



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = 2-x$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\text{Ограничения: } (25x+34)(3x+2) \geq 0$$

$$\frac{25x+34}{(3x+2)^3} \geq 0$$

$$(3x+2)^3 \neq 0$$

Итого:

$$\frac{-34}{25} \quad \frac{-2}{3} \rightarrow x$$

b_i - i -ый член геом. прогрессии

$$\frac{b_2}{b_1} = q$$

Тогда $b_{18} = q^8 \cdot b_{10}$

$$\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = q^8 \cdot \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$q^8 = \sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^4 (25x+34)}} = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

Можно считать, что $25x+34 \neq 0$, т.к.

$25x+34 \neq 0$, т.к. Тогда $b_{10} = 0$, $b_{12} = 2 + \frac{34}{25}$, $b_{18} = 0$ эти члены не являются членами геом. прогрессии

1 случай: $x > -\frac{2}{3}$ Тогда $q = \pm \sqrt[8]{\frac{1}{(3x+2)^4}} = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{3x+2}}$

$$b_{12} = q^2 \cdot b_{10}$$

$$2-x = \sqrt{\frac{1}{3x+2}} \cdot \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$2-x = \sqrt{25x+34}$$

$$\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 4+x^2-4x = 25x+34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x^2-29x-30=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x=30 \\ x=-1 \end{cases}$$

$x=-1$ не удовлетворяет $x > -\frac{2}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 шаг: $x < \frac{-34}{25}$ Тогда $a = \pm \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^2}} = \pm \sqrt{\frac{1}{-(3x+2)}}$

$$2-x = \sqrt{\frac{1}{-(3x+2)}} \cdot \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$2-x = \sqrt{-(25x+34)}$$

$$\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 4+x^2-4x = -25x-34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x^2+21x+38=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

-19, -2 удовлетворяют

Ответ: -19; -2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3x-22} + 2 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

1) Рассмотрим $f(y) = |y+2| + 2|y-18|$

При $y \in (-\infty; -2]$ $f(y) = -3y + 34$

При $y \in [-2; 18]$ $f(y) = -y + 38$

При $y \in [18; +\infty)$ $f(y) = 3y - 34$

Заметим, что при $y \in (-\infty; 18]$ $f(y)$ монотонно убывает, а при $y \in [18; +\infty)$ $f(y)$ монотонно возрастает.

Значит, ~~минимум~~ минимум функции $f(y)$ достигается при $y = 18$
 $f(18) = 20$

2) Рассмотрим $f(z) = \sqrt{400-z^2}$

Ограничение: $z \in [-20; 20]$

$z^2 \geq 0$

Значит, $400 - z^2 \leq 400 \Rightarrow \sqrt{400 - z^2} \leq 20$

$f(z) = 20$ при $z = 0$

Значит, максимум $f(z)$ равен 20

3) $|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$

Левая часть не ~~меньше~~ меньше 20, а правая часть не больше 20.

Значит, равенство достигается только тогда, когда обе части равны 20.

Значит, $y = 18, z = 0$

1) Найдём x

см. страницу 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2 \cdot 0} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2+0}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

Ограничение: $x \geq -6$

$$x \leq 3$$

$$(x+6)(3-x) \geq 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 \geq 0$$

Тогда $x \in [-6; 3]$

значит, $7 - \sqrt{3-x} > 0$

$$\sqrt{3-x} \leq 3$$

значит, обе части уравнения неотрицательные.
возведем их в квадрат

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

$$x+6+3-x-2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x) - 14\sqrt{(x+6)(3-x)} + 49$$

$$4(x+6)(3-x) - 14\sqrt{(x+6)(3-x)} + 49 = 0$$

$$2(x+6)(3-x) - 7\sqrt{(x+6)(3-x)} + 20 = 0$$

$$t = \sqrt{(x+6)(3-x)}, t \geq 0$$

$$2t^2 - 7t + 20 = 0$$

$$t_1 = 2, t_2 = 5, D = 169 - 160 = 9$$

$$D > 0$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{4}$$

$$t_1 = 4, t_2 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4 \quad | \cdot 2$$

$$-x^2 - 3x + 18 = 16$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$D = 9 + 4 \cdot 2 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$-6 < \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} < 3$$

Ответ: $(\frac{-3-\sqrt{17}}{2}; 18; 0); (-\frac{3+\sqrt{17}}{2}; 18; 0); (\frac{-3-2\sqrt{14}}{2}; 18; 0); (\frac{-3+2\sqrt{14}}{2}; 18; 0)$

$$\sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2}$$

$$-x^2 - 3x + 18 = \frac{25}{4}$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 47 = 896 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-12 \pm 8\sqrt{14}}{8} = \frac{-3 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

$$-6 < \frac{-3 \pm 2\sqrt{14}}{2} < 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$t = \cos x, |t| \leq 1$$

$$p t^3 + 3 t^2 + 3 t + 1 = 0$$

1) Если $p = 0$

$$3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$D = 9 - 12 < 0 \text{ (нет корней)}$$

2) Если $p \neq 0$

Это кубическое уравнение. Кубическое уравнение всегда имеет хотя бы 1 корень.

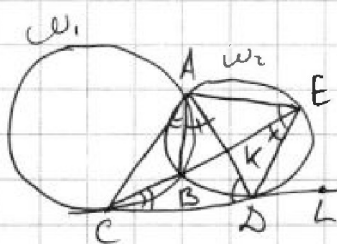
Нам известно, что $\cos x \in [-1; 1]$ ~~хотя бы~~ 1 корень принадлежит



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $K = AD \cap CE$

2) $\angle AED = \angle CDA$ (как угол между хордой и касательной)

Аналогично. $\angle CAB = \angle KCD$

3) $\angle KAD = \angle BED = \frac{1}{2} \angle BCD$

4) $\angle EDL = \angle ECD + \angle CED$ (как внешний угол $\triangle CDE$)

Тогда $\angle EDL = \angle CAB + \angle KAD = \angle CAD$

5) $\angle EAD = \angle EDL$ (как угол между хордой и касательной)

Тогда $\angle EAD = \angle CAD$

б) Рассмотрим $\triangle ACD$ и $\triangle AED$

$\triangle ACD \sim \triangle AED$ (по 2 углам)

Из подобия: $\frac{AC}{AD} = \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE}$

$\left(\frac{CD}{DE}\right)^2 = \frac{AC \cdot AD}{AD \cdot AE} = \frac{AC}{AE}$

$\frac{CD}{DE} = \sqrt{\frac{AC}{AE}}$

г) Из $\triangle ACE$:

AK - биссектриса, т.к. $\angle CAD = \angle DAE$

Тогда $\frac{AC}{AE} = \frac{CK}{KE} = \frac{7}{20}$

Тогда $\frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{AE}{AC}} = \sqrt{\frac{20}{7}} = 2\sqrt{\frac{5}{7}}$

Ответ: $2\sqrt{\frac{5}{7}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c = a + p^2$$

$$b - (a + p^2) = -1$$

$$b - a = p^2 - 1$$

Итак, аналогично случаю 3.

2) 2 шаг: $a \equiv 3$

Тогда $b \equiv 1$

Все случаи аналогичны

$$(c+1)^2 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 990}}{2} = \frac{-3 \pm 21.3}{2}$$

$$\text{От: } \left(\frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 990}}{2} + 1 \right) \cdot \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 990}}{2} + 9; \quad \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 990}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$l = 1000 - a^2$$

$$b = 1000 - a$$

1) 1 случай: $a \neq 3$

Тогда $a^2 \equiv 1 \pmod{3}$

и $b = 1000 - a^2$

то $b \equiv 3$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

где p - простое

1 случай: $\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases}$ нет решений, т.к. $a < b$

2 случай: $\begin{cases} a-c=-p \\ b-c=-p \end{cases}$ нет решений, т.к. $a < b$

3 случай: $\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$ $c = a-1$
 $b - (a-1) = p^2$
 $b - a + 1 = p^2$

Если $p \neq 3$, то $p^2 - 1 \equiv 3 \pmod{3}$, а $b - a \not\equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow$ противоречие

Если $p = 3$, то $a = c+1$
 $b = c+9$

$a < b$ при $\forall c$

$b - a \equiv 8 \pmod{3}$

В ответ: $(c+1; c+9; c)$, где $c \in \mathbb{Z}$

4 случай: $\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$ нет решений, т.к. $a < b$

5 случай: $\begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$ нет решений, т.к. $a < b$

6 случай: $\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x -геометрия. ; $\exists$ geom. прогр.

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = 2-x = q^2 \cdot b_{10}$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = q^8 \cdot b_{10}$$

$$b_{10} = \sqrt{25x+34} \cdot \sqrt{3x+2}$$

$$b_{18} = \sqrt{25x+34} \cdot \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^3}} = q^8 \cdot b_{10}$$

$$q^8 \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} = 25-18 \cdot 4$$

$$\sqrt{92 \cdot 750}$$

$$= \frac{16}{(-4)^2} = \frac{16}{16} = 1$$

$$= \frac{16}{16 \cdot 4} = \frac{1}{4}$$

$$-16 \cdot -4 = 8$$

$$q = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{4}}$$

знаки?

$$8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

$$\sqrt[2]{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[2]{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$25x+34 \geq 0$$

$$x \geq -\frac{34}{25}$$

$$3x+2 > 0$$

$$x > -\frac{2}{3}$$

$$1 \text{ а. } x > -\frac{2}{3}$$

$$q^8 = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$q^8 = \left(\frac{1}{3x+2}\right)^2$$

$$q = \sqrt[8]{\left(\frac{1}{3x+2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{3x+2}}$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \sqrt{\frac{1}{3x+2}} = 2-x$$

$$\sqrt{25x+34} = 2-x$$

$$-x^2-3x+18$$

$$\frac{25}{4} = 6,25$$

$$3 \cdot 3$$

$$896 = 4 \cdot 224 =$$

$$= 4 \cdot 4 \cdot 56 =$$

$$= 4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \sin x < -\frac{34}{25}$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$q = \sqrt[4]{\frac{1}{-(1x+2)}}$$

$$\sqrt{(15x+34)(3x+1)} = \sqrt{\frac{1}{-(3x+2)}} = 2-x$$

$$x \geq -6 \quad \text{---} \quad 3-x-2z \geq 0$$

$$(1) \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}$$

$$(2) \quad |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$$

$$(2): \quad \begin{array}{c} - - + - + + \\ -2 \quad 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -y-2-2y+2 \cdot 18 \\ -3y+34 \end{array} \quad (1)$$

$$-y+38$$

$$3y-34$$

$$\min y=18$$

$$|y+2| + 2|y-18| \geq 20$$

$$\sqrt{400-z^2} = 20$$

$$z = 20 \quad -20$$

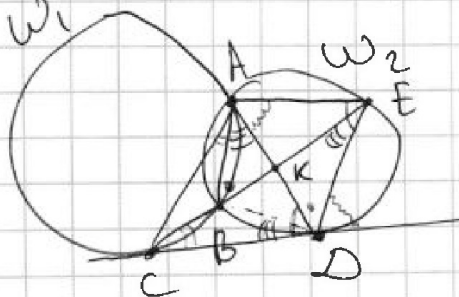
$$y = 18$$

$$\begin{array}{l} -3x-x^2 \\ -x^2-3x \\ x_6 = -\frac{3}{2} \end{array}$$

(1):

$$EK \cdot KE = AK \cdot KD$$

$$\frac{CK}{KE} = \frac{7}{20}$$



$$\frac{BD}{\sin \angle CDB} = \frac{BC}{\sin \angle BCD}$$

$$\frac{KE}{\sin \angle K} = \frac{ED}{\sin \angle K}$$

$$\frac{CK}{\sin \angle K} = \frac{CD}{\sin \angle K}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{CB}{\sin \angle CDB} = \frac{AC}{\sin \angle BCD}$$

$$\frac{BK}{\sin \angle CDB} = \frac{AK}{\sin \angle BCD}$$

$$\frac{CK \cdot \sin \angle K}{KE \cdot \sin \angle K} = \frac{CD}{ED}$$

$$\frac{BC \cdot \sin \angle CDB}{CK \cdot \sin \angle CDB} = \frac{AC}{AK}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$t = \cos x, |t| \leq 1$$

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 - 3tp + 12t^2 - 6 + 3pt + 12t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

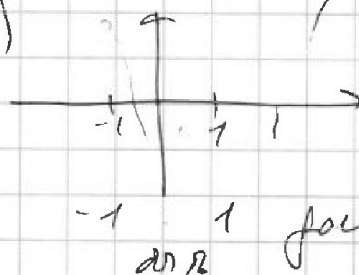
корни от -1 до 1

$$f' = 3pt^2 + 6t + 3$$

$$3(pt^2 + 2t + 1)$$

$$D = 36 - 36p$$

$$t_{1,2} = \frac{-3p \pm 6\sqrt{1-p}}{6p} = \frac{-p \pm 2\sqrt{1-p}}{2p}$$

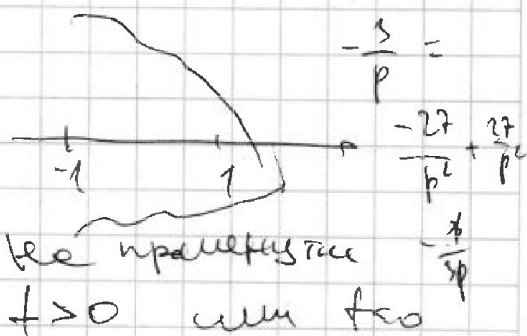


$$\frac{-p - 2\sqrt{1-p}}{2p} \quad \frac{-p + 2\sqrt{1-p}}{2p}$$

Если корни не
 на $[-1; 1]$

как проверить, что функция
 строго больше 0?

Если нет корней на
 $[-1; 1]$, то $f > 0$, т.е. $f(0) = 1$



Все параметры
 $f > 0$ или $f < 0$

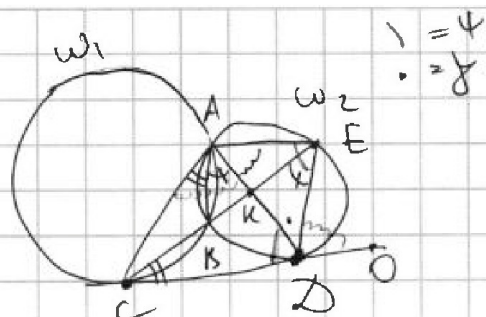


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\sin \angle CAD}{\sin \angle ADE} = 1$$

$$\angle CAD = \angle EAD$$

$$\angle ACD = \angle AED$$

AK - диаметр $\triangle CAE$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{CK}{KE}$$

$$\frac{AD}{\sin 4} = 2R \omega_2 = \frac{AE}{\sin \theta}$$

$$\frac{\sin \theta}{\sin 4} = \frac{AE}{AD}$$

$$\triangle ACD \sim \triangle ADE$$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{CD}{DE} = \frac{AE}{AE}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{CK}{KE} = \frac{7}{20} \quad \left(\frac{CD}{ED} = \frac{AC}{AE} \right)$$

$$\triangle AED \sim \triangle ACD$$

$$AC = CD$$

$$AE = ED$$

$$\triangle AED = \triangle ACD$$

(по 4 углам и стороне)

$$\sqrt{3-x-2z} = \sqrt{3+6+2 \cdot 20} \approx 7$$

$$7 - \sqrt{3-x-2z} \geq 0$$

$$-x^2 - 3x + z = -\left(\frac{9}{4}\right) + 3 \cdot \frac{3}{2} + 20$$

$$x = \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$3-x-2z > 0$$

$$2 \cdot \sin^2 x \cdot \cos x$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$\cos^3 x - \sin^2 x \cdot \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x = \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cdot \cos x =$$

$$\cos^3 x - 3(1 - \cos^2 x) \cdot \cos x = \cos^3 x - 3 \cos x + 3 \cos^3 x =$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

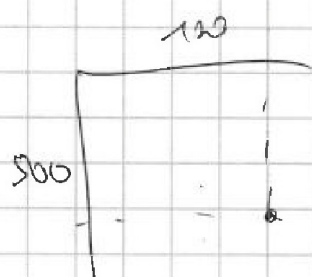


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Синий откос $2x-1$

$(a; b; c)$:

$$a < b$$

$$b \nmid a^2$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$b = 1000 - a^2$$

$$1000 - a^2 - a \quad \text{н.з.}$$

- 1) откос целые
- 2) откос $2x$ минут

8 минут

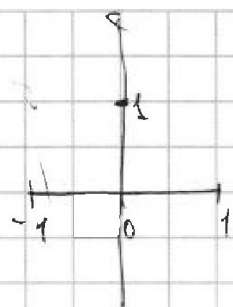


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$f(-1) = -p + 1 > 0$$

$$f(1) = p + 1 > 0$$

$$f = -pt^3 + 3t^2 + 3t + 1$$

$$f' = 3pt^2 + 6t + 3$$

$$D = 36 - 36p$$

$$p < 1$$

$$p > -7$$

все t с 0 по 1
 перемена

$$\text{при } p < 1 \quad D > 0$$

$$3t(pt^2 + 2t + 1) - 3t^2 + 1 = 0$$

$$1 - 3t^2 > 0$$

$$t^2 < \frac{1}{3}$$

не все t удов.
 например $t = 1$

и

$$p \in (-7; 1) \text{ подходит}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7 \quad | \wedge 2$$

$$x+6 + 3-x - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x) - 49$$

$$pt^3 + 4t^2 + 5t + 1$$

$$3pt^2 + 6t + 3 =$$

$$= 3(pt^2 + 2t + 1)$$

$$3t(pt^2 + 2t + 1) =$$

$$= 3pt^3 + 6t^2 + 5t$$

$$- 2pt^3 - 3t^2 + 1$$

$$t = -1 \quad p - 2 > 0$$

$$p > 2$$

$$2pt^3 - 3t^2 + 1 > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - c = 1$$

$$b - c = 9$$

$$b = 9 + c$$

$$a = 1 + c$$

$$b - a$$

$$(1+c; 9+c; c) \text{ где } c \neq$$

$$(c+1)^2 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 1000 \Rightarrow 0$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

D



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b \not\equiv a \pmod{3}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a < 2^5 = 32$$

$$b \leq 1000$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\text{таким } a \equiv b \equiv c \pmod{p}$$

$$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \quad a=b$$

$$a-c=1$$

$$b-c=p^2$$

$$\begin{aligned} a &\equiv c+1 \\ b &\equiv \end{aligned}$$

$$b-a \equiv$$

$$b-c \equiv$$

$$c \equiv a-1$$

$$\begin{aligned} b-(a-1) &\equiv p^2 \\ b-a+1 &\equiv p^2 \end{aligned}$$