



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



- ✓1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.
2. [4 балла] Решите систему уравнений
- $$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$
- ✓3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение
- $$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$
- имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .
- ✓4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
- ✓5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
- ✓6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 710$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

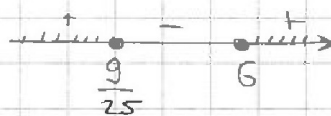
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи № 1.

ОДЗ

$$\begin{cases} X_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = X_1 \cdot q^6 \\ X_9 = x+3 = X_1 \cdot q^8 \\ X_{15} = \sqrt{\frac{(25x-9)^7}{(x-6)^3}} = X_1 \cdot q^{14} \end{cases}$$



$$x \in (-\infty, \frac{9}{25}] \cup [6, +\infty)$$

$$X_7 \cdot X_{15} = \frac{25x-9}{x-6} > 0 \text{ по ОДЗ}$$

$$X_7 \cdot X_{15} = X_1^2 \cdot q^{10} = X_{11}^2$$

$$X_{11} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}} \quad \text{или} \quad X_{11} = -\sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

Значит $9-25x > 0 \Rightarrow x < \frac{9}{25}$

$$X_{11} = X_1 \cdot q^{10}$$

$$X_7 \cdot X_{11} = 9-25x = X_9^2$$

$$X_7 \cdot X_{11} = X_1^2 \cdot q^{16} = X_9^2$$

проверим
случай на
след стр

$$X_7 \cdot X_{11} = 25x-9$$

$$X_9 = \sqrt{25x-9}$$

$$X_9 = -\sqrt{25x-9}$$

$$\begin{aligned} 25x-9 &> 0 \\ 25x &> 9 \\ x &> \frac{9}{25} \end{aligned}$$

При этом в условии сказано, что $X_9 = x+3$

$$x+3 < 0$$

1) $x+3 = \sqrt{25x-9} \quad x+3 > 0 \quad x > -3$

2) $x+3 = -\sqrt{25x-9} \quad x < -3$

$$x^2+6x+9=25x-9 \quad x > -3$$

$$x^2+6x+9=25x-9$$

$$x^2-19x+18=0$$

$$x^2-19x+18=0$$

те же корни

$$\begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases} \text{ не подходит по ОДЗ}$$

не подходит

$$\begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases}$$

корень $x=1$, но

подходит $x=18$

предотв на след стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение ~~продолжение~~ №1
продолжение второго случая
 $x_9 = \sqrt{9 - 25x}$

$$(x+3)^2 = 9 - 25x$$

$$x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x(x+31) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -31 \end{cases} \text{ переходим по ДДЗ}$$

Ответ : -31; 0; 18

$$9 - 25x > 0$$
$$x < \frac{9}{25}$$

или $x = 0$

$$x_1 = \sqrt{54}$$

$$x_2 = 3$$

$$x_{15} = \frac{\sqrt{-9}}{\sqrt{-216}} = \frac{3}{6\sqrt{6}} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{\sqrt{54} \cdot 3}{3} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \cdot \frac{3}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{6\sqrt{54}}{5} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{2\sqrt{54}}{2} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{2\sqrt{54}}{2} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{2\sqrt{54}}{2} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{54}} = \frac{1}{2\sqrt{6} \cdot 3}$$

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3 = \left(\frac{x_{15}}{x_2}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи № 3.

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x \quad ; \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$4p \cos^3 x - \cancel{3p \cos x} + \cancel{3p \cos x} + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$4p \cos^3 x + \cancel{3p \cos x} - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0 \quad | : 4$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

если $p=0$, то ур-ние примет вид:

$$3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$$

$D = 9 - 4 \cdot 3 < 0$, $a = 3 > 0$, сл-но корней нет
при $p=0$ - корней нет

$$pz^3 - 3z^2 + 3z - 1 = 0$$

Заменим $\cos x = z$ и получим $py^3 - 3y^2 + 3y - 1 = 0$

Мы получили кусочек функции третьей степени, значение может принимать только при $z \in [-1; 1]$ функции: $pz^3 - 3z^2 + 3z - 1 = y$

Известно, что при $z=0$ значение выражения равно -1

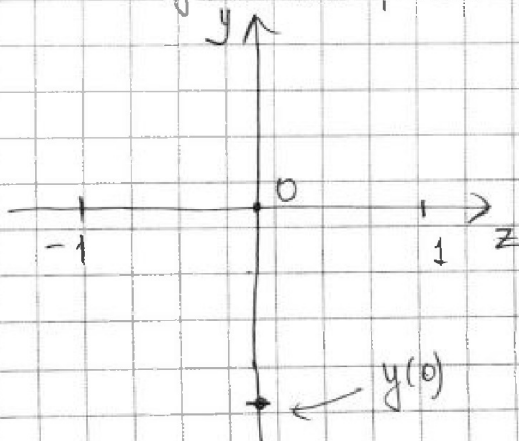
$$y(0) = -1$$

Уравнение не может иметь больше 3 корней

$$y(1) = p - 3 + 3 - 1 = p - 1$$

$$y(-1) = -p - 3 - 3 - 1 = -p - 7$$

см продолжение на след стр.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи №3.

$$y(-1) < 0$$

$$-p-7 < 0$$

$$p > -7$$

$$y(-1) > 0$$

$$p > -7$$

$$y(1) < 0$$

$$p-1 < 0$$

$$p > -1$$

$$y(1) > 0$$

$$p < -1$$



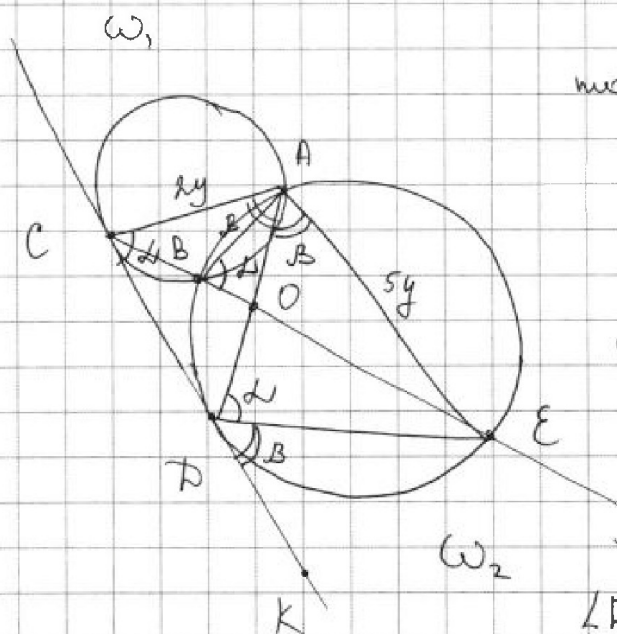
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи № 4



Пусть $\angle ADE = \alpha$,
то $\angle ABE = \alpha$, так
вписанный, опирающийся
на одну дугу.

Тогда $\angle CBA = 180 - \angle ABE =$
 $= 180^\circ - \alpha$,
 $\angle CA = 360 - 2\alpha$, сн-по
 $\angle AC = 2\alpha$ и
 $\angle ACD = \alpha$

Пусть $\angle EDK = \beta$, тогда
 $\angle DAE = \beta$, так вписанный,
который опирается на одну
дугу.

$\angle ADK = \alpha + \beta$, $\angle DCA = \alpha$, а т.к. ~~$\angle DCA = \alpha$~~
то $\angle CAD = \beta$, сн-по AO -бис-са в $\triangle ACE$, а т.к.
по условию $CO : OE = 2 : 5$, то по св-ву бис-сы

$AC : AE = 2 : 5$, тогда пусть $AC = 2y$, а $AE = 5y$.

К тому же заметим, что $\triangle DCA \sim \triangle EDA$
(по двум углам)

Сн-по $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AD}$, то есть

$\angle DCA = \angle ADE$ и
 $\angle CAD = \angle DAE$

$$AD^2 = AE \cdot AC = 10y^2$$

$$AD = y\sqrt{10}$$

А еще из подобия известно, что $\frac{ED}{AD} = \frac{AE}{AD} = \frac{5y}{y\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

$ED : AD = \sqrt{10} : 2$ Ответ $\frac{\sqrt{10}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

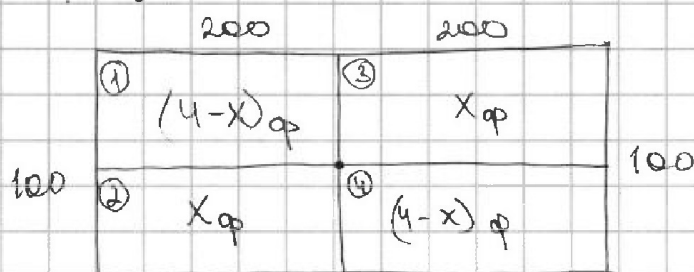
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5



Центр прямоугольника
это точка пересечения
средних линий

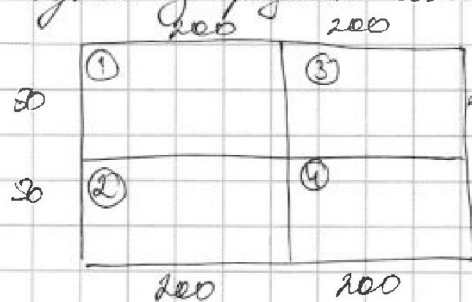
1) если получается центральная симметрия, то
это значит, что в части ③ получается
отраженный участок ②, а в части ① - участок ④

Это значит, что мы считаем количество
способов разместить 4 фишки на двух частях,
т.к. $(① + ② = ③ + ④)$ и $(① = ④)$ и $(③ = ②)$

Количество способов разместить 4 фишки на
прямоугольнике 100 на 200 равно:

$$\frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

2) если получается симметрия относительно
одной из средних линий, то



количество способов разместить
4 фишки в прямоугольнике
200 на 100 или 50 на 400
равно. А если численно, то

$$\frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4 \cdot 3 \cdot 2}$$

и нужно упростить на 2, т.к. 2 средних линии.
то есть получим $20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997 \cdot \frac{1}{120}$
или продолжим на следующий лист



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

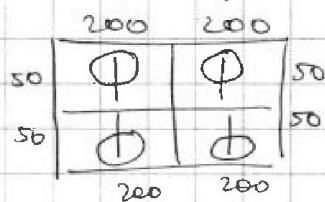
СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) если симметричны совпадают, то это значит, что рисунок одинаковый, просто расположен по-разному.

Например:



Тогда нужно посчитать кол-во способов поставить 2 фишки в прямоугольнике 50 на 200

Ано равно:

$$\frac{10000 \cdot 9999}{2}$$

Итого:

$$\frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{8} - \frac{10000 \cdot 9999}{2}$$

$$2500 \cdot 1999 \cdot 19998 \cdot 19997 - 5000 \cdot 9999$$

Отв: 2500 \cdot 1999 \cdot 19998 \cdot 19997 - 5000 \cdot 9999



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение Задачи №6

Есть такие условия:

- $a < b$
- число $b - a \not\equiv 3$
- $(a - c)(b - c) = q^2$, где q - простое число
- $a^2 + b = 710$

Т.к. $b - a \not\equiv 3$, то у a и b разные остатки при делении на 3.

Также обратимся к четвертому условию $a^2 + b = 710$
 $710 \equiv 2 \pmod{3}$

Число b в квадрате может иметь только остатки 0 и 1 по модулю 3.

Теперь посмотрим какие остатки могут иметь a и b

a	b	$a^2 + b$ (должно быть 2)
0	1	1
1	0	1
2	0	1
0	2	2 (+)
1	2	0
2	1	2 (+)

Не рассматриваем равные, т.к. a и b имеют разные остатки по модулю 3.

Значит 2 варианта:

- 1) $a \equiv 0 \pmod{3}$ и $b \equiv 2 \pmod{3}$
- 2) $a \equiv 2 \pmod{3}$ и $b \equiv 1 \pmod{3}$

См. продолж. на след стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N^o 6 (продолжение)

$$(a-c)(b-c) = q^2, \text{ где } q - \text{простое}$$

Значит либо $(a-c) = (b-c)$, либо одна из скобок равна 1, а другая q^2

1) $a-c = b-c$

$a = b$, не может быть, так $a < b$ по усл.

2) $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = q^2 \end{cases} \Rightarrow c = a-1, \text{ тогда } b-a+1 = q^2$

подставим возможные остатки

• $a \equiv 0 \pmod 3, b \equiv 2 \pmod 3$

$$2 - 0 + 1 = 3$$

значит $q^2 : 3$, а точнее

$$q^2 : 9, \text{ а так}$$

q -простое, то может быть только $q = 3$.

$$\begin{cases} b-a+1 = 9 \\ a^2+b = 710 \end{cases}$$

$$b = a+8$$

$$a^2 + a + 8 = 710 \Rightarrow a^2 + a - 702 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 702 = 2809 = 53^2$$

$$a = \frac{-1 \pm 53}{2} \quad \begin{cases} a_1 = -27 \\ a_2 = 26 \end{cases}$$

Получились тройки

$$(-27, -19, -28)$$

$$(26, 34, 25)$$

Но вторая пара не подходит потому что $a \equiv 2 \pmod 3, b \equiv 1 \pmod 3$ см продолжение на след стр.

тогда $\begin{cases} b = -19 \\ b = 34 \end{cases}$

$$\begin{cases} c = -28 \\ c = 25 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N^o 6 продолжение.

$$\bullet a \equiv 2 \pmod{3} \text{ и } b \equiv 1 \pmod{3}$$

$$1 - 2 + 1 = q^2$$

$$1 - 2 + 1 = q^2$$

$$q \equiv 0 \pmod{3}, \text{ аналогичная ситуация.}$$

получаются не те корни, только теперь

тройка $(-27; -19; -28)$ - не подходит, т.к. $a \equiv 0 \pmod{3}$

а тройка $(26; 34; 25)$ - подходит.

$$3) \begin{cases} a - c = q^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow c = b - 1, \text{ тогда } a - b + 1 = q^2$$

Также как и во втором пункте проверим остатки

$$a - b + 1 = q^2$$

$$1) a \equiv 2 \pmod{3} \text{ и } b \equiv 1 \pmod{3} \quad 2 - 1 + 1 = 2, \text{ квадрат не может иметь остаток } 2 \text{ по модулю } 3$$

не подходит

$$2) a \equiv 0 \pmod{3} \text{ и } b \equiv 2 \pmod{3}$$

$$0 - 2 + 1 = -1 \text{ или иначе } 2, \text{ чему тоже не может быть.}$$

В итоге подходит 2 тройки $(-27; -19; -28)$ и $(26; 34; 25)$

Ответ $(-27; -19; -28)$ и $(26; 34; 25)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

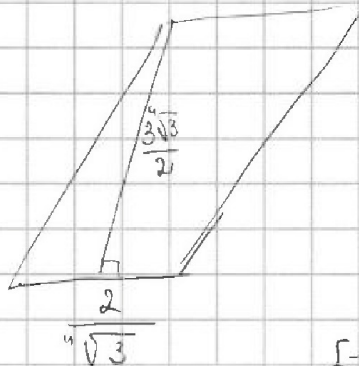
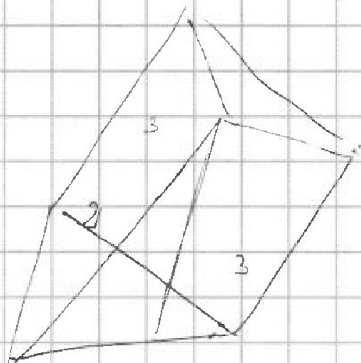
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_{11} = \frac{25x-9}{x-6} \times \frac{\sqrt{25x-9}}{15 \sqrt{x-6}}$$



$$\begin{aligned} & [-9, 9] \\ & \times [-5, +\infty] \\ & (1) \end{aligned}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$\begin{aligned} & -4 \quad 5 \end{aligned}$$

$$x_2 = \sqrt{(5x-9)(x-6)}$$

$$\begin{aligned} & y+4 + 4y-20 \\ & 5y-16 = \sqrt{81-z^2} \\ & \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -y-4-4y+20 \\ & -5y-16 = \sqrt{81-z^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & y+4 - 4y+20 \\ & -3y+24 = \sqrt{81-z^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{1-x-4z} \\ & 1-x-4z > 0 \\ & x+4z < 0 \end{aligned}$$

$$(x+2)^2 - 4 + y + z$$

$$-21-x + 3 \cdot 4z$$

$$x_2 = x_1 \cdot q^6$$

$$x_{15} = x_1 \cdot q^{14}$$

$$\frac{x_{15}}{x_1} = q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$q^4 = \frac{1}{(x-6)}$$

$$(x-6)^2 (x-3)$$

$$\begin{aligned} & 580+140+49 \\ & 620+49 \\ & 729-19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 580+120+36 \quad 676 \\ & 640+76 \end{aligned}$$

$$x_8 = \sqrt{\frac{(25x-9)^3}{(x-6)^3}}$$

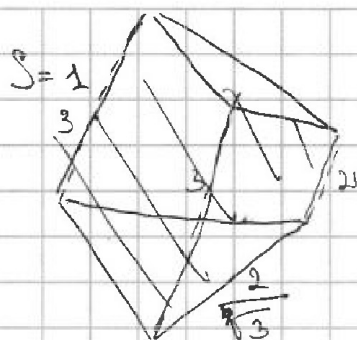


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

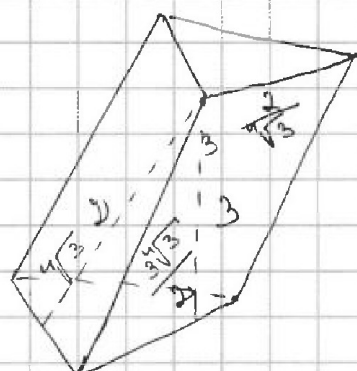
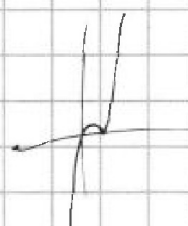


$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{2} > 0$$

$$\frac{a \cdot a \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = 1$$

$$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$$

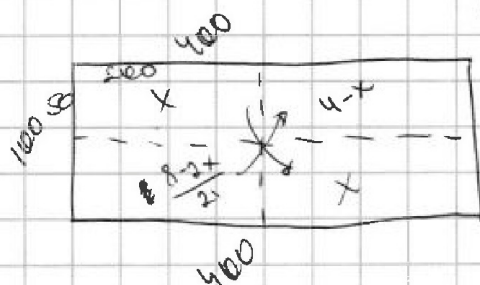


$$h_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 3$$

$$h_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

φ	φ
φ	φ

$$h_2 = \frac{2\sqrt[4]{3}}{2} = \sqrt[4]{3}$$



$$1) (50 \cdot 2000 \cdot 100000)$$

φ	φ
φ	φ

φ	φ
φ	φ

$$\frac{10000 \cdot 9999 \cdot 9998}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 2$$

$$2) \left(\frac{10000 \cdot 9999}{2} \cdot \frac{10000 \cdot 9999}{2} \right) \cdot 2$$

$$\frac{10000^2 \cdot 9999 \cdot 9998}{3 \cdot 4}$$

$$+ \frac{10000^2 \cdot 9999^2}{2} -$$

$$\frac{10000 \cdot 9999}{2}$$

$$\text{Пб. } 10000^2 \cdot 3333 \cdot 9998 + 5000 \cdot 10000 \cdot 9999^2 - 5000 \cdot 9999$$

$$\frac{10000}{16} \cdot 8 = 2500$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \quad \begin{matrix} 25 \\ \times 18 \\ \hline 450 \end{matrix}$$

$$a < b$$

$$b - a \not\equiv 3$$

$$(a - c)(b - c)$$

$$a^2 + b = 710$$

(2)

2 умнож.

$$(a - c)(b - c)$$

$$a - c = b - c$$

$$a = b$$

$$\begin{cases} a - c = q^2 \\ b - c = 1 \end{cases}$$

$$a - b + 1 = q^2$$

$$c = b - 1$$

$$b = c + 1$$

$$\begin{cases} b - c = q^2 \\ a - c = 1 \end{cases}$$

$$a = c + 1$$

$$c = a - 1$$

$$\begin{cases} b - a + 1 = q^2 \\ a - b + 1 = q^2 \end{cases}$$

$$2 \quad 0$$

$$b - a + 1 = q^2$$

$$\begin{matrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 - 2 + 1 \\ 0 - 2 + 1 \\ 2 - 1 + 1 \end{matrix}$$

$$q = 3$$

$$1 - 2 + 1 = q^2$$

$$2 - 1 + 1$$

$$(27; -19; -20)$$

$$(26; 34; 33)$$

$$(-27; -19; -17)$$

$$(26; 34; 35)$$

$b \neq a$ разность от 1 по mod 3.

$$\sqrt{441 \cdot 12}$$

$$42\sqrt{3}$$

$$a$$

$$0$$

$$1$$

$$2$$

$$2$$

$$1$$

$$0$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$b$$

$$1$$

$$0$$

$$1$$

$$0$$

$$2$$

$$2$$

$$a^2 + b$$

$$1$$

$$1$$

$$(2)$$

$$1$$

$$3$$

$$(2)$$

$$\sqrt{12^3}$$

$$12 \sqrt{\frac{441}{12}}$$

$$12 \sqrt{\frac{7}{4}}$$

$$a$$

$$2$$

$$3$$

$$4$$

$$5$$

$$6$$

$$7$$

$$8$$

$$9$$

$$10$$

$$11$$

$$12$$

$$13$$

$$14$$

$$15$$

$$16$$

$$17$$

$$18$$

$$19$$

$$20$$

$$21$$

$$b$$

$$a^2 + b$$

$$\begin{cases} b - a + 1 = 9 \\ a^2 + b = 710 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b - a = 8 \\ a^2 + b = 710 \end{cases} \quad b = a + 8$$

$$a^2 + a + 8 = 710$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$D = 1 + 2808 = 53^2$$

$$2809$$

$$\begin{array}{r} \times 53 \\ \times 53 \\ \hline 159 \\ 559 \\ \hline 329 \\ 2809 \\ \hline 188 \end{array}$$

$$-1 \pm 53$$

$$a = -27$$

$$a = 26$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin x \cos x \sin x = 2\cos^3 x - \cos x - 2\sin^2 x \cos x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x (1 - \cos^2 x) = 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x =$$

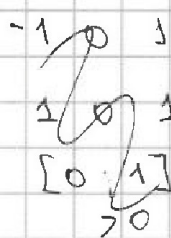
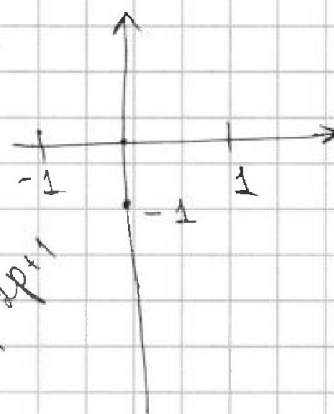
$$-p - 3 - 3 - 1 \quad p - 3 + 3 - 1 \quad p - 1 = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4)\cos x = 6(2\cos^2 x + 1) + 10.$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 3p\cos x + 12\cos x = 12\cos^2 x + 6 + 10.$$

$$4p\cos^3 x - 12\cos^2 x + 12\cos x - 16 = 0$$

$$p\cos^3 x - 3\cos^2 x + 3\cos x - 4 = 0.$$



$$[-6; 0]$$

$$[-3; 3] + \sqrt{0} = 0.$$

$$[-p$$

$$[-3; 0]$$

$$[-3; 3]$$

$$\cos x = 1$$

$$-3 + 3 - 1$$

$$\cos x = 0$$

$$py^3 - 3y^2 + 3y + 1 = 0.$$

$$py^3 - 3y^2 + 3y + 1 = 0.$$

$$3\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 3 =$$

$$3py^2 - 6y + 3$$

$$py^2 - 2y + 1$$

$$\Delta = 4 - 4p = 4(1-p)$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{4(1-p)}}{2p}$$

$$p^4 - 3p^2 + 3p - 1 = 0.$$

$$(p^4 - 1) - 3p(p-1) = 0.$$

$$(p^2 - 1)(p^2 + 1) - 3p(p-1) = 0.$$

$$(p-1)(p^2+1)(p+1) - 3p(p-1) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$X_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

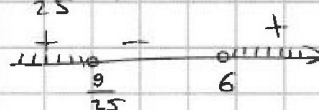
$$X_9 = x+3$$

$$X_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$\frac{X_9}{X_7} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = q^2$$

$$\frac{X_{15}}{X_9} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{x-6}(x+3)} = q^6$$

$$x = \frac{9}{25} \quad x = 6$$



ОДЗ:

$$\frac{(x+3)^3}{(\sqrt{25x-9}(x-6))^4} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{x-6}(x+3)}$$

$$\frac{(x+3)^3}{\sqrt{(25x-9)^3(x-6)^3}} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{x-6}(x+3)}$$

$$(25x-9)^2 \sqrt{(x-6)^3} = (x+3)^4 \sqrt{x-6}$$

$$(25x-9)^2 (x-6) = (x+3)^4$$

$$X_{11} = \sqrt{X_7 \cdot X_{15}} = \frac{25x-9}{x-6}$$

$$(625x^2 - 9 \cdot 25 \cdot 2x + 81)(x-6) = (x^2 + 6x + 9)^2$$

$$\frac{X_{11}}{X_9} = \frac{X_7}{X_9}$$

$$X_7 = X_1 \cdot q^6$$

$$X_9 = X_1 \cdot q^8$$

$$X_{15} = X_1 \cdot q^{14}$$

$$\frac{X_7 \cdot X_9}{X_{15}} =$$

$$\frac{\frac{25x-9}{x-6}}{x+3} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$= \frac{(x-6)^2}{(x-3)} = X_1$$

$$(x+3)^2 = \frac{\sqrt{(25x-9)^3}}{\sqrt{(x-6)}}$$

$$X_6 = \frac{(25x-9)(x-6)}{(x-3)^3}$$

$$625x^3 - 450x^2 + 81x - 6 \cdot 625x^2 + 450 \cdot 6x - 81 \cdot 6 = x^4 + 6x^3 + 9x^2 + 6x^3 + 36x^2 + 54x + 9x^2 + 54x + 81$$

$$x^4 + x^3(6+6-625) + x^2(450+6 \cdot 625+9+36+9) + x(54+54-81-450 \cdot 6) + 181 \cdot 6 + 81 = 0$$