



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

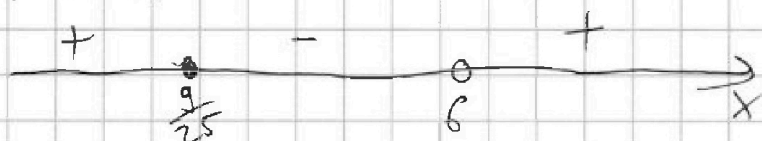
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Пусть $\{a_n\}$ - геом. прогрессия. Тогда

$$\begin{cases} a_7 = a_1 q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ a_9 = a_1 q^8 = x+3 \\ a_{15} = a_1 q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \end{cases}$$

Ограничения на x :

$$\begin{cases} (25x-9)(x-6) \geq 0 \\ \frac{25x-9}{(x-6)^3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; \infty).$$



$$x+3 = a_1 q^8 = a_1 q^6 \cdot q^2 = q^2 \sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ тогда}$$

$$x+3 = q^2 \sqrt{(25x-9)(x-6)},$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = a_1 q^{14} = a_1 q^6 \cdot q^8 = q^8 \sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ тогда}$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = q^8 \sqrt{(25x-9)(x-6)}.$$

если $x = \frac{9}{25}$, то $a_7 = a_{15} = 0$, $a_9 = 3 + \frac{9}{25}$ - не подходит.

пока $\sqrt{(25x-9)(x-6)} \neq 0$, тогда

$$\begin{cases} q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \\ q^8 = \frac{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{1}{(x-6)^2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Решение~~ т.к. $q^2 \geq 0$, то $x+3 \geq 0$ (иначе равенство не будет).

тогда

$$\begin{cases} q^4 = \frac{(x+3)^2}{(25x-9)(x-6)} \\ q^4 = \frac{1}{x-6} \end{cases}$$

$$\frac{(x+3)^2}{(25x-9)(x-6)} = \frac{1}{x-6}$$

1) $x \geq 6$: $\frac{(x+3)^2}{(25x-9)(x-6)} = \frac{1}{x-6} \quad | \cdot (x-6) \neq 0$:

$$(x+3)^2 = 25x-9; \quad x^2+6x+9 = 25x-9; \quad x^2-19x+18=0;$$

~~Решение~~, откуда $\begin{cases} x=1 - \text{не подходит} \\ x=18 \end{cases}$

2) $x < 6$: $(x+3)^2 = -25x+9; \quad x^2+6x+9 = -25x+9;$

$$x^2+31x=0; \quad \begin{cases} x=0 \\ x=-31 - \text{не подходит} \end{cases}$$

Ответ: $x=0, x=18$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$, $y = 5$, $z = 0$,

$x = -2 - 2\sqrt{2}$, $y = 5$, $z = 0$.

Ответ: $x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$, $y = 5$, $z = 0$;

$x = -2 - 2\sqrt{2}$, $y = 5$, $z = 0$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a-b+4=2ab;$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab;$$

$$2ab = a^2 + b^2 - (a-b)^2.$$

$$2ab = a^2 + b^2 - (a-b)^2 = (a-b) + 4;$$

Пусть $a-b=t$. Тогда $t^2+t+4=a^2+b^2$

$$= x+5+1-x=6 = t^2+t+4; \quad t^2+t-2=0;$$

$$\begin{cases} t=1 & (1) \\ t=-2 & (2) \end{cases}$$

$$(1): \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 1; \quad \sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{1-x};$$

$$x+5 = 1 + 1-x + 2\sqrt{1-x}; \quad 2\sqrt{1-x} = 2x+3;$$

$$4(1-x) = 4x^2 + 12x + 9 = 4 - 4x;$$

$$4x^2 + 16x + 5 = 0; \quad 4(x^2 + 4x + 4) + 5 = 16;$$

$$4(x+2)^2 = 14; \quad x+2 = \pm \frac{\sqrt{14}}{2}, \quad x = -2 \pm \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

$$2x+3 \geq 0; \quad x \geq -\frac{3}{2}; \quad \text{но } -2 - \frac{\sqrt{14}}{2} < -2 - \frac{3}{2} < -\frac{3}{2}.$$

$$(x = -2 + \frac{\sqrt{14}}{2})$$

$$(2): \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = -2; \quad \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2;$$

$$x+5 = 1 + 1-x - 4\sqrt{1-x}; \quad 4\sqrt{1-x} = -2x$$

$$2\sqrt{1-x} = -x; \quad 4(1-x) = x^2; \quad x^2 + 4x - 4 = 0;$$

$$(x+2)^2 = 8; \quad x+2 = \pm 2\sqrt{2}; \quad x = -2 \pm 2\sqrt{2}, \quad \text{но } x \leq 0,$$

$$x = -2 + 2\sqrt{2} > 2 \cdot 1 + 2 > 0.$$

$$(x = -2 - 2\sqrt{2})$$

~~Ответ:~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② Рассмотрим второе ур-е.

$$\text{Пусть } t = |y+4| + |y-5|.$$

Решим t на разл. промежутках:

$$1) \boxed{y \leq -4}: t = -y-4-4y+20 = -5y+16,$$

$$5y = 16-t; \text{ т.к. } 5y \leq -20, \text{ то } 16-t \leq -20;$$

$$t-16 \geq 20; \boxed{t \geq 36}.$$

$$2) \boxed{-4 \leq y \leq 5}: y+4-4y+20 = 24-3y = t;$$

$$3y = 24-t; \text{ т.к. } -12 \leq 3y \leq 15; \text{ то}$$

$$-12 \leq 24-t \leq 15; -36 \leq -t \leq -9;$$

$$\boxed{9 \leq t \leq 36}$$

$$3) y \geq 5: t = 5y-16; 5y = t+16;$$

$$5y \geq 25, \text{ тогда } t+16 \geq 25; \boxed{t \geq 9}$$

Отсюда $t \geq 9$, при этом равенство достигается при $y=5$.

$$\text{Но } t = \sqrt{81-z^2} \leq \sqrt{81} = 9, \text{ то есть } 9 \leq t \leq 9,$$

$$\text{Отсюда } t=9, \boxed{y=5, z=0}.$$

Подставим в первое ур-е:

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + y = 2\sqrt{5-4x-x^2};$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{x+5}, b = \sqrt{1-x}. \text{ Тогда } a-b+y = 2ab$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(3) p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x; \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1;$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10.$$

$$\text{Положим } \cos x = t. \quad \text{Тогда } -1 \leq t \leq 1.$$

$$p(4t^3 - 3t) + 3(p+4)t = 6(2t^2 - 1) + 10 \\ = 12t^2 - 6 + 10; \quad 4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 - 6 + 10; \\ 4pt^3 - 12t^2 + 4t - 4 = 0;$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0; \quad t \neq 0$$

$$pt^3 = 3t^2 - 3t + 1; \quad p = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$$

$$t^2 = 7.7 \\ = 49.1.$$

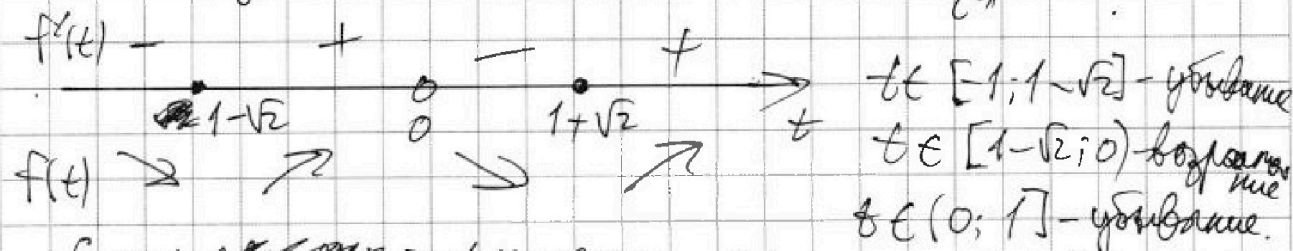
$$\text{Рассмотрим } f(t) = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$$

$$f'(t) = \frac{(3t^2 - 3t + 1)' \cdot t^3 - 3t^2(3t^2 - 3t + 1)}{t^6} =$$

$$= \frac{t^3(6t - 3) - 3t^2(9t^2 - 9t + 3)}{t^6} = \frac{6t^4 - 3t^3 - 27t^4 + 27t^3 - 9t^2}{t^6} =$$

$$= \frac{t(6t - 3) - 3t^2(9t - 3)}{t^4} = \frac{6t^2 - 3t - 27t^2 + 9t}{t^4} =$$

$$= \frac{3t^2 - 6t - 3}{t^4} = 3 \frac{t^2 - 2t - 1}{t^4} = 3 \frac{(t - 1 - \sqrt{2})(t - 1 + \sqrt{2})}{t^4}$$



Есть ~~два~~ ≥ 1 решение, если $p \geq f(1 - \sqrt{2})$
и $p \geq f(1)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(1) = 1, \quad f(1-\sqrt{2}) = \frac{7-3\sqrt{2}}{7-5\sqrt{2}} < 1.$$

$$\boxed{p \geq \frac{7-3\sqrt{2}}{7-5\sqrt{2}}} \quad \text{При этом если}$$

$$\frac{7-3\sqrt{2}}{7-5\sqrt{2}} \leq p \leq 1 - \text{уравнение имеет 1 корень,}$$

если $p > 1$ — 2 корня.



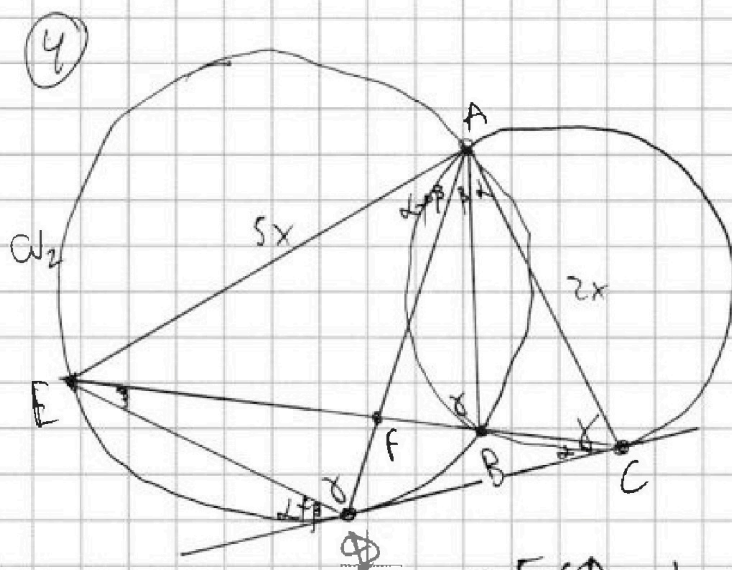
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AD \cap CE = F$,
 $\angle CAB = 2$, $\angle BAF = \beta$.

Тогда по свойству
 окружности,
 хорды AB и CE пересекаются
 касательной и секущей
 и т.о. выразим угол $\angle ECD$
 через β .

$$\angle ECD = 2, \angle BED = \beta, \angle EDC = 2 + \beta,$$

$$\Rightarrow \angle EAD = 2 + \beta, \text{ т.е. } \angle EAF = \angle FAC \Rightarrow$$

$$AF - \text{биссектриса в } \triangle CAE, \text{ тогда } \frac{AE}{AC} = \frac{EF}{FC} = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Пусть } AC = 2x. \text{ Тогда } AE = 5x.$$

$$\text{Если } \angle EDA = \gamma, \text{ то } \angle EBA = \gamma, \angle ACB = \gamma - 2, \angle ACD = \gamma.$$

$$\triangle EAD \sim \triangle ACD \text{ по двум углам, тогда}$$

$$\frac{AD}{5x} = \frac{2x}{AD} = \frac{CD}{ED}; \quad AD^2 = 10x^2; \quad \frac{AD}{5x} = \frac{x\sqrt{10}}{5x} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

$$\frac{CD}{ED} = \frac{\sqrt{10}}{5}; \quad \frac{ED}{CD} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

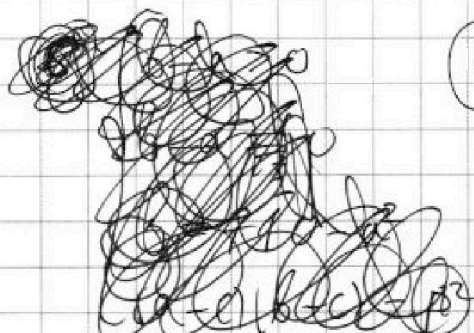


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



5

~~Рассмотрим 3 случая~~

Рассмотрим 3 случая

1) Центральная симметрия:

Заметим, что клетки разби-

ваются на пары, которые однозначно определяются

одной из пары клеток. Разделим доску на две

100×200 , количество вариантов — как в шахматах

поставить 4 клетки на одну доску — C_{20000}^4 .

2) "Осевая" симметрия — $C_{20000}^4 \cdot 2$ (разные симметрии)

3) одновременно "осевая" и ~~центральная~~ центральная:

Разделим доску на 4 доски 50×200 .

Каждая доска должна ~~содержать~~ ^{заполняться} на одну из досок

2 клетки — C_{10000}^2 .

Всего: ~~4~~ ³ C_{20000}^4 способов — центральная

$\therefore 2C_{20000}^4 + C_{20000}^4 = 3C_{20000}^4$.

Ответ: $3C_0^4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{6} \begin{cases} b-a > 0 \\ b-a \neq 0 \\ b = 710 - a^2 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \end{cases}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \\ a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \quad \text{(и аналогичные со знаком "-")}$$

$$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases} \quad \text{— не решение (т.к. } a \neq b \text{)}$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \quad \text{— не решение (т.к. } b > a \text{)}$$

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \quad \leftarrow c = a-1; \quad b-c = 711 - a^2 - a = p^2$$

$$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \quad \leftarrow c = b+1; \quad a-c = a-b-1 = -p^2; \quad b-a+1 = p^2$$

$$711 - a^2 - a = p^2; \quad a^2 + a + p^2 - 711 = 0;$$

$$a_1 + a_2 = -1$$

$$a_1 a_2 = p^2 - 711$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$\textcircled{6} \begin{cases} b-a \neq 3k \leftarrow \\ b-a > 0 \leftarrow \\ a^2+b=710 \leftarrow \\ (a-c)(b-c)=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b-a &= 710-a^2-a > 0; \\ a^2+a-710 &< 0; \\ a^2+a+\frac{1}{4} &< 710+\frac{1}{4}; \\ (a+\frac{1}{2})^2 &\leq \frac{2841}{4}; \end{aligned}$$

$$a (50+1)(50+1) = 2500+100+1 = 2601;$$

$$\begin{array}{r} 2841 \quad | \quad 3 \\ -27 \quad | \quad 947 \\ \hline 121 \end{array}$$

$$(26)^2 = 52^2 - 2500 +$$

$$50+4 = 2500+400+4 = 2904$$

$$a \quad \frac{1}{2} \sqrt{2841} \leq \sqrt{3} \leq 4; \quad \frac{52}{2} = 26.$$

$$3+\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \sqrt{\sqrt{3}}; \quad \frac{49}{2} \sqrt{\sqrt{3}} = \frac{52}{2} \quad \text{OK}$$

$$a+\frac{1}{2} \sqrt{2841} \approx 5;$$

$$a=25: \quad 625+25 = 710;$$

$$a=26: \quad 676+26 = 702 < 710$$

$$a=-26: \quad 676-26 < 710; \quad (a=-27): \quad 729-27 < 710$$

$$-27 \leq a \leq 26$$

$$b-a \neq 3k; \quad b-a = 710-a^2-a \neq 3k;$$

$$a^2+a-710 \neq 3k; \quad a^2+a \neq 3;$$

$$a \equiv 0 \pmod{3} \checkmark, \quad a \equiv 1 \pmod{3} \otimes, \quad a \equiv 2 \pmod{3} \otimes, \quad a \equiv -26 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 189 \\ + 54 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$(a-c)(b-c)=p^2; \quad a-c \text{ и } b-c \text{ имеют общий множитель}$$

$$ab-bc-ac+c^2=p^2; \quad b+a=710-a^2+a;$$

$$ab-c(a+b)+c^2=ab-c(710-a^2+a)+c^2=p^2;$$

$$ab-710c+a^2c-ac \neq$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$711 - a^2 - a = p^2;$$

~~$$p^2 = 711 - a^2 - a$$~~

$$a=2: 4+2; \quad a=3: 9+3=12; \quad 699;$$

~~$$a=5: 25+5=30; \quad 711-30=681$$~~
$$711 - a(a+1) = p^2;$$

~~$$a^2 + a - 711 = p^2$$~~
$$a^2 + a + p^2 - 711 = 0;$$

~~$$a_1 + a_2 = -1$$~~
$$a_1, a_2 = p^2 - 711.$$

$$\Delta = 1 - 4p^2 \cdot 2844 = 2845 - 4p^2 = k^2.$$

$$k^2 + 4p^2$$

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 27.$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9$$

$$711 - 49 = 700 - 38 = 662.$$

$$711 - 121 = 600 - 10 = 590;$$

~~$$a=20: 400+20=420; \quad 711-420=291$$~~
$$= 676;$$

$$\frac{711}{-696} = \frac{700}{-665} \frac{35}{35}.$$

$$a \neq 1$$

$$\frac{711}{63} \frac{3}{81} \frac{3}{79}.$$

~~$$711 - 25 = 686$$~~

$$711 - 25 = 700 - 14 = 686$$

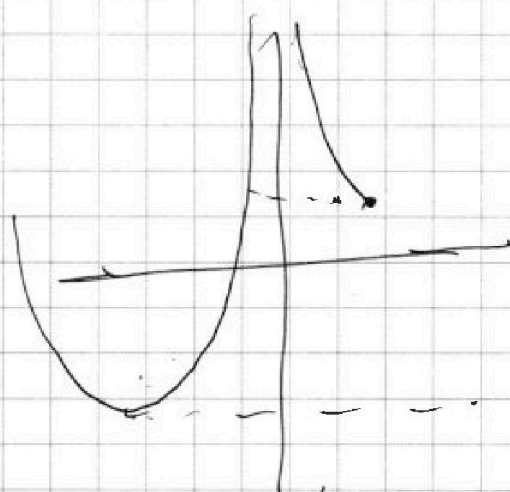
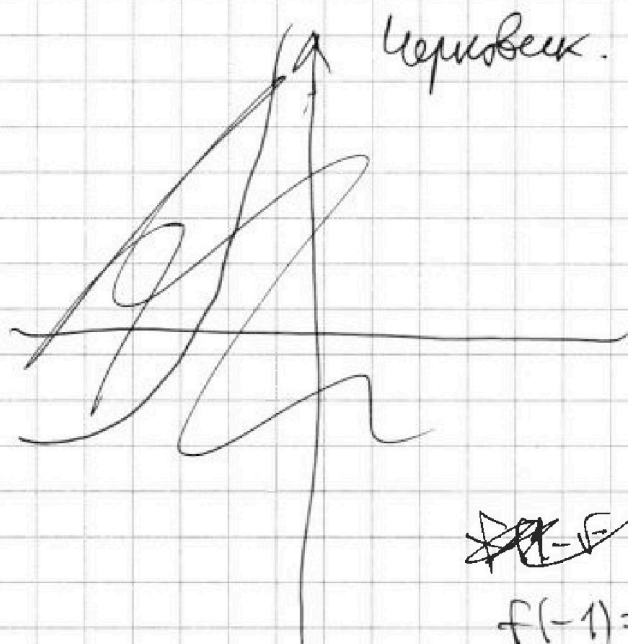


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~$f(x) = \frac{3x^2 + 6x + 4}{(x-1)^3}$~~

$$c = a - 1;$$

$$f(-1) = \frac{3+3+1}{1} = 7;$$

~~$b = a - p^2$~~

$$b - c = b - a + 1$$

$$= (7 + 1 - a^2 - a = p^2)$$

$$b - a = 1 - p^2 > 0;$$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$$

$$b - a = p^2 - 1$$

$$f(1) = 1;$$

$$f(1 - \sqrt{2}) ?$$

$$a^2 + a - 7 \neq -p^2;$$

$$(a + \frac{1}{2})^2 - 7 \neq -\frac{1}{4} - p^2;$$

$$f(1 - \sqrt{2}) = \frac{3 + 6(1 - \sqrt{2}) + 4}{(1 - \sqrt{2})^3} = \frac{3(1 - \sqrt{2}) + 4}{(1 - \sqrt{2})^3} =$$

$$= \frac{7 - 3\sqrt{2}}{7 - 5\sqrt{2}} = \frac{7 - 3\sqrt{2}}{7 - 5\sqrt{2}}$$

$$= \frac{7 - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{7 - 5\sqrt{2}} = 1 + \frac{2\sqrt{2}}{7 - 5\sqrt{2}}$$

$$= 1 - \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{2} - 7}$$

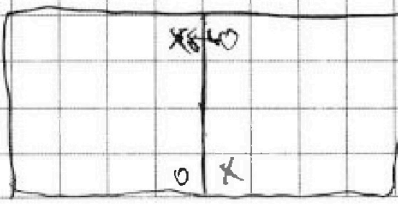
$$\frac{7 - 3 \cdot 1,41}{7 - 5 \cdot 1,41} = \dots$$

$$7 - 5\sqrt{2} \approx 7 - 5 \cdot 1,4$$

$$\begin{aligned} (1 - \sqrt{2})^3 &= (1 - \sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) \\ &= 3 - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4 \\ &= 7 - 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

только упрощение

④



$$\begin{cases} b - a > 0 \\ b - a \neq 3k \\ a^2 + b = 710 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &= 710 - a^2 \\ 710 - a^2 - a &> 0; \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$4x^2 + 16x + 5 = 0; \quad D = 64 - 20 = 44 = 4 \cdot 11$$

$$x_1 = \frac{-8 \pm 2\sqrt{11}}{4} = -2 \pm \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{1 + 2 - \frac{\sqrt{11}}{2}} = \sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} = \sqrt{\frac{6 + \sqrt{11}}{2}} - \sqrt{\frac{6 - \sqrt{11}}{2}}$$

$$= 1? \quad 3 + \frac{\sqrt{11}}{2} + 3 - \frac{\sqrt{11}}{2} - 2\sqrt{(3 + \frac{\sqrt{11}}{2})(3 - \frac{\sqrt{11}}{2})}$$

$$6 - 2\sqrt{9 - \frac{11}{4}} = 6 - \sqrt{36 - 11} = 6 - 5 = 1$$

$$\sqrt{1-x} - 2 \geq 0; \quad \sqrt{1-x} \geq 2; \quad 1-x \geq 4; \quad x \leq -3$$

$$x - 1 \leq -3;$$

$$x \leq -2$$

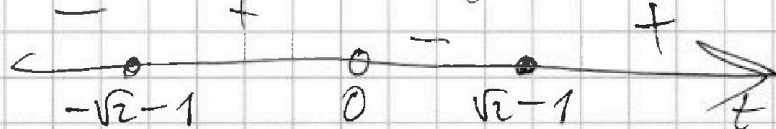
$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}} = a$$

$$a^2 = 3 - 2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$$

$$a^2 = 6 - 2\sqrt{9-8} = 4; \quad a = \pm 2$$

$$(3t^2 - 3t + 1)' = 6t - 3$$

$$\frac{(t-1)^2}{t^4} = \frac{(t-1-\sqrt{2})(t-1+\sqrt{2})}{t^4}$$



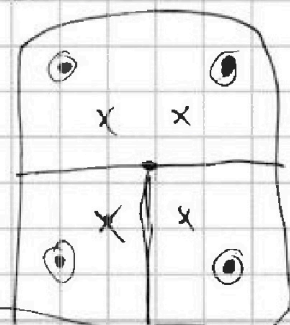
$$t \in [-1; 1]$$

$t \in [-1; 0]$ - возрастание

$t \in [0; \sqrt{2}-1]$ - убывание

$t \in [\sqrt{2}-1; 1]$ - возрастание

$$\begin{aligned} f(1-\sqrt{2}) &= \frac{3(1-\sqrt{2})^2 - 3(1-\sqrt{2}) + 1}{(1-\sqrt{2})^4} = \frac{3(1-2\sqrt{2}+2) - 3 + 3\sqrt{2} + 1}{(1-\sqrt{2})^4} = \frac{3-2\sqrt{2}-3+3\sqrt{2}+1}{(1-\sqrt{2})^4} = \frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})^4} = 2 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 4 = 0; \quad pt^3 = 3t^2 - 3t + 4;$$

$$p = \frac{3t^2 - 3t + 4}{t^3} = \frac{3}{t} - \frac{3}{t^2} + \frac{4}{t^3}$$

$$= 3t^{-1} - 3t^{-2} + 4t^{-3} = f(t);$$

$$g(k) = k^a; \quad g'(k) = a k^{a-1};$$

$$f'(t) = -3t^{-2} + 6t^{-3} - 12t^{-4} = \frac{-3}{t^2} + \frac{6}{t^3} - \frac{12}{t^4} =$$

$$= -\frac{3}{t^2} \left(\frac{2}{t} - \frac{4}{t^2} \right) = \frac{3}{t^2} \left(\frac{2t - 4}{t^2} \right) =$$

$$= -\frac{3(2t - 4)}{t^4} = \frac{12 - 6t}{t^4} \quad \downarrow \quad \text{V.O.}$$

$$\frac{2-t}{t^4} \text{ V.O.}; \quad \frac{2-t}{t^4} > 0 \quad \begin{array}{c} + \quad - \\ 0 \quad 2 \end{array} \quad \rightarrow t$$

go $t=2$ возрастание.

$$f(2) = 4 = p$$

$$f(-1) = \frac{6+4}{-1} = -10 = p.$$

$$t = \frac{1}{10}: \quad \frac{3 \cdot 0,01 - 3 \cdot 0,1 + 4}{0,001} = \frac{0,03 - 0,3 + 4}{0,001} =$$

$$= 30 - 300 + 4000 = ??$$

$$t = \frac{1}{2}: \quad 3 \cdot 2 - 3 \cdot 4 + 4 \cdot 8 = 32 - 12 + 6 = 26.$$

$$t = 2: \quad \frac{12 - 6 + 4}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

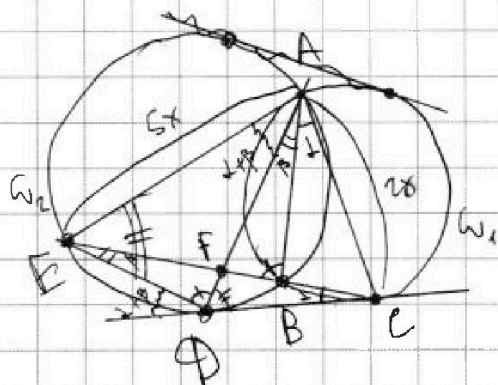
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.



$$\angle + \beta + \alpha + \alpha = 180^\circ$$



$$\triangle ACD \sim \triangle EFD$$

$$\frac{AD}{SX} = \frac{2X}{10} = \frac{CD}{DE};$$

$$AD = 10X;$$

$$\frac{AD}{SX} = 2X;$$

$$\frac{2X}{SX} = \frac{2}{5} = \frac{CD}{DE};$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{5}{2};$$

$$\frac{AD}{SX} = \frac{10X}{5X} = 2X;$$

$$2X = \frac{2}{5X};$$

$$\frac{10X}{5X} = \frac{2X}{10X} = 2X = \frac{2}{5X}; \quad \frac{2X}{10X} = \frac{2}{10X} = \frac{1}{5X};$$

$$AD = X\sqrt{10}$$

$$\frac{2X}{X\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{2X}{X\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\begin{cases} a=b \\ b-a \neq 3 \\ (a-b)(b-a) = p^2 \\ a^2+b=710 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b \neq a \\ b = 710 - a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 710 \leq a^2 \\ a = 710 \\ b-a > 0 \\ b-a \neq 3k \end{cases}$$

$$fa+ce+fb-a=db-bc-ac+c^2=p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x}; \quad \sqrt{x+5} = a, \sqrt{1-x} = b.$$

$$a - b + 4 = 2ab; \quad 2ab - a + b - 4 = 0;$$

$$a + 2b = 4; \quad [4 - \sqrt{5}; 4 + \sqrt{5}]; \quad a - b + 4 = 2ab \Rightarrow a - b = 2ab - 4;$$

$$a(2b - 1) + b - 4 = 0; \quad a(2b - 1) = 4 - b; \quad a^2 = 2ab + b^2 = (2ab - 4) + b^2;$$

$$a = \frac{4 - b}{2b - 1}; \quad x + 5 = a^2; \quad 1 - x = b^2.$$

$$a^2 = \frac{16 - 8b + b^2}{4b^2 - 4b + 1}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x}, \quad -5 \leq x \leq 1.$$

$$x = -3: \sqrt{2} - 2 + 4 = \sqrt{2} + 2; \quad 2\sqrt{2 \cdot 4} = 4\sqrt{2};$$

$$x = -4: 1 - \sqrt{5} + 4 = 5 - \sqrt{5};$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10;$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x = 2 \cos^3 x - 2 \cos x -$$

$$- 2(1 - \cos^2 x) \cos x = 2 \cos^3 x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x - 2 \cos x$$

$$= 4 \cos^3 x - 4 \cos x; \quad \cos x = t;$$

$$p(4t^3 - 4t) + 3(p+4)t = 6(2t^2 - 1) + 10;$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 - 6 + 10;$$

$$4pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0; \quad pt^3 - 3t^2 + 3t - 4 = 0;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

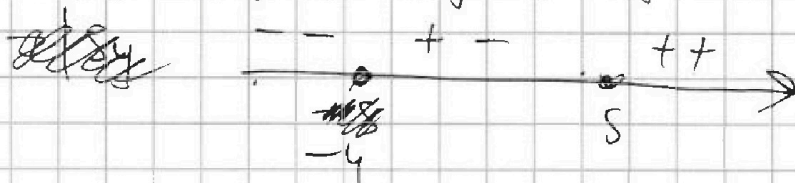
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

(2) (2): $|y+4| + 4|y-5| = |y+4| + |4y-20| \geq$



1) $-y-4 - 4y+20 = -5y+16 = t;$

$5y = 16-t; y = \frac{16-t}{5}; y \leq -4; \frac{16-t}{5} \leq -4;$

$16-t \leq -20; t-16 \geq 20; \boxed{t \geq 36}$

$\begin{array}{r} 25 \\ -24 \\ \hline 1 \\ -15 \\ \hline -14 \\ \hline -20 \\ \hline -11 \\ \hline -4 \end{array}$

2) $y+4-4y+20 = 24-3y = t; -4 \leq y \leq 5;$
 $3y = 24-t; -12 \leq 24-t \leq 15;$

$-36 \leq -t \leq -9; \boxed{9 \leq t \leq 36}$

3) ~~11/11~~ $5y+4-20 = 5y-16 = t;$

$5y = t+16; y \geq 5; 5y \geq 25; t+16 \geq 25;$

~~11/11~~ $\sqrt{81-z^2} \leq \sqrt{81} = 9; \boxed{t \geq 9}.$

$\boxed{z=0}; \boxed{y=5}$

$5-4x-x^2 = -x^2-4x-4+9 = 9-(x+2)^2$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{9-(x+2)^2}$

$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} \sqrt{3}-\sqrt{3}+4=6; \\ 4-\sqrt{6}=0; \\ 4+\sqrt{6}=0; \end{cases}$

$\sqrt{5}-1+4=\sqrt{5}-3=2\sqrt{5}$

$(3-x-2)(3+x+2) = (1-x)(5+x)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$\textcircled{1} \quad a_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, \quad a_9 = x+3, \quad a_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$a_7 = a_1 q^6, \quad a_9 = a_1 q^8, \quad a_{15} = a_1 q^{14}$$

$$\begin{cases} a_1 q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ a_1 q^8 = x+3 \\ a_1 q^{14} = \frac{1}{x-6} \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 \neq 0; \quad a_1^2 q^{14} = (x+3) \cdot \\ \sqrt{(25x-9)(x-6)} = a_1 \cdot \frac{1}{x-6} \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \end{cases}$$

$$\sqrt{25x-9} = k, \sqrt{x-6} = m.$$

$$\begin{cases} a_1 q^6 = km \\ a_1 q^8 = x+3 \\ a_1 q^{14} = \frac{k}{m^3} \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^2 q^{14} = km(x+3) = a_1 \cdot \frac{k}{m^3}; \\ k \neq 0; \quad m(x+3) = \frac{a_1}{m^3}; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_1 q^6 \cdot q^2 &= x+3 = q^2 \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ a_1 q^{14} &= a_1 q^8 \cdot q^6 = \frac{x+3}{q^2} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = q^8 \sqrt{(25x-9)(x-6)} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \\ q^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{1}{(x-6)^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q^4 = \frac{(x+3)^2}{(25x-9)(x-6)}; \quad 1) \frac{(x+3)^2}{(25x-9)(x-6)} = \frac{1}{x-6}; \quad x-6 \neq 0; \\ q^4 = \pm \frac{1}{x-6} \end{cases} \quad \begin{aligned} (x+3)^2 &= 25x-9; \quad x^2+6x+9=25x-9; \\ x^2-19x+18 &= 0; \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик. продолжение N1

$$x^2 - 19x + 18 = 0; \begin{cases} x = 1 - \text{нем} \\ x = 18 \end{cases} \quad (1)$$

$$2) \frac{(x+3)^2}{(25x-9)(x-6)} = -\frac{1}{x-6}$$

$$\sqrt{4-4x-16} = \sqrt{4x-20}$$

$$= \sqrt{4x-20} = \sqrt{4x-20}$$

$$(x+3)^2 = -25x+9; \quad x^2+6x+9 = -25x+9;$$

$$x^2+31x=0; \begin{cases} x=0 \quad (2) \\ x=-31 \quad (3) \end{cases} \quad \text{Ор. на } x: \quad (25x-9)(x-6) \geq 0$$

$$(1): \sqrt{(25 \cdot 18 - 9) \cdot 12}$$

$$= \sqrt{9(50-1) \cdot 12} = 3 \cdot 7 \cdot 4\sqrt{3} = 84\sqrt{3}, 21,$$

$$\sqrt{\frac{9 \cdot 49}{12^3}} = \frac{3 \cdot 7}{12 \cdot \sqrt{12}} = \frac{3 \cdot 7}{12 \cdot 4\sqrt{3}} = \frac{21}{48\sqrt{3}} = \frac{7}{16\sqrt{3}}$$

$$\begin{cases} a_1 q^6 = 84\sqrt{3} \\ a_1 q^8 = 21 \\ a_1 q^{14} = \frac{7}{16\sqrt{3}} \end{cases} \quad q^2 = \frac{21}{84\sqrt{3}} = \frac{1}{4\sqrt{3}}; \quad q^8 = \frac{1}{4 \cdot 9} = \frac{1}{28 \cdot 9};$$

$$q_1 \cdot \frac{1}{28 \cdot 9} = 21; \quad a_1 = 21 \cdot 28 \cdot 9$$

$$\sqrt{9 \cdot 6} = 3\sqrt{6}; \quad 3; \quad \sqrt{\frac{9}{6^3}} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{6 \cdot 2} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$\begin{cases} a_1 q^6 = 3\sqrt{6} \\ a_1 q^8 = 3 \\ a_1 q^{14} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \end{cases} \quad q^2 = \frac{3}{3\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}; \quad q^8 = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36};$$

$$a_1 = 3 \cdot 36; \quad 36 q^6 = \sqrt{6};$$

$$q^6 = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6^4}} = \frac{1}{6\sqrt{6}}; \quad q^2 = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$[4\sqrt{6}; 4+\sqrt{6}]; \quad [1, 5; 6, 5]$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab;$$

$$2ab = a^2 + b^2 - (a-b)^2;$$

$$a-b = t. \quad t^2 + t + 4 = a^2 + b^2 = x + 5 + 1 - x = 6. \quad t^2 + t + 4 = 6;$$