



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$g = \sqrt{\frac{81}{9}} \cdot \sqrt{9}$$

верно

ответ: -1; 5

$$3 = \sqrt{\frac{-9}{-64}} \cdot 8$$

верно



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$g^4 + 7 = \sqrt{15g^4 + 51}$$

$$\begin{cases} g^4 + 7 \geq 0 - \text{всегда верно} \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^8 + 14g^4 + 49 = 15g^4 + 51 \end{cases}$$

$$g^8 - 2g^4 - 2 = 0$$

$$g^4 = -1 - \text{не может быть}$$

$$g^4 = 2 \Rightarrow g = \sqrt[4]{2} \Rightarrow x = 2 + 3 = 5$$

Случай 2.2 $x = -g^4 + 3$

$$(2): -g^4 + 7 = \sqrt{\frac{-15g^4 + 45 + 6}{(-g^4)^3}} \cdot g^6$$

$$-g^4 + 7 = \sqrt{15g^4 - 51}$$

$$\begin{cases} -g^4 + 7 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^8 - 14g^4 + 49 = 15g^4 - 51 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^4 \leq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^8 - 29g^4 + 100 = 0 \end{cases}$$

$$g^4 = \begin{cases} 4 \Rightarrow x = -4 + 3 = -1 \\ 25 \end{cases}$$

$$\text{не подходит}$$

Проверка:

$$x = 5 \quad g = \sqrt[4]{2}$$

$$g = \sqrt{\frac{15 \cdot 5 + 6}{2^3}} \cdot 2^{\frac{6}{4}}$$

$$\sqrt{(15 \cdot 5 + 6)(5 - 3)} = (5 + 4) \cdot 2^{\frac{3}{4}}$$

$$x = -1 \quad g = \sqrt[4]{2}$$

$$3 = \sqrt{\frac{-15 + 6}{(-4)^3}} \cdot 2^3$$

$$\sqrt{(-15 + 6)(-4)^3} = 3 \cdot 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть q_i — i -член прогрессии

q — знаменатель прогрессии

Тогда $q_{10} = q_4 \cdot q^6$; $q_{12} = q_{10} \cdot q^2$

$$\begin{cases} x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^6 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{15x+6}{(x-3)^3} \sqrt{(15x+6)(x-3)} = (x+4) \cdot q^2 & (1) \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{15x+6}}{\sqrt{(x-3)^3}} \cdot q^6 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{q^2} \quad | \cdot q^2$$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{(x-3)^3}} \cdot q^8 - 1 \right) = 0$$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} \cdot \left(\frac{1}{(x-3)^{3/2}} \cdot q^8 - 1 \right) = 0$$

Случай 1: $x = -\frac{2}{5}$

Из (1): $0 = \left(4 - \frac{2}{5}\right) \cdot q^2 \Rightarrow q = 0$ так не бывает

Случай 2: $\frac{1}{(x-3)^3} \cdot q^8 = 1$

$$q^8 = (x-3)^3$$

$$x-3 = \pm q^4 \quad x = \pm q^4 + 3$$

Случай 2.1: $x = q^4 + 3$

$$(2): \quad q^4 + 7 = \sqrt{\frac{15q^4 + 45 + 6}{(q^4)^3}} \cdot q^6$$

$$q^4 + 7 = \sqrt{15q^4 + 51}$$

083

$$(15x+6) \cdot (x-3) \neq 0$$

$$\frac{15x+6}{x-3} = \frac{15x+6}{x-3} \cdot \frac{x-3}{x-3} = \frac{(15x+6)(x-3)}{(x-3)^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Плюс $y = 35$ $\sqrt{225 - 2^2} = 15 \Rightarrow z = 0$

(7): $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-0} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2+0}$

$\sqrt{x+7} + 6 = \frac{2\sqrt{-x^2-2x+35}}{\sqrt{5-x}}$ $\uparrow^*$

$x+7+36+12\sqrt{x+7} = -4x^2-8x+140+5x+4\sqrt{2x^2+2x+35}+4\sqrt{5-x}$

$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{-(x+1)^2+36} + \sqrt{5-x}$

Вывод 1: $x \geq -1$

$\sqrt{x+7} - 2\sqrt{-(x+1)^2+36} + \sqrt{5-x} = 0$ $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ это возрастающая и убывающая функции

$\sqrt{5-x}$

Плюс максимум 1 корень

Пусть $t = x+1$

$\sqrt{t+6} + 6 = 2\sqrt{t+6} - \sqrt{6-t} + \sqrt{6-t}$

$2\sqrt{t+6} - \sqrt{6-t} + \sqrt{6-t} - \sqrt{t+6} - 6 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$13 \quad \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$\text{Пусть } f(t) = t = \cos x \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

$$\text{Пусть } f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) = 3(2t-1)^2 \geq 0$$

т.к. $2t-1 \neq 0$

$f(t)$ - всегда возрастает:

$$\text{минимум при } t = -1 \quad f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10$$

$$\text{максимум при } t = 1 \quad f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$$

Тогда $p \in [-10; 4]$ - при этих p есть ~~хотя бы~~ хотя бы одно решение.

при $p = -10; 4$ 1 серия решений

при $p \in (-10; 4)$ 2 серии решений

ответ: при $p = -10, 4$ 1 серия решений

при $p \in (-10; 4)$ 2 серии решений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Центральная симметрия:

$$\text{Итого } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Можно разбить прямоугольник

на 2 по 150×100 поставить закрасить

4 клетки в первом; каждой клетке

в первом можно однозначно сопоставить

клетку во втором что бы сохранилась

симметрия тогда способов C_{15000}^4

~~Итого~~

2) Симметрия относительно горизонтальной средней линии: аналогично первому

случаю разовьём прямоугольник на

2 по 75×200 : (способов: C_{7500}^4)

3) Симметрия вертикальная средняя линия:

Аналогично 1 и 2 прямоугольники 150×100

способов C_{15000}^4

4) 2 симметрии сразу: заметим, что если клетки симметричны ~~по~~ какому-то двумя способами, то они симметричны и третьим.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Газовый прямоугольник на 4
по 75×100 чтобы выполнялись 3
симметрии каждой точкой клетки в
первоначальный прямоугольник должны соответ-
ствовать 3 клетки в 3х прямоугольни-
ках (соответствие однозначное) Тогда
их способов C_{7500}^2

При 1, 2, 3 симметрии мы посчитали
парную симметрию по 2 раза Тогда
Итого способов

$$3 \cdot C_{75000}^1 - 5 \cdot C_{75000}^2$$

$$\text{ответ: } 3 \cdot C_{75000}^1 - 5 \cdot C_{75000}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a, b \pmod 3$

x	x^2
0	0
1	1
2	2

p -простое число
 (1) $a \not\equiv b$
 (2) $a - b \not\equiv 0$
 (3) $(a - c)(b - c) = p^2$
 (4) $a^2 + b^2 = 820$

(4): $(\pmod 3) \quad a + b \equiv 1 \pmod 3$

случай 1: $a \equiv 0 \pmod 3$ тогда $b \equiv 1 \pmod 3$

(3): $(a - c)(b - c) \equiv -c(1 - c) = c^2 - c \equiv c - c = 0$

Тогда $p^2 \equiv 0 \Rightarrow p = 3 \quad (a - c)(b - c) = 9$

Рассмотрим случаи:

$a - c$	$b - c$
1	9
3	3
9	1
-1	-9
-3	-3
-9	-1

{ $a - c = 1$
 $b - c = 9$ } $\Rightarrow b - a = 8$ но $a \not\equiv b \pmod 3$ (1)

{ $a - c = 3$
 $b - c = 3$ } $\Rightarrow b - a = 0$ но $a \not\equiv b$

{ $a - c = 9$
 $b - c = 1$ } $\Rightarrow b - a = -8 \quad a = b + 8$

{ $a - c = -1$
 $b - c = -9$ } $\Rightarrow b - a = -8 \quad a = b + 8$

{ $a - c = -3$
 $b - c = -3$ } $\Rightarrow b - a = 0$ но $a \not\equiv b$

{ $a - c = -9$
 $b - c = -1$ } $\Rightarrow b - a = 8 \quad b = a + 8$ но $a \not\equiv b$

случай 2: $a \equiv 1 \pmod 3$ тогда $b \equiv 0 \pmod 3$

Этот случай аналогичен 1 если поменять местами a и b Итог случая то $a = b + 8$

случай 3 $a \equiv 2 \pmod 3$ тогда $b \equiv 2 \pmod 3$ но из (2) $a - b \not\equiv 0$!!

Противоречие.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐
☐
☐
☐
☐
☒
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итог всех случаев: $a = b + 8$

при $b > 0$ ~~если b~~

при $0 < b < 28$ $a + b^2 \leq 8 + 27 + 27^2 = 229 + 35 < 810$

$b = 28$ ~~$29 + 8 + 9$~~ $28 + 8 + 28^2 = 284 + 36 = 820$

подходит ~~628~~

при $b \geq 29$ $a + b^2 \geq 29 + 8 + 841 \geq 870$

при $-29 \leq b \leq 0$ $a + b^2 \leq -28 + 8 + 284 < 810$

при $b = -29$ $-29 + 8 + 841 = 810$

подходит

при $b \leq -30$ $a + b^2 > -30 + 8 + 900 > 870$

Итого $(a, b) = (36, 28); (-29, -29)$

(3): случай 1: $(36 - c)(28 - c) = 9$

$$c^2 - 64c + 36 \cdot 28 - 9 = 0$$

$$c^2 - 64c + 999 = 0$$

$$c = \begin{matrix} 37 \\ 27 \end{matrix}$$

случай 2: $(-29 - c)(-29 - c) = 9$ $(c + 29)/(c + 29) = 9$

$$c^2 + 58c + 609 = 0$$

$$c = \begin{matrix} 27 \\ 27 \end{matrix}$$

Проверка не нужна т.к. мы учли все условия

ответ: $(36, 28, 27); (36, 28, 37); (-29, -29, 27); (-29, -29, 29)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть призма

$ABC A_1 B_1 C_1$

$$S_{A_1 B_1 BC} = 4$$

$$S_{A_1 C_1 CA} = 4$$

$$S_{B_1 C_1 CB} = 5$$

AA_3 медиана в ABC

$$S_{BCC_1 B_1} = 5 = BC \cdot A_3 A_4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$A_3 A_4 = 5$$

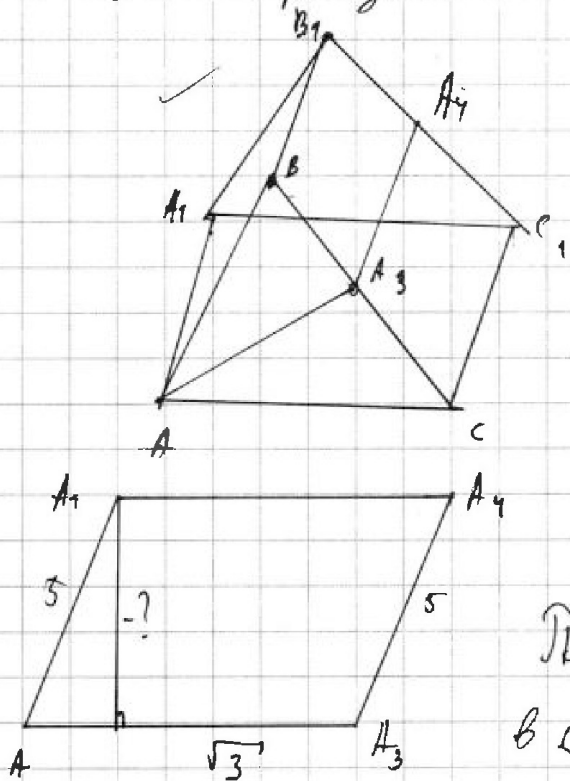
По формуле ~~медианы~~ высоты

$$\text{в } \triangle ABC \quad AA_3 = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

Призма симметрична относительно

AA_3 т.к. $S_{AB B_1 A_1} = S_{AC C_1 A_1}$

$$A_1 H = \frac{2S}{AC} = 4$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-37} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+7} \quad (1)$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad (2)$$

$$(2): (y-20)^2 + 4(y-35)^2 + 4|y-20||y-35| = 225-z^2$$

$$y^2 - 40y + 400 + 4y^2 - 280y + 55^2 + 4|y-20||y-35| = 225-z^2$$

$$5y^2 - 320y + 1400 + 4|y-20||y-35| = -z^2$$

(левая часть)

(2): случай 1. $y < 20$

$$-y + 20 - 2y + 20 = -3y + 40$$

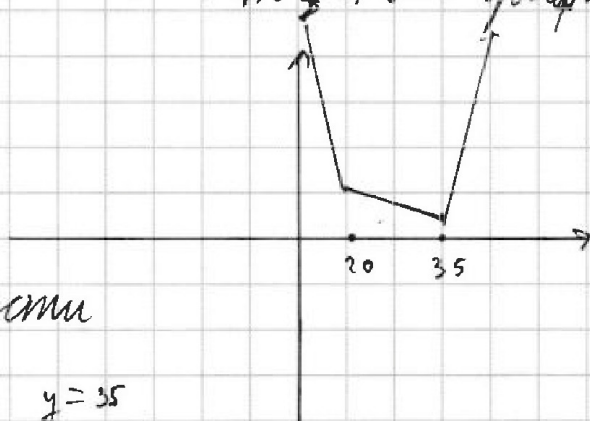
случай 2: $20 \leq y < 35$

$$y - 20 - 2y + 20 = -y$$

случай 3. $35 \leq y$

$$3y - 90$$

Схематичный график:



Минимум левой части

достигается при $y = 35$

$$\text{Тогда (2): } 15 + 2 \cdot 0 \leq |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad \sqrt{225} = 15$$

т.к. $z^2 \geq 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{-(x+1)^2 + 36} + \sqrt{5-x}$$

$$\begin{aligned} -(x+1)^2 + 36 &\geq 0 \\ 36 &\geq (x+1)^2 \\ -6 &\leq x+1 \leq 6 \\ -7 &\leq x \leq 7 \end{aligned}$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

$$-70 \leq p \leq 70 \quad -7.5 \leq x \leq 5$$

$$1053x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = p$$

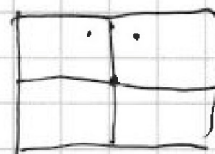
$$4t^2 - 4t + 1 \quad (2t-1)(2t+1) \quad -1 < x < 1$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 3t(-2t+1) + 4t^3 + 3$$

$$\begin{aligned} 0 < 6 &\quad +6 = 0 < 6 + 6 < 12 \\ 6 < 4 &\quad 6 < 4 < 12 \end{aligned}$$

$$2t(2t-3) + 1.5(2t-3) + 1.5 \times 3$$

$$(2t-3)(2t^2 + 1.5) = p \approx 7.5$$

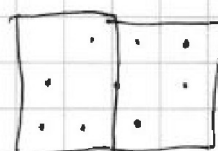
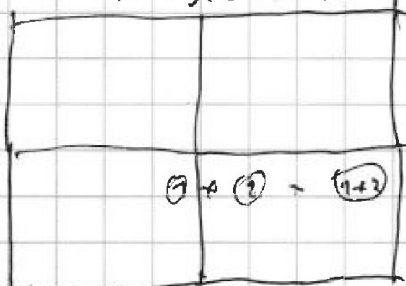


$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^3 x + 3 \cos x + 3 = p$$

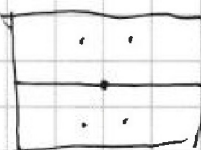
$$4x^2 + 10x + 36 - 120.5 + 12\sqrt{x+2} = 4\sqrt{17}$$

15x20
 3x7



$$\begin{aligned} 15 \cdot 20 &= 300 \\ 8 \cdot 7 &= 56 \\ 41 \end{aligned}$$

$$150 \cdot 200 + (150 \cdot 200 - 2)$$

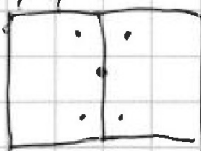


17

17

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{-(x+1)^2 + 36} + \sqrt{5-x}$$

$$\begin{aligned} 4: \sqrt{17} + 6 &= 2\sqrt{17} + 1 \\ \sqrt{17} &\approx 4.123 \\ 9 < 13 &\quad 3 < 8 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1: 3 \times 6 &= 2\sqrt{36-9} + \sqrt{3} \\ 9 &= 6\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ 9 &= 7\sqrt{3} \\ 7.7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3: \sqrt{10} \times 6 &= 2\sqrt{10} + \sqrt{2} \\ \sqrt{10} \times 6 &= 4\sqrt{5} + \sqrt{2} \\ 2 < x < 4 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x \geq -7 \\ x+3 \leq 5 \\ (x+1)^2 \leq y+z+1 \\ -15 \leq z \leq 15 \end{cases}$$

$$-7+3 \leq 5$$

$$-4 \leq 5$$

$$3 \leq 5$$

$$x \geq -7$$

$$x \geq -7$$

$$-x \leq 7$$

$$-15 \leq z \leq 15$$

$$y \geq -5$$

$$0 \leq y-15 \leq 1$$

$$0 \leq y+1 \leq 1$$

$$y \geq 14$$

$$y \geq 8$$

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{y - (x+1)^2 + 1 + z} + \sqrt{5-x-3z}$$

$$\geq 6$$

$$\geq 5$$

$$\leq 0$$

$$5-x-3z$$

$$5-5+7+15$$

$$\leq 3\sqrt{5} < \sqrt{15}$$

$$3\sqrt{36}$$

$$36$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{25-z^2}$$

$$y \geq 35$$

$$3y - 90$$

$$20 \leq y \leq 35$$

$$y-20 - 2y + 70$$

$$-y + 50$$

$$-9 \leq y \leq 20$$

$$-3y + 90$$

$$15^2 + 0 = \sqrt{15^2 - 7^2}$$

$$x \geq 2$$

$$20$$

$$15$$

$$x \leq -7$$

$$\sqrt{15} = 6 = 6 \quad 6$$

$$36$$

$$5-x \geq 0$$

$$x \leq 5$$

$$-2 \leq x \leq 5$$

$$5 \leq x$$

$$\sqrt{-2x-1+36}$$

$$0 \times 6 = 6 \times 0$$

$$\sqrt{36} + 6 \geq 6 \geq 0$$

$$3: \sqrt{70} + 6 = 2\sqrt{20} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{70} + 6 = 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$4: \sqrt{15} + 6 \geq 2\sqrt{11} + 1$$

$$1: 2\sqrt{2} + 6 = 2\sqrt{32} + 4$$

$$2\sqrt{2} + 6 = 8\sqrt{2} + 4$$

$$2 = 6\sqrt{2}$$

$$0: \sqrt{2} + 6 = 2\sqrt{35} + \sqrt{3}$$

$$5: 2\sqrt{3} + 6 = 2 \cdot 0 + 0$$

$$-1: \sqrt{6} + 6 = 12 + \sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

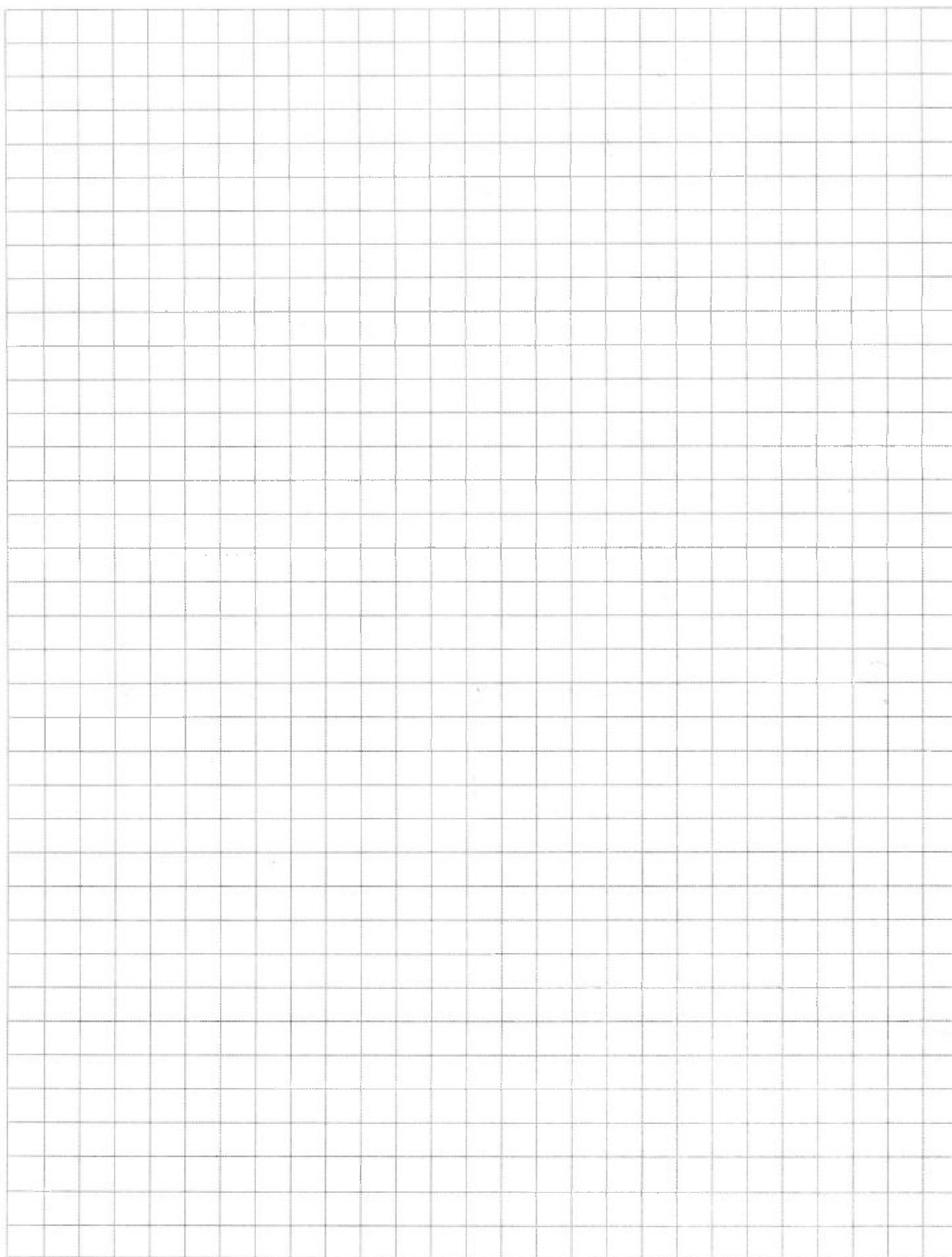
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$q_{10} = x+4$$

$$q_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$q_{10} = q_4 \cdot q^6$$

$$x+4 = \frac{\sqrt{15x+6}}{x-3}$$

$$q_{12} = q_{10} \cdot q^2$$

$$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos(x+2x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x =$$

$$= \cos x (\cos 2x - \sin x \cdot 2 \cdot \sin x) = \cos x (2\cos^2 x - 1 - 2(1 - \cos^2 x)) =$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 1 - 2 + 2\cos^2 x) = \cos x (4\cos^2 x - 3) = \cos x (2\cos^2 x - 3\cos x)$$

$$CT = 8x \quad T = 25x$$

$$\pm q^4 = \frac{1}{2}x - 3$$

$$x = \pm q^4 + 6$$

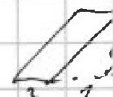
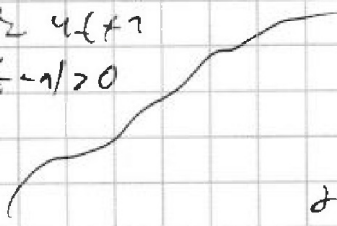
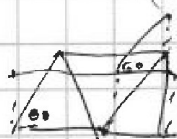
-1

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

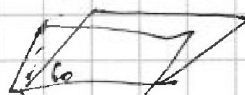
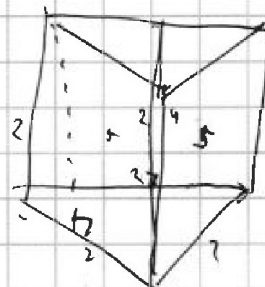
$$f(t) = 12t^2 - 12t + 3$$

$$4t^2 - 4t + 1$$

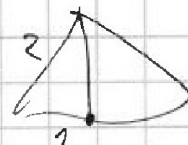
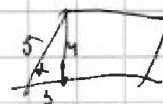
$$(2t-1)^2 > 0$$



$$\delta = a \sin \frac{\gamma}{5}$$



$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 21 \\ \hline 29 \\ 58 \\ \hline 609 \\ 203 \cdot 3 \\ 29 \cdot 2 \cdot 3 \\ 29 \cdot 21 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3(2 \cos^3 x - 1) + p \quad 3 \text{ т.к.}$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 - p = 0 \quad x \in [-\pi; \pi]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0 \quad f(x) = 2\sqrt{(x+1)^2 + 36} + \sqrt{5-t} - \sqrt{5-t} - 6$$

$$15y^4 + 57$$

$$x+1=f$$

$$\sqrt{t+6} + 6 = 2\sqrt{36-t^2} + \sqrt{6-t}$$

$$\cos 3x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 - p = 0 \quad \sqrt{t+6} + 6 = 2\sqrt{36-t^2} + \sqrt{6-t}$$

$$\begin{array}{r} (15-7)(15+7) \quad \times 35 \\ \hline + 175 \\ \hline 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

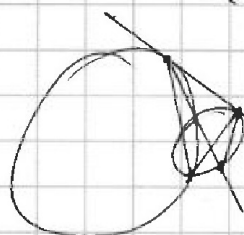
$$(x^2+1) \rightarrow$$

$$(x^2+1) \leq 1+y \neq 7$$

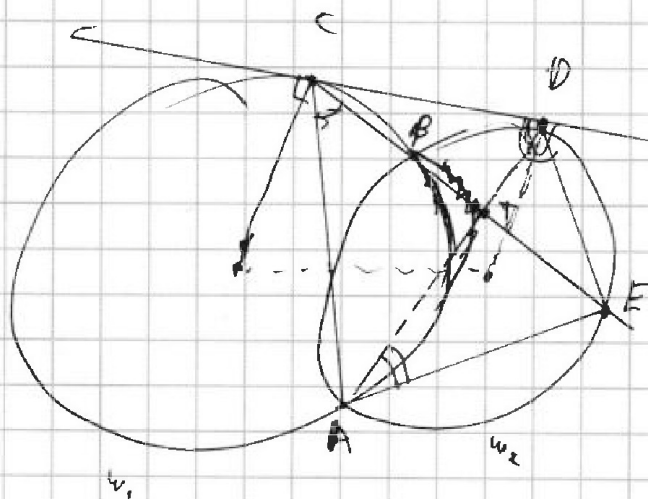
$$2ab + b - a - 6 \geq 0$$

$$b(2a+1)$$

$$t \in [-6; 6]$$



$$\begin{aligned} (2a+1)(b-\frac{1}{2}) \\ 2ab + b - a + \frac{1}{2} &\geq 0 \rightarrow b \\ &= -\frac{1}{2} - b \\ (2a+1)(b-\frac{1}{2}) &\geq -\frac{11}{2} \end{aligned}$$



$$\frac{CT}{ET} = \frac{9}{25}$$

$$\begin{aligned} (2a+b+1)(b+1) \\ 2ab + b^2 + b + 1 \end{aligned}$$

$$t := t+6$$

$$2\sqrt{t+12} \cdot \sqrt{t+1} + \sqrt{t+12} - \sqrt{t+12} - 6 \geq 0$$

$$2ab + a - b - 6 \geq 0$$

$$2a(2(ab-6) + a - b) \geq 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

