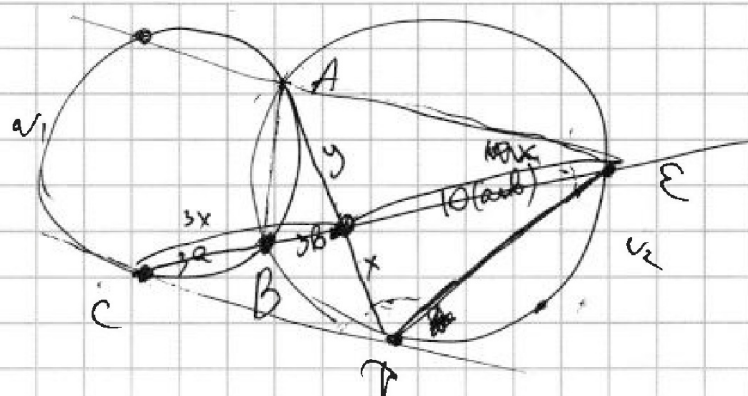
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

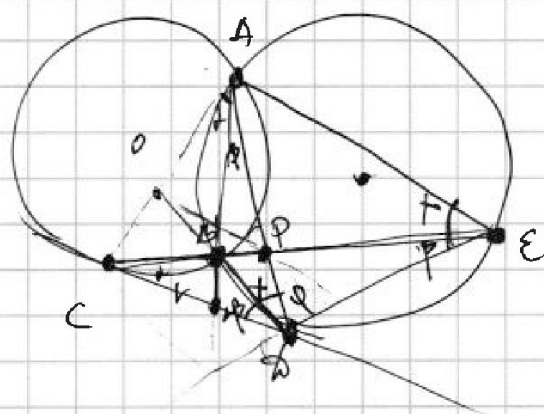
Черновик:



$$399(a+b) = CD^2 =$$

$$399(10a+13b) = CD^2 = x(xy)$$

$$xy = 399(a+b)$$



$$y - \sqrt{3}x = 0$$

$$\left(\frac{6 - \sqrt{3}a}{2}\right)^2 + h^2 = 16$$

$$b^2 + h^2 = 16$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}a + b}{2}\right)^2 + h^2 = 9$$

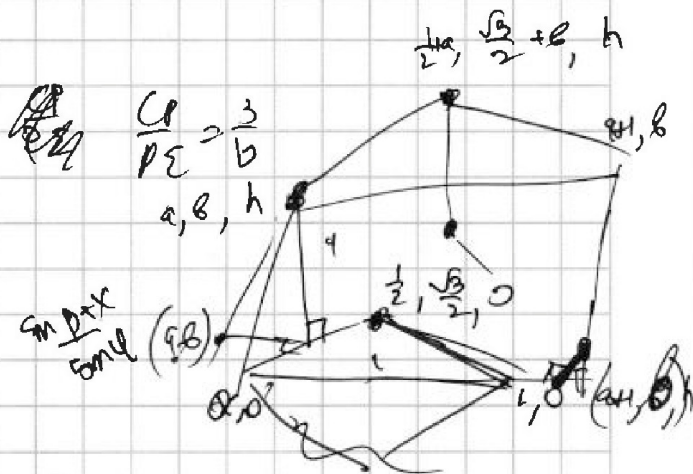
$$b^2 - 2ab\sqrt{3} + 3a^2 + 4h^2 = 64$$

$$3a^2 + 2ab\sqrt{3} + b^2 + 4h^2 = 36$$

$$b^2 + h^2 = 16$$

$$a=3$$

$$b^2 - 6\sqrt{3}b + 4h^2 = 37$$



$$y=0$$

$$y_0$$

$$x=0$$

$$0 - x + y = 0$$

$$|b| + h$$

$$y^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0$$

$$\sqrt{3}x + y - \sqrt{3} = 0$$

$$|\sqrt{3}(\frac{1}{2} + a) + (\frac{\sqrt{3}}{2} + b) - \sqrt{3}|$$

$$|\sqrt{3}a + b|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

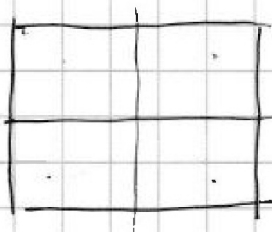
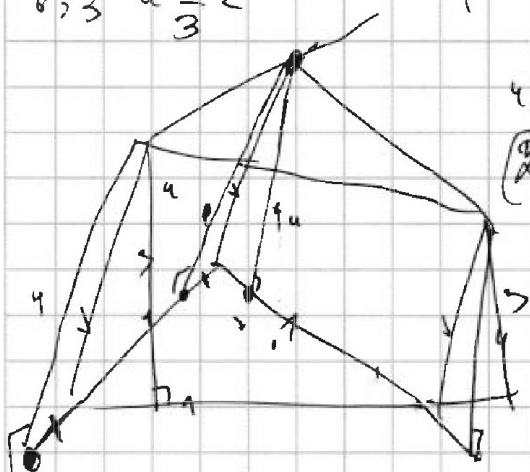
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

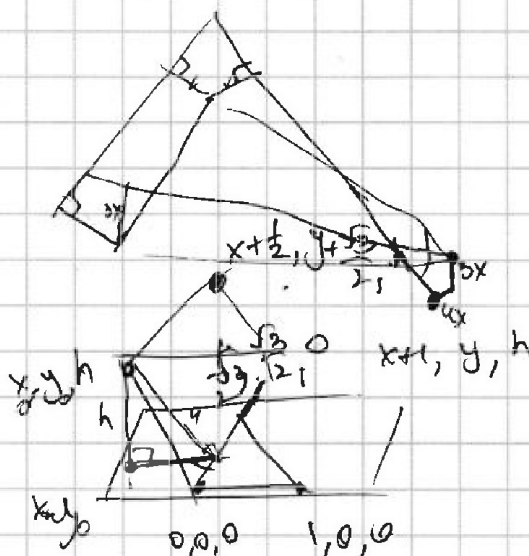
$$a + b^2 = 560$$

$$a \neq 3$$

$$b \neq 3 \quad a \neq 2$$



$$C \begin{matrix} 2 \\ 25 \end{matrix}$$



$$\frac{4}{2} y = \sqrt{3} x$$

$$\sqrt{3} x - y = 0$$

$$16 = h^2 + \left(\frac{y - \sqrt{3} x_0}{2} \right)^2$$

$$\frac{y - \sqrt{3} x_0}{\sqrt{4}} = \frac{y - \sqrt{3} x_0}{2}$$

$y+1$

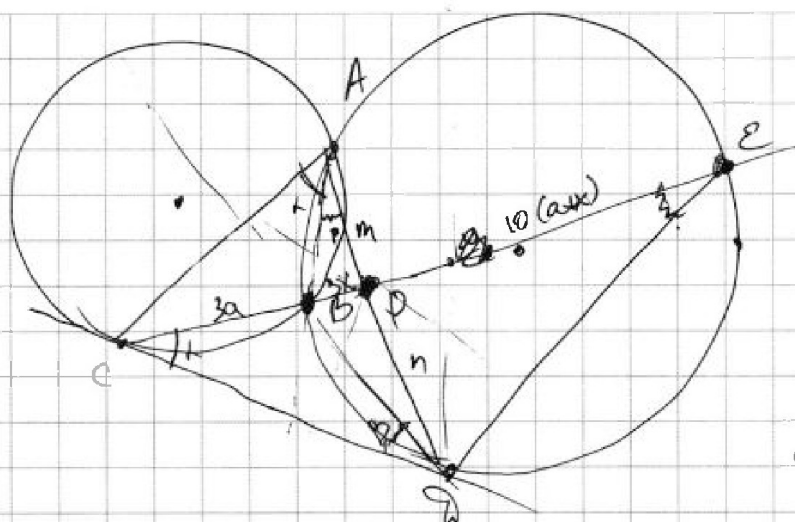


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



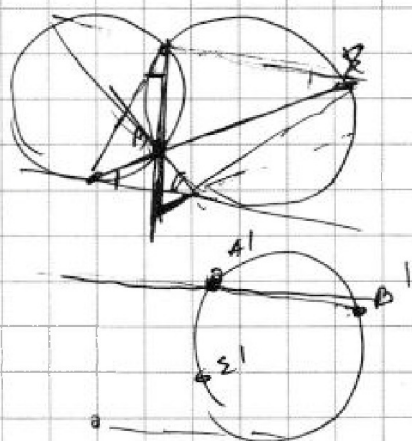
$$\frac{CD}{CE} = \frac{BD}{BE}$$

$$\frac{DE}{BD} = \frac{CE}{CD} = \frac{CD}{CE}$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{BD}{BE}$$

$$CD^2 = 3a \cdot 10(a+x)$$

$$\frac{\sin \angle \dots}{\sin \angle \dots} = \frac{CA}{AB} = \frac{a}{x}$$



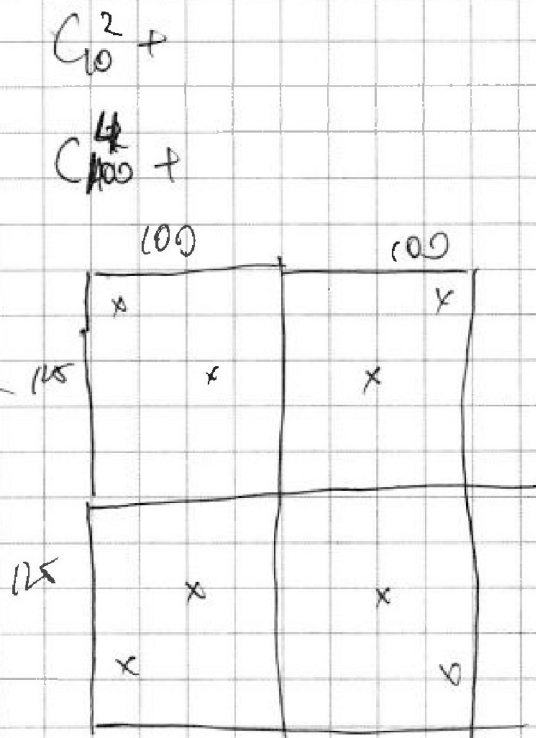
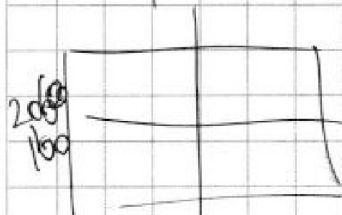
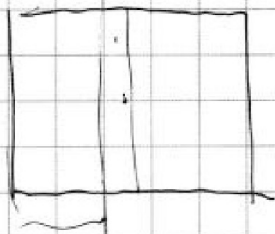
$$C_{100-250}^4 + C_{200-125}^4 + C_{100-250}^4$$

$$30 \cdot 10(a+x)$$

$$30 \cdot x(a+x) = mn$$

$$30 \cdot a(a+x) = CD^2$$

$$\frac{13a}{10x} = CD$$



$9 + 4.549$

