



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}, \text{ девятый член равен } x + 3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot q^6$$

$$b_9 = x+3 = b_1 \cdot q^8$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{(25x-9)}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot q^{14}$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{q^6} = \sqrt{(25x-9)(x-6) \cdot |x-6|^3}$$

$$x \leq \frac{9}{25} :$$

$$b_1 = \sqrt{(9-25x)(x-6)^4}$$

$$x+3 = \sqrt{(9-25x)(x-6)^4} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-6)^4}}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x^2+6x+9 = 9-25x \end{cases}$$

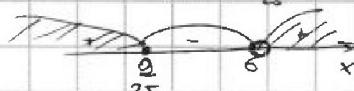
$$x(x+9) = 0$$

$$\begin{aligned} x &= 0 & x &= -9 \\ 9 &\geq 0 & -28 &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\text{при } x = \frac{9}{25} \quad b_1 = 0 \Rightarrow b_9 = 0 \cdot \frac{9}{25} + 3 \Rightarrow \emptyset$$

Ответ: 0, 18.

$$\text{Реш: } (x-6)(x-\frac{9}{25}) \geq 0 \quad x-6 \neq 0$$



$$\text{при } 25x-9 \neq 0:$$

$$\frac{b_7}{b_{15}} = q^{-8} = \sqrt{(x-6)^4} = (x-6)^2$$

$$q = \frac{1}{\sqrt[4]{(x-6)^2}} = \sqrt[4]{|x-6|}$$

$$x > 6 :$$

$$b_1 = \sqrt{(25x-9)(x-6)^4}$$

$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)^4} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-6)^4}}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 & x \geq -3 \\ x^2+6x+9 = 25x-9 \end{cases}$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 72}}{2} = \frac{19 \pm 17}{2}$$

$$\frac{1}{2} < 6 \quad \text{and} \quad 18$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\boxed{2} \quad \begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2^2} \end{cases}$$

Заметим, что $0 \leq \sqrt{81-2^2} \leq 9$

$$\Rightarrow |y+4| + 4|y-5| \leq 9$$

Рассмотрим случаи:

$$y \in (-\infty; -4]$$

$$\begin{aligned} -y-4-4y+20 &= \\ = -5y+16 \end{aligned}$$

$$y \in [-4; 5]$$

$$\begin{aligned} y+4-4y+20 &= \\ = -3y+24 \end{aligned}$$

$$y \in (5; +\infty)$$

$$y+4+4y-20 = 5y-16$$

Применим неравенство $(a+b)^2 \geq 4ab$ от 36

$\Rightarrow$ Неравенство только

$$y=5$$

$$\Rightarrow |y+4| + 4|y-5| \geq 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{81-2^2} \leq 9$$

$$\begin{cases} |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2^2} \\ \sqrt{81-2^2} = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |y+4| + 4|y-5| = 9 \\ \sqrt{81-2^2} = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4$$

$$x+5 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + 1 - x = 4(x+5)(1-x) - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16$$

$$\text{Пусть } \sqrt{(x+5)(1-x)} = a, a \geq 0$$

$$4a^2 - 14a + 10 = 0$$

$$2a^2 - 7a + 5 = 0$$

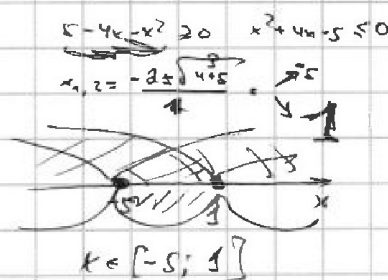
$$a_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{4} = \frac{7 \pm 3}{4}$$

$$\begin{cases} (x+5)(1-x) = \frac{25}{4} \\ (x+5)(1-x) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 5 + \frac{25}{4} = 0 \quad | \cdot 4 \\ x^2 + 4x - 5 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-8 \pm \sqrt{64-100}}{4} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{6}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{6}}{2} \\ x_{1,2} &= \frac{-2 \pm \sqrt{6-1}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Ответ: $(-2+\sqrt{5}; 5; 0); (-2+\sqrt{5}; 5; 0); (-2+\frac{\sqrt{6}}{2}; 5; 0); (-2-\frac{\sqrt{6}}{2}; 5; 0).$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \quad p \cdot \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\text{Пусть } t = \cos x$$

$$p(4t^3 - 3t) + 3(p+4)t = 6(2t^2 - 1) + 10$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t - 12t^2 + 6 - 10 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

Можно разложить по формуле для кубов, но я её не помню.

Можу лишь заметить, что при $p=1$:

$$(t-1)^3 = 0$$

$$t = 1$$

$$\cos x = 1$$

$$x = \frac{0}{2} + \pi n, \text{ и } 2\pi n$$



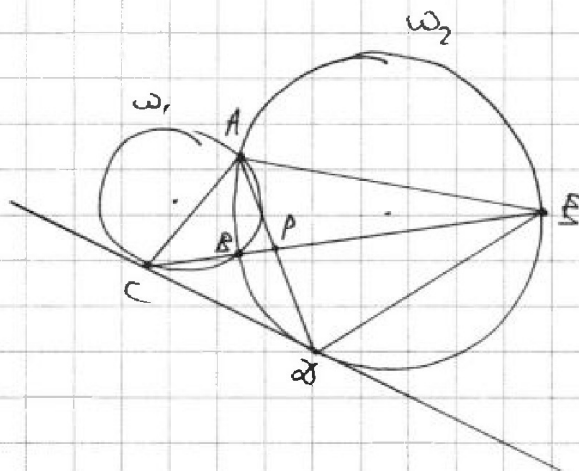
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4

Пусть $CE \cap AD = T, P$

$$\Rightarrow \frac{CP}{PE} = \frac{2}{5}$$

$$CB \cdot BE = CD^2$$

$$\frac{ED}{AB} = \frac{PE}{PA} \quad (\triangle ABP \sim \triangle EDP)$$

$$\frac{BD}{AE} = \frac{BP}{PE} \quad (\triangle BPD \sim \triangle PEF)$$



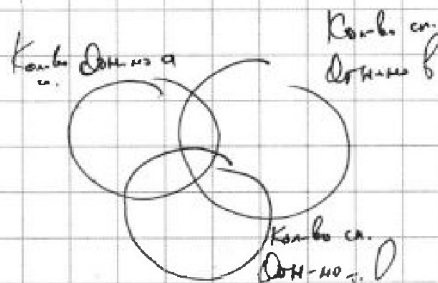
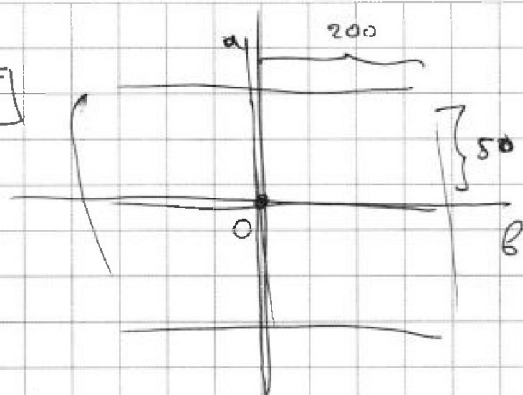
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

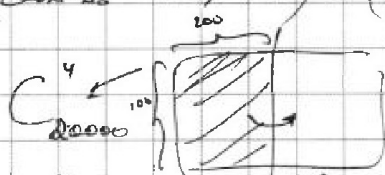
5



Надо посчитать количество способов закрасить:

$$S = (\text{Количество } a) + (\text{Количество } b) + (\text{Количество } D) - (\text{Количество } a \text{ и } b) - (\text{Количество } a \text{ и } D) - (\text{Количество } b \text{ и } D) + (\text{Количество } a, b \text{ и } D)$$

Количество a :

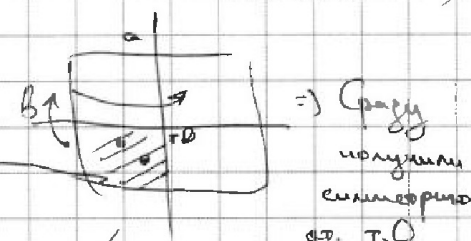
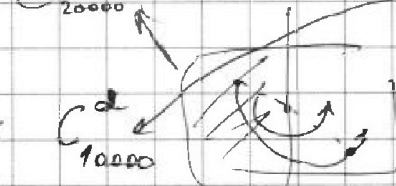


(ставим 4 точки на отрезке и делим на 3 части)

Количество b :



Количество D :



$\Rightarrow$ Сразу получили симметрично от D

Количество a, b, D и т.д.

(ставим 2 точки и выражаем)

$$\text{Количество } a, b, D = C_{10000}^2 = \text{Количество } a \text{ и } b, \text{ и т.д.} = \text{Количество } a \text{ и } D, \text{ и т.д.}$$

$$\Rightarrow S = 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2 = 3 \cdot \frac{20000!}{(20000-4)! \cdot 4!} - 2 \cdot \frac{10000!}{(10000-2)! \cdot 2!}$$

Ответ:

$$3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$$

Симметрия от a и b
применяем симметрию от D



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6

Заметим, что

$$(a-c)(b-c) = p^2, \quad p - \text{простое число}$$

⇒ Рассмотрим след. случаи

$$\textcircled{1} \begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \quad \begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \quad \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \quad c=a-1$$

$$\Rightarrow a=b$$

$$\emptyset$$

т.к. $a < b$

$$\Rightarrow (a-b) = (p^2 - 1)$$

$$\hat{0} \quad \vee \quad 0$$

$$\emptyset$$

т.к. $a < b$

$$\Rightarrow b-a = p^2 - 1$$

Заметим, что

$$p^2 - 1 : 3, \text{ если } p \not\equiv 3$$

$$\Rightarrow p \neq 3$$

по Малой т. Ферма

$$\Rightarrow b-a : 3, \text{ а это не так!}$$

(по усл.)

$$\Rightarrow p=3$$

$$\Rightarrow b-a=8$$

$$a^2 + b = 210$$

$$a^2 + a - 202 = 0$$

$$\Delta = 2809 = 53^2$$

$$\Rightarrow a_1 = 26 \Rightarrow b_1 = 34 \Rightarrow c_1 = 25$$

$$\Rightarrow a_2 = -27 \Rightarrow b_2 = -19 \Rightarrow c_2 = -28$$

Ответ: $(26; 34; 25);$
 $(-27; -19; -28).$



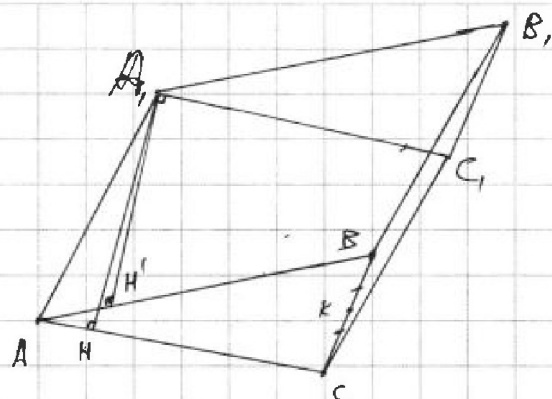
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7



Руса $S_{AA_1C_1C} = S_{AA_1B_1B} = 3$

$\triangle ABC$ - р/ст

т.к. у призм баз. грани - пер-мт, то провед. в них высоты

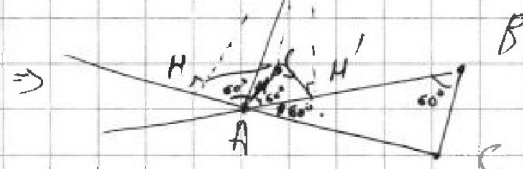
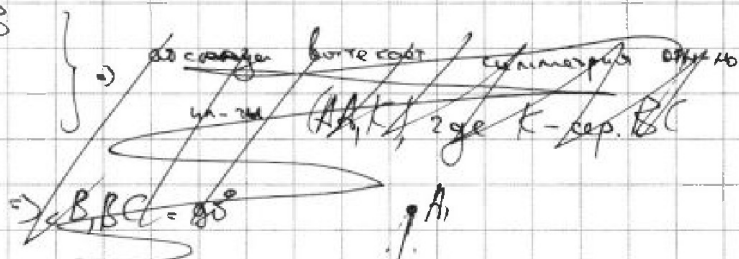
$\Rightarrow AH \cdot AC = A_1H_1 \cdot AB$

$\Rightarrow AH = A_1H_1$

$AC = \frac{2\sqrt{3}}{4} = 1$

$AC = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$AH = A_1H_1 = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{3}$



1) Если т. Н лежит н/у AC и т. Н' лежит н/у AB или т. Н' лежит н/у AC и т. Н лежит н/у AB

$\Rightarrow$ 2) Только случай, когда т. Н' лежит н/у AC

$HA = A_1H_1$ ($\triangle A_1AH = \triangle A_1A_1H_1$ - по у-у, AA_1 - общ. $HA = A_1H_1$)

Проведем $AS \perp (ABC)$

Из симметрии и рав-ва $\triangle HAS = \triangle H_1AS$

$\angle HAS = \angle SAH_1 = \frac{120^\circ - \angle BAC}{2} = 60^\circ$

$\Rightarrow BB_1C_1C$ - призма из симметрии

$\Rightarrow CC_1 \perp BC$

$\Rightarrow CC_1 = \frac{2}{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} = AA_1$

$\angle A_1H_1$ что невозможно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

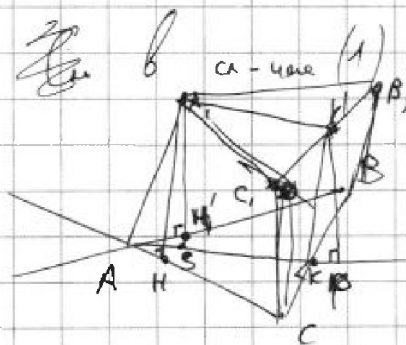
7 (Продолж.)

$$\begin{aligned} & \text{HA, HEC,} \\ \Rightarrow & \text{HS} \parallel \text{BC} \Rightarrow (\text{ASA}) \parallel (\text{BCC}_1) \\ & (\angle \text{SAH} = \angle \text{ABC}) \\ & \text{выпрям. лев.} \\ \Rightarrow & \text{A}_1\text{S} - \text{высота в } \triangle \text{CC}_1\text{B}_1\text{B} \end{aligned}$$

$$\text{A}_1\text{S} = \sqrt{3} \quad (\text{из 1 случая})$$

$$\Rightarrow \underline{V = A_1\text{S} \cdot S_{\triangle \text{ABC}}} = \sqrt{3}$$

$$\underline{\text{Ответ: } \sqrt{3}.}$$



$\text{BB}'\text{C}'\text{C}$ — вып/уп, т.е.

плоск $\text{K}'\text{P} \perp \text{BCA}$, т. $\text{K} \in \text{C}_1\text{B}_1$

$$\begin{aligned} & \text{PK} \perp \text{BC} \quad \text{и} \quad \text{K}'\text{P} \perp \text{KP} \\ & (\text{AK} \perp \text{BC}) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ по т. о 3х перпен.

$$\begin{cases} \text{K}'\text{K} \perp \text{BC} \\ \text{K}'\text{K} = \text{C}_1\text{C} \end{cases}$$

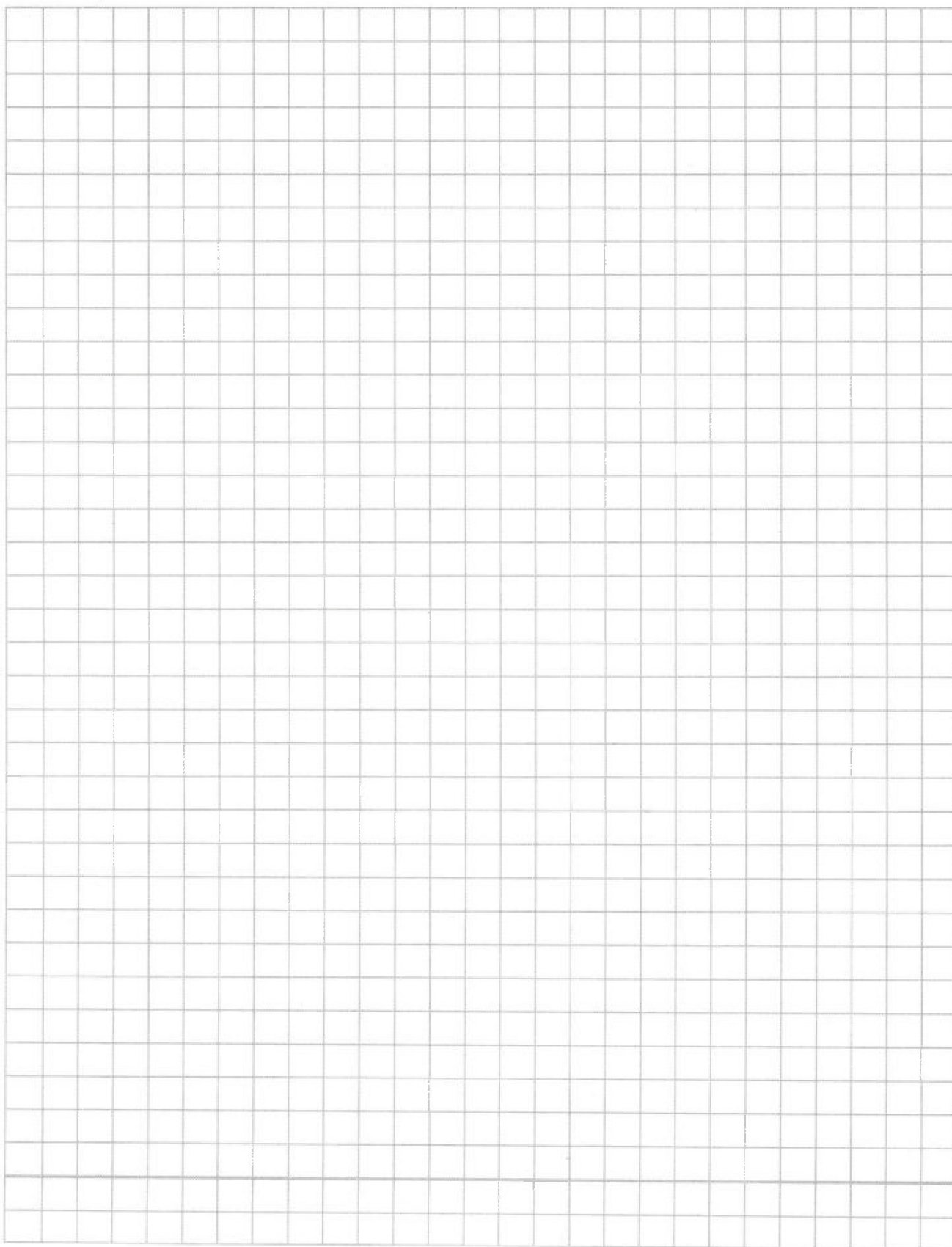


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

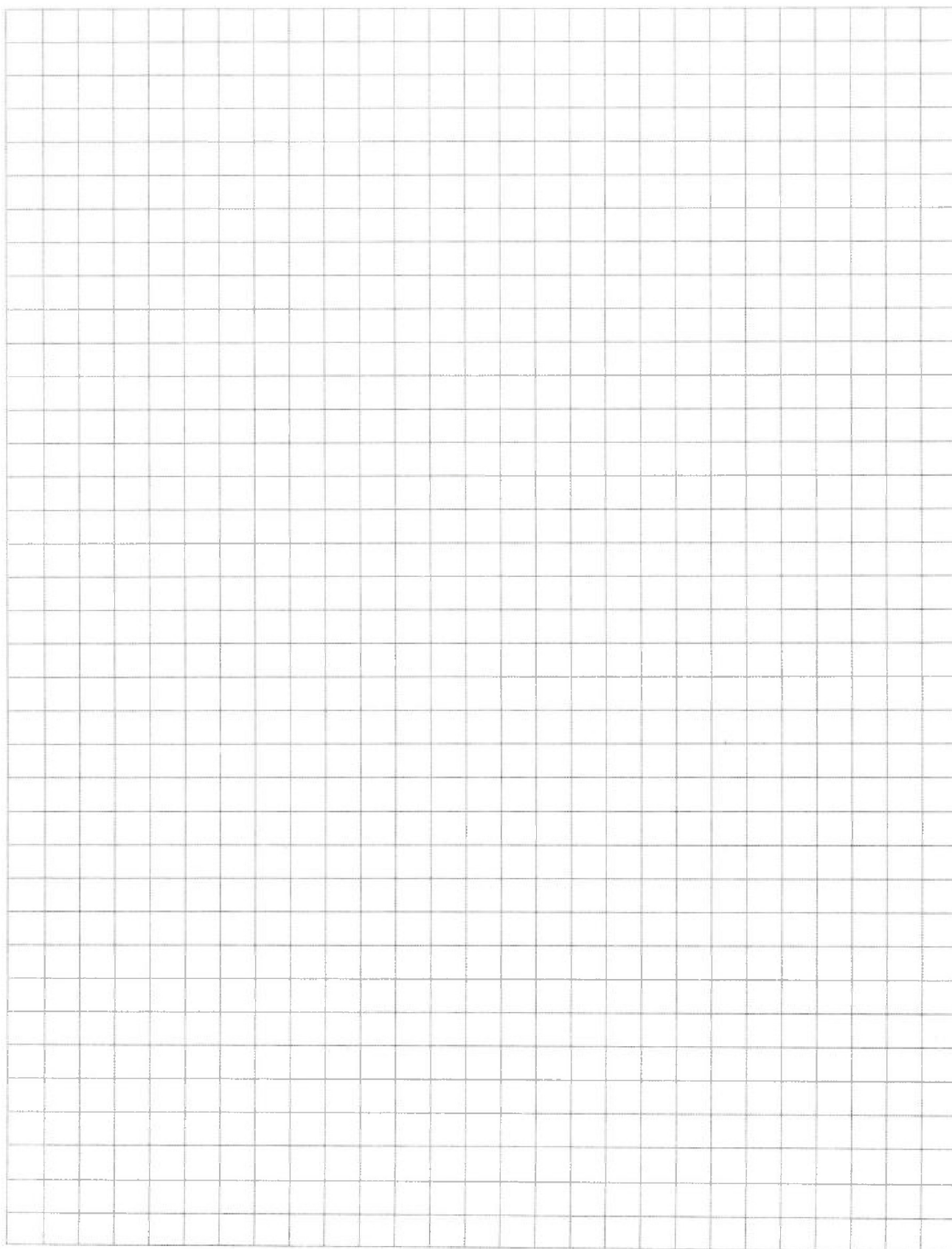
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x-4z \geq 0 \\ y-4x-x^2+z \geq 0 \\ 81-z^2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -5 \\ 4z \leq 1-x \\ 4x^2 \leq y+4 \\ (8-z)(8+z) \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 1-4z \\ 4z \leq 6 \\ (z \leq \frac{3}{2}) \end{cases} \begin{cases} x \leq 1-4z \\ -9 \leq z \leq \frac{3}{2} \\ x \leq \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$x+5 + 1-x-4z + 16 = 2\sqrt{(x+5)(1-x-4z)} + 8\sqrt{x+5} + 8\sqrt{1-x-4z} = 4y - 16x - 4z^2 + 4z$$

$$2 + 16x - 8z - 4y$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x$$

$$= \cos^3 x - 2 \cos x \sin^2 x - 2 \sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3 \cos x (1 - \cos^2 x) =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6 \left(\frac{2 \cos^2 x - 1}{2} \right) + 10$$

$$t = \cos x$$

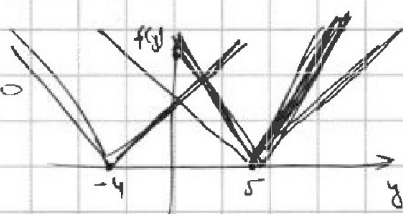
$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 6 + 12t^2 + 10$$

$$4pt^3 = 12t^2 + 12t - 4 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \quad | t = t_0$$

$$\frac{pt^3 - pt_0^3}{(pt^3 - 3t^2) - (pt_0^3 - 3t_0^2)} = \frac{pt^2 + (pt - 3)t}{2t - t_0}$$



$$pt(4t^3 - 3) + 3pt + 4t =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1)

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot q^6$$

$$b_9 = x+3 = b_1 \cdot q^8$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot q^{14}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot \left(\sqrt[4]{\frac{1}{x-6}}\right)^6$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)^4}{(x-6)^4}} = \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)^4}{(x-6)^4}}$$

$$x+3 = \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)^4}{(x-6)^4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-6)^4}}$$

$$x \leq \frac{9}{25}$$

2.3

$$x \geq 6$$

$$x+3 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}} \cdot q^2$$

$$(x+3)^2 = (x-6)^2 \cdot \frac{25x-9}{(x-6)^2}$$

$$x+3 \geq 0$$

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 9 &= (x^2 - 12x + 36) \cdot \frac{25x-9}{(x-6)^2} \\ x^2 + 6x + 9 &= \frac{25x^2 - 9x^2 - 225x + 324x}{(x-6)^2} \\ &= \frac{16x^2 - 225x + 324}{(x-6)^2} \end{aligned}$$

$$\frac{x+3}{\sqrt{(x-6)^2}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}}$$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$x^2 + 6x + 9 - 25x + 9 = 0$$

$$x(x^2 + 31) = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 + 6x - 25x + 18 = 0$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$D = 361 - 72 = 289$$

$$x_{1,2} = \frac{19 \pm 17}{2} = \begin{matrix} 18 \\ 1 \end{matrix}$$

$$\frac{18}{17} = \frac{18}{17}$$

$$\begin{matrix} x=0 \\ x=-81 \end{matrix}$$

$$x(x-6)\left(x-\frac{9}{25}\right) \geq 0$$



$$\frac{b_{17}}{b_{15}} = \sqrt{(x-6)^2} = q^2$$

$$q^2 = (x-6)^2$$

$$q = \sqrt[2]{(x-6)^2} = \sqrt{|x-6|}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+4| - 4|y-5| \leq 9$$

$$y \in (-\infty; -4):$$

$$-y-4-4y+20 = -5y+16 \geq 0$$

~~5~~

$$y \in (-4; 5):$$

$$y+4-4y+20 =$$

$$= -3y+24$$

$$\underline{9 \dots 9}$$

$$y \in (5; +\infty):$$

$$y+4+4y-20 =$$

$$= 5y-16$$

$$\underline{19 \dots 19}$$

$$y = 5$$

$$z = 0$$

$$\sqrt{-2+2\sqrt{5}+5} - \sqrt{1+2+2\sqrt{5}+4} = 2\sqrt{(3+2\sqrt{5})(2\sqrt{5}+3)}$$

$$4 = 2\sqrt{5}+3-2+2-2\sqrt{5}$$

$$-x^2-4x+5 \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+9}}{-1} = \frac{2 \pm \sqrt{13}}{-1}$$

$$x^2+4x-5$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$



$$x+5 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + 1-x = 4 \cdot (5-4x-x^2)$$

$$6 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(5-4x-x^2)$$

$$2x^2+8x-(10+3) = \sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$x+5 - 1-x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$2x^2+x-3=0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4}$$

$$\sqrt{(1-x)(x+5)} = \frac{3}{2}$$

$$x+5-x^2-5x = \frac{9}{4}$$

$$x^2+4x-5+\frac{9}{4} = 0$$

$$4x^2+16x-11 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64+44}}{4} = \frac{-8 \pm \sqrt{108}}{4}$$

$$\frac{11}{4} \sqrt{3}$$

$$49-40$$

$$2\sqrt{2} \quad 3$$

$$4.2 < 9 \quad \frac{14}{28}$$

$$11 \sqrt{3} 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

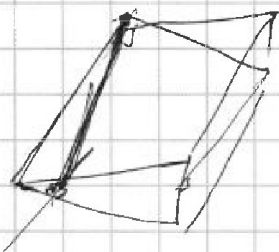
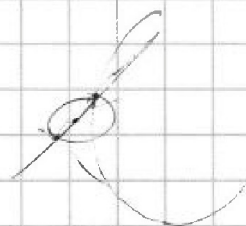
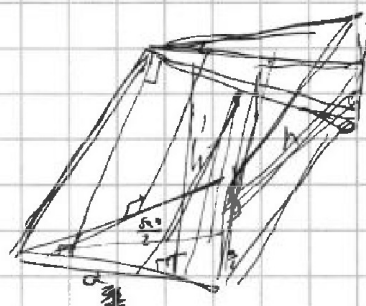
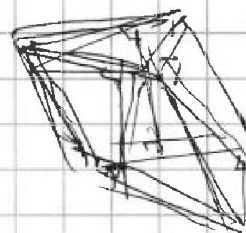
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$p = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3} = \frac{3}{t^3}$$

$$H(p, t) = 1$$

$$\frac{3+5}{6} = \frac{8}{6}$$



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = 1$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$h = \frac{1}{2} = \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$h' = \frac{3}{2} \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\rightarrow \begin{cases} a-c=1 & b-c=p^2 & (1) \\ a-c=p^2 & b-c=1 & (2) \\ a-c=p & b-c=p & (3) \end{cases}$$

$$a-c=p^2 \quad b-c=1 \quad (2)$$

$$a-c=p \quad b-c=p \quad (3)$$

$$\cancel{a=b} \quad \text{---}$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$\frac{a-b}{1} = \frac{p^2-1}{1} \Rightarrow \text{невозможно} \quad \text{---}$$

$$b-a = (p-1)(p+1)$$

$$a^2 + b - a^2 - a = (p-1)(p+1)$$

$$210 - a(a+1) = p^2 - 1$$



$$p^2 - 1 \mid (b-a)$$

$$p^2 - 1 \mid \dots$$

по Лемме
в. Ферма

$$p^2 - 1 \mid 3 \quad \text{если } p \neq 3$$

$$\Rightarrow p=3$$

$$\begin{cases} b-a=8 \\ a^2+b=210 \end{cases}$$

$$a^2 + a = 202$$

$$a^2 + a - 202 = 0$$

$$a^2 + a - 202 = 0$$

$$a_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+808}}{2} = \frac{-1 \pm 28}{2}$$

$$1 + 2308$$

$$- 2108$$

$$\frac{25}{105} = 238$$

(53)

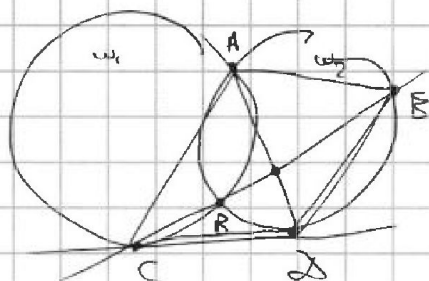


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

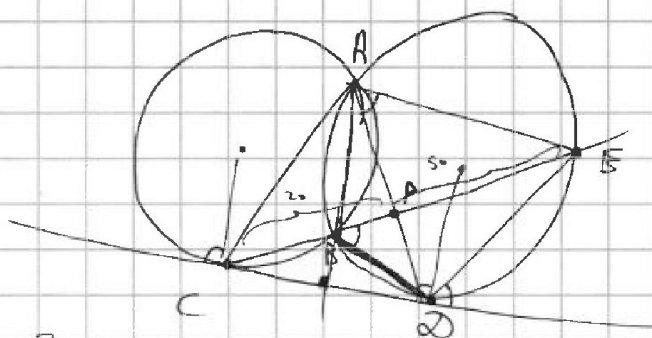
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



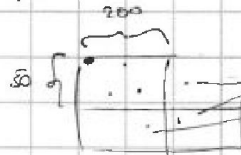
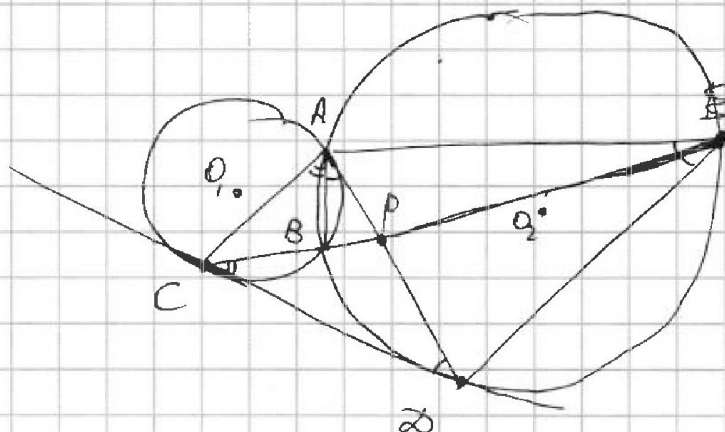
$$\frac{AD}{CE} = ?$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{2}{5}$$



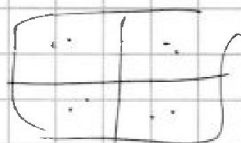
$$\frac{AB}{CE} = \frac{BP}{PE} = \frac{BD}{AE}$$

$$CB \cdot CE = CA^2$$



2000

$$C_{10000}^4 = \frac{10000!}{4! \cdot (10000-4)!}$$



$$C_{10000}^2 = \frac{10000!}{2! \cdot (10000-2)!}$$

