



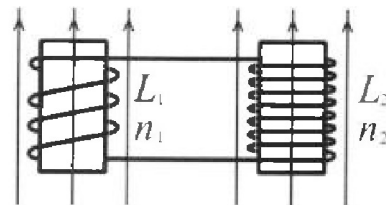
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

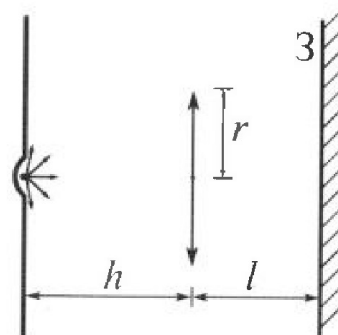


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $2B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $B_0/3$ до $B_0/12$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 2$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



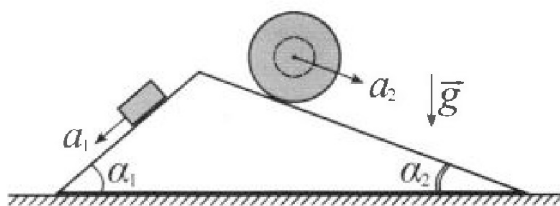
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



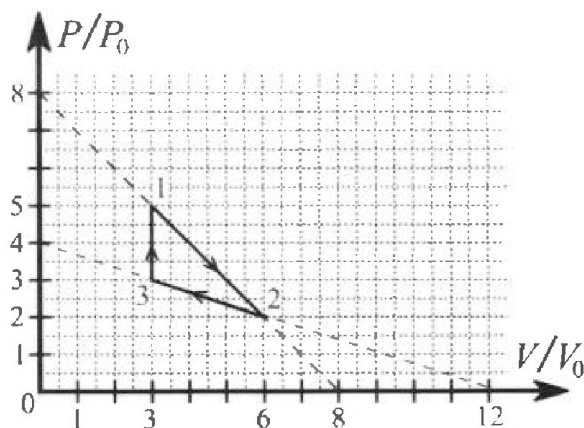
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 7g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $5m$ с ускорением $a_2 = 8g/25$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразит ь через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

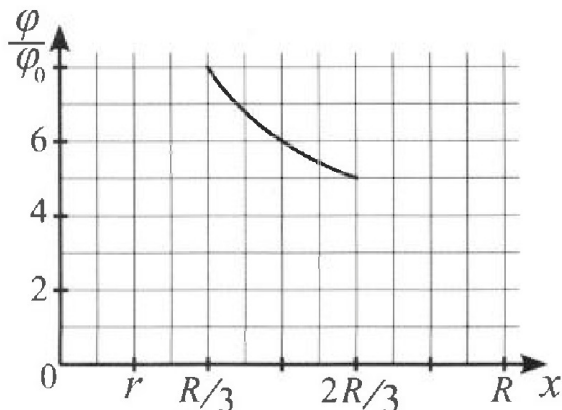
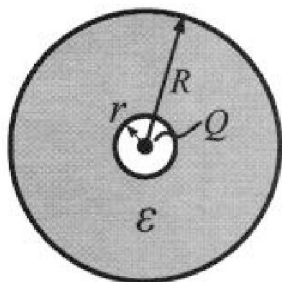


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 3-1 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 2.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 3R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$M_1 = m; a_1 = \frac{7g}{17}$$

$$M_2 = 5m; a_2 = \frac{8g}{25}$$

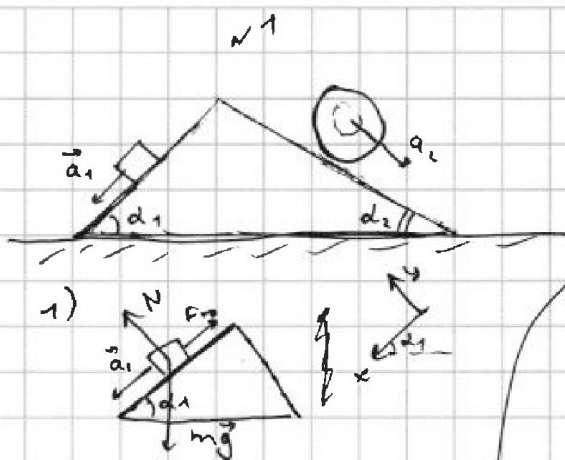
$$\sin d_1 = \frac{3}{5};$$

$$\cos d_1 = \frac{4}{5};$$

$$\sin d_2 = \frac{8}{17};$$

$$\cos d_2 = \frac{15}{17}.$$

- 1) $F_1 = ?$
2) $F_2 = ?$
3) $F_3 = ?$



III 3.4.1

$$m \vec{a}_1 = m \vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{N}$$

$$x: m a_1 = m g \sin d_1 - F_{1x}$$

$$y: N = m g \cos d_1$$

$$F_{1x} = -m(a_1 - g \sin d_1) = -m\left(\frac{7}{17}g - \frac{3}{5}g\right) =$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{16}{85} mg;$$

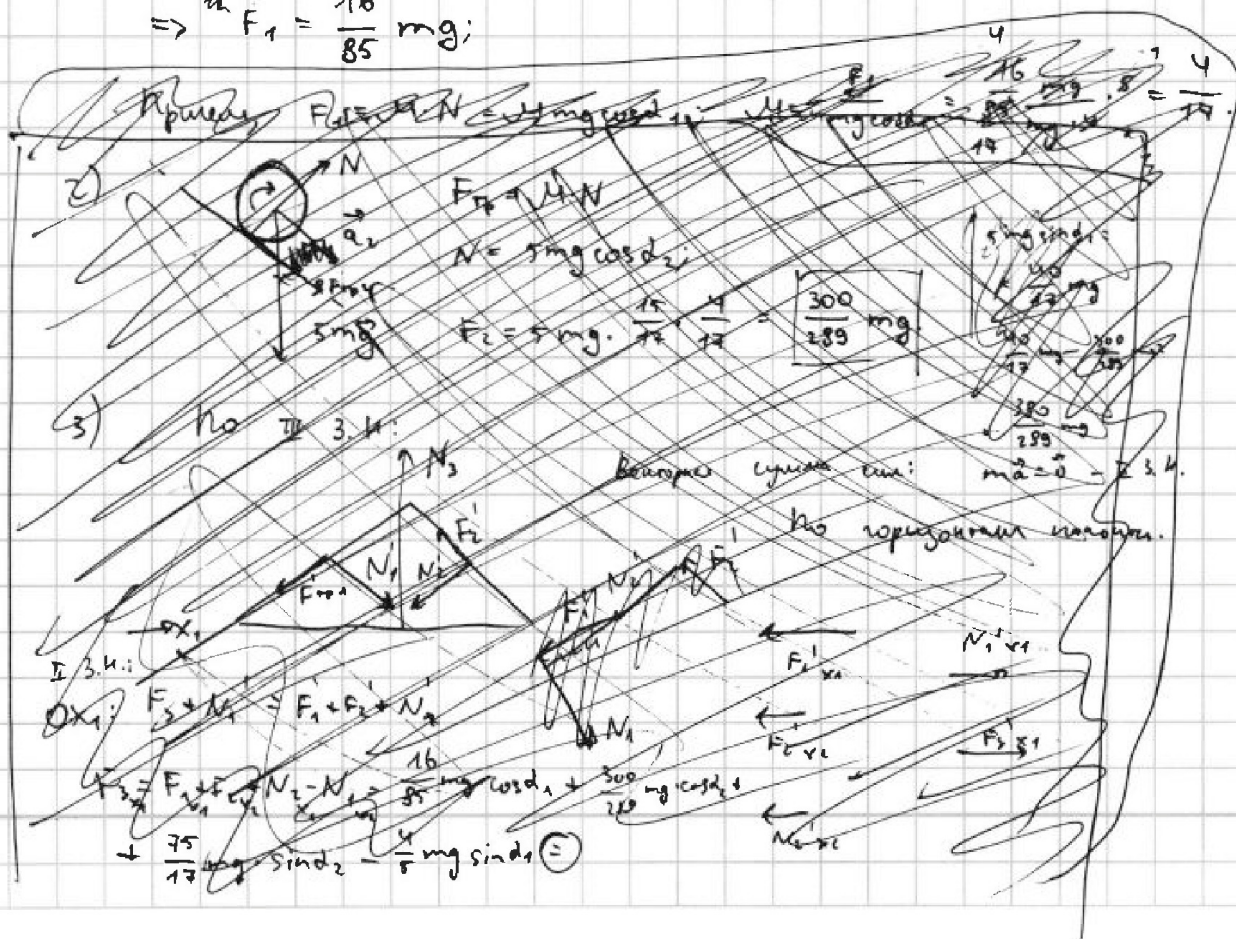
$$F_1 = mg \left(\frac{16}{85} \cdot \frac{4}{5} + \frac{300}{289} \cdot \frac{15}{17} + \frac{75}{17} \cdot \frac{8}{17} + \frac{12}{25} \right) =$$

$$= \frac{789 \cdot 64 + 25 \cdot 12 \cdot 15 + 75 \cdot 8 \cdot 17 \cdot 25}{17^3 \cdot 25} - \frac{12 \cdot 17^3}{25}$$

Order: 1) $F_1 = \frac{16}{85} mg$

2) $F_2 = \frac{300}{289} mg$

3) $F_3 = mg \left(\frac{64}{425} + \frac{4500}{17^3} + \frac{600}{17^2} - \frac{12}{25} \right).$





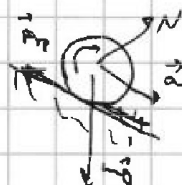
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)



$$y: N_2 = 5mg \cos \alpha_2 = \frac{25}{12} mg$$

$\Sigma 2H.1$

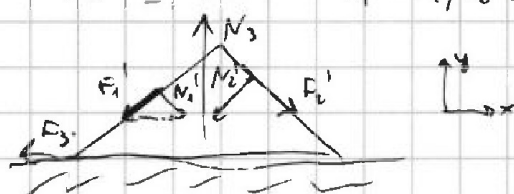
$$x: 5ma = 5mg \sin \alpha_2 - P_2$$

$$P_2 = 5mg \left(\frac{8}{12} - \frac{8}{25} \right) = \frac{64}{35} mg$$

3)

по 3H.1

$$F_1' = F_1, F_2' = F_2, N_2' = N_2, N_1' = N_1$$



$$y: a = 0; \quad F_3 = 0.$$

$$x: a = 0; \quad F_3 \neq 0.$$

$$F_1 + N_2 - N_1 - F_2 = F_3$$

$$F_1 \cdot \cos \alpha_1 + N_2 \cdot \sin \alpha_2 - N_1 \cdot \sin \alpha_1 - F_2 \cdot \cos \alpha_2 = F_3$$

$$\left(\frac{16}{35} \cdot \frac{4}{5} + \frac{25}{12} \cdot \frac{8}{12} - \frac{44}{25} - \frac{64 \cdot 25}{25 \cdot 12} \right) mg = F_3$$

$$75 \cdot 8 - 64 \cdot 3 = 408 \quad \frac{408}{12} = 34$$

$$F_3 = \left(\frac{64}{12 \cdot 25} + \frac{24}{12} - \frac{44}{25} \right) mg = \left(\frac{64 + 600 - 204}{25 \cdot 12} \right) mg =$$

$$\frac{92}{35} mg. \quad \text{Answer: } F_1 = \frac{16}{35} mg; \\ F_2 = \frac{64}{35} mg; \\ F_3 = \frac{92}{35} mg;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найти:

- $\frac{|dU_{23}|}{A} - ?$
- $\frac{T_{max} - T_2}{T_2} - ?$
- $\eta - ?$

1) $A_{изг}$ за $\sqrt{2}$ цикла если площади внутри цикла PV .

1: $5P_0, 3V_0$
 2: $2P_0, 6V_0$
 3: $3P_0, 3V_0$

$dU_{23} = \frac{3}{2} \nu R \cdot dT$

$\nu R \Delta T = 3V_0(5P_0 - 3P_0) = 6P_0V_0$

$dU_{23} = \frac{3}{2} \cdot 6P_0V_0 = 9P_0V_0$

$\frac{|dU_{23}|}{A_{изг}} = 3$

2) η 1-2: $\frac{P}{P_0} = -\frac{V}{V_0}$ $P = -\frac{V \cdot P_0}{V_0}$ $PV = -\frac{V^2 \cdot P_0}{V_0}$

Уравнение Клапейрона-Менделеева:
 $PV = \nu RT$

$T = \frac{PV}{\nu R} = -\frac{V^2 \cdot P_0}{2\nu R V_0} = T(V)$

$\dot{T}(V) = -\frac{2VP_0}{2\nu R V_0}$ $\eta_{1-2} = \frac{V}{V_0} > 0$, $T \downarrow$. Значит T_{max} 1-2 будет

1 так же 1. $T_1 = \frac{5P_0 \cdot 3V_0}{2\nu R}$

$T_2 = \frac{2P_0 \cdot 6V_0}{2\nu R}$ $\frac{T_1}{T_2} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1,25$

3) 1-2: $A > 0$ $dU < 0$:

$Q = A_2 + dU$ $dU = \frac{3}{2} \nu R dT = \frac{3}{2} d(PV) = \frac{3}{2} (2P_0V_0 - 5P_0 \cdot 3V_0) = -\frac{9}{2} P_0V_0$

$A_2 = S = \frac{5P_0 + 2P_0}{2} \cdot 3V_0 = 10,5 P_0V_0$ $Q > 0$ - нагрев. $Q = (10,5 - \frac{9}{2}) P_0V_0 = 6P_0V_0$

$A_{23} < 0$ $dU_{23} = \frac{3}{2} \nu R dT = \frac{3}{2} (3P_0 \cdot 3V_0 - 2P_0 \cdot 6V_0) < 0$

$Q < 0$ - охлаждение.

$Q_{23} = A_{23} + dU_{23} = 9P_0V_0$

$\eta = \frac{|A_2|}{Q_{23}} \cdot 100\% = \frac{10,5 P_0V_0}{9P_0V_0 + 9P_0V_0} = \frac{1}{2} = 20\%$

3) $\eta = 20\%$

Ответ: 1) $\frac{|dU_{23}|}{A} = 3$
 2) $\frac{T_{max} - T_2}{T_2} = 1,25$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Dano:

$$L_1 = L$$

$$L_2 = 9L$$

$$n_1 = n$$

$$n_2 = 3n$$

S

$$1) \frac{dB_1}{dt} = -\omega_1 \sin \omega_1 t$$

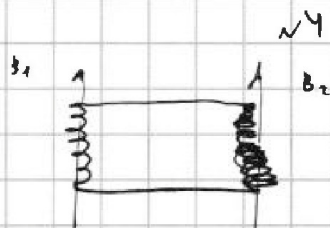
$$\left| \frac{dI}{dt} \right| = ?$$

2) За $\mathcal{E}$:

$$B_1: B_0 \rightarrow \frac{2B_0}{3}$$

$$B_2: \frac{B_0}{3} \rightarrow \frac{B_0}{12}$$

I в конце -?



$$1) \mathcal{E}_i = -n_1 \frac{dB_1}{dt} - \text{индукция в первой катушке.}$$

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}$$

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt}$$

В начале $I=0$, т.е. $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{si}$.

$$n_1 \cdot \mathcal{E} = L \frac{dI}{dt}$$

Примем, $\mathcal{E}_i$ возникает только в 1 катушке, а вот

$\mathcal{E}_{si}$ в обеих, то для L в данной формуле - $L_1 + L_2 = 10L$.

$$n_1 \cdot (\mathcal{E}) = 10L \frac{dI}{dt}$$

$$\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{\mathcal{E}}{10L}$$

2)

возникшие $\mathcal{E}_{si1}$ и $\mathcal{E}_{si2}$
по правилу Ленца расставим знаки.

Энергия в конце:

$$\frac{LI^2}{2} + \frac{9LI^2}{2} = 5LI^2$$

Пусть T - периодическая пилообразная форма.

$$\omega = \frac{\pi}{T}$$

Максимальная амплитуда:

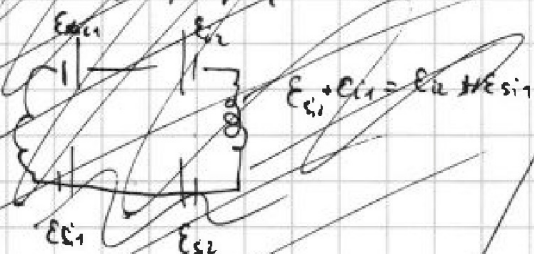
$$R_1 = \frac{\pi L}{T}, R_2 = \frac{9\pi L}{T}$$

$$\text{Работа: } \langle I^2 \rangle_{\text{вс}} = \pi \pi L \cdot \langle I^2 \rangle$$

$$I^2 \geq 2\pi \langle I^2 \rangle$$

$$\langle I^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) dt$$

В любой момент времени, по правилу Ленца:





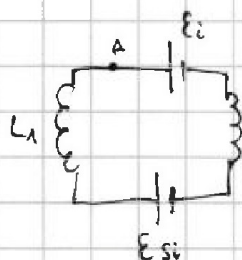
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Можно сказать, что на протяжении всего времени
действовала $\mathcal{E}_i = |\mathcal{E}_{i1} - \mathcal{E}_{i2}| = \left| \frac{\Delta B_1}{t} S_1 - \frac{\Delta B_2}{t} S_2 \right| =$
 $= \frac{S_1}{t} \cdot \left| \frac{B_0}{3} - \frac{3B_0}{4} \right| = \frac{5 B_0 S_1}{12 t}$; вычислим и $\mathcal{E}_{si}$.



При этом, по 2 правилу Кирхгофа:

$$\mathcal{P}_A - \mathcal{E}_{si} + \mathcal{E}_i = \mathcal{P}_A$$

$$\mathcal{E}_{si} = \mathcal{E}_i$$

$$|\mathcal{E}_{si}| = \left| \frac{10 L \Delta \Phi}{t} \right| = \frac{10 L \Delta \Phi}{t};$$

то L , т.е. зависит от обеих катушек.

$$I_k = \frac{\Phi_0}{L} = \Delta I.$$

$$10 L I_k = \frac{5 B_0 S_1}{12 t} \quad I_k = \frac{5 B_0 S_1}{24 L}$$

Order: $\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow I_k = \frac{B_0 S_1}{24 L} = \frac{1}{24} \frac{B_0 S_1}{L}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

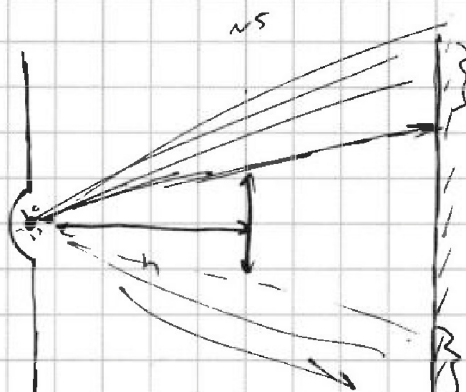
$$F = 2h$$

$$h, r = \text{const}$$

$$L = h$$

$$S_1 = ?$$

$$S_2 = ?$$



Понкая линза:

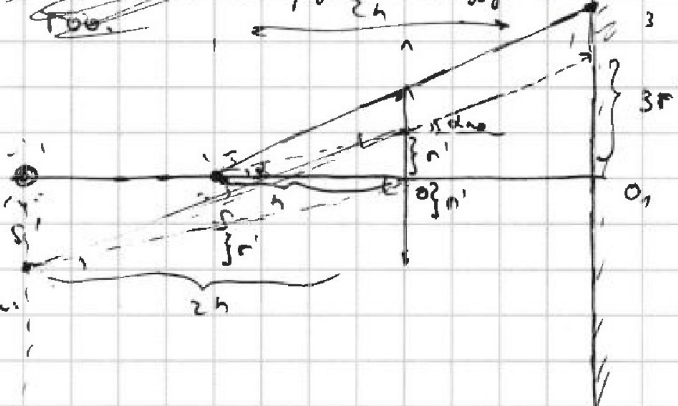
$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{f} = \frac{1}{2h}$$

$$f = -\frac{2h}{3}$$

т.к. $d < F$, то изображение будет мнимым.

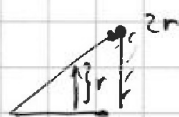
Примем, что источник света точечный, он будет излучать свет во всех направлениях. Тогда свет, идущий от источника, будет падать на экран, но не будет излучения света в направлении экрана.



Как бы мы ни изменяли линзу.

Если мы хотим в линзу не проецировать r' от $r=0$, то

$$\text{где } \tan \alpha = \frac{3r'}{2h}$$



то есть, при показании r' мы получим на экране в координате $3r'$.

$r' \in [0; r]$; $R \in [0; 3r]$ — диапазон экран

при $r' > r$ — свет не попадает в линзу, а идет сразу на экран:

$R = 2r'$. так на экране будет образовано изображение

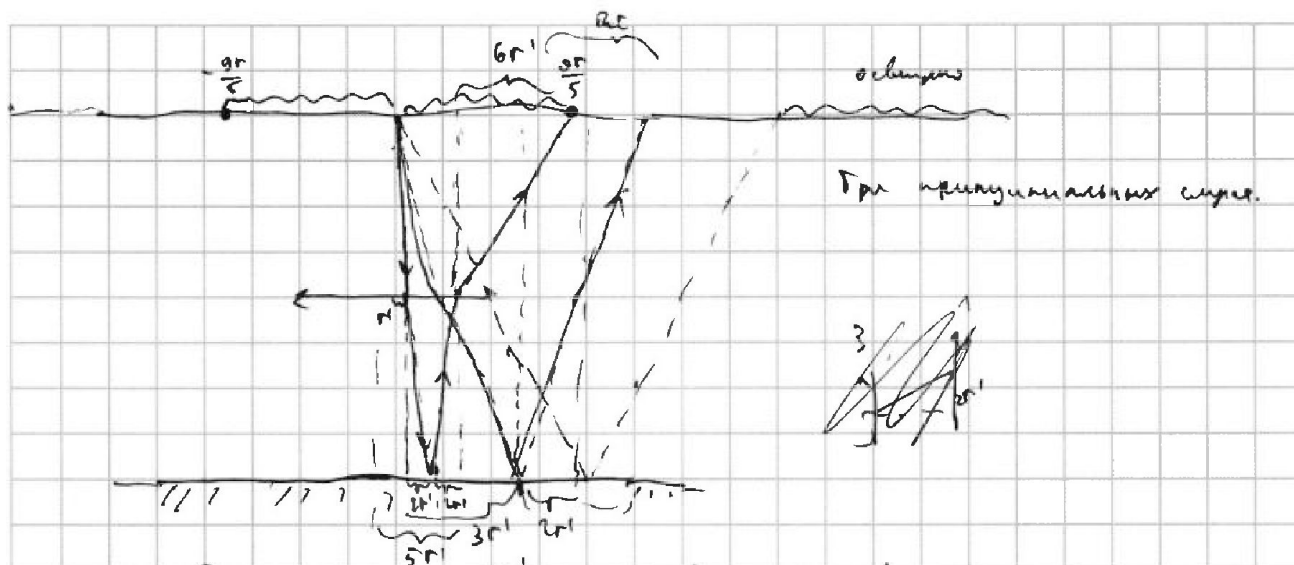


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Если $r' \geq r$, то R' будет $4r'$, при $|R'| \geq 14r'$ - объем
 При $r' \leq \frac{r}{5}$ - мы идем через точку центра (после ограничения)
 R' будет равно $9r'$ - см. рисунок



$$\lg d = \frac{3r'}{2h}$$

$$\lg d' = \frac{4r'}{h}$$

Значит, граница между объемами $|R'| \in [0; \frac{9r}{5}]$

при $r \in (\frac{r}{5}; r)$:

$R' = 7r'$ - из неравенств объемов ст.: $|R'| \in (\frac{7r}{5}; 7r)$.

Наконец, вся стена тоже будет обвешена.

Ответ: $S_1 = 0 \text{ м}^2$

$S_2 = 0 \text{ м}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

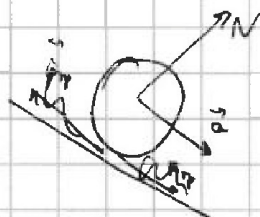
5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$P_{\text{sp}} = ma + mg \sin \alpha = mg \left(\frac{8}{25} - \right)$$

$$ma = F_f + mg \sin \alpha$$

$$F_f = mg \left(\frac{8}{17} - \frac{8}{25} \right) = \frac{64}{425} \cdot 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Dans:

ϵ, r, R, Q

1) $\varphi(\frac{3R}{4}) = ?$

2) $E = ?$

$$\varphi = E \cdot r = \frac{kQ}{r}$$

hmm $r > r \Rightarrow E = \frac{E}{\epsilon} \Rightarrow \varphi = \frac{kQ}{\epsilon r}$

Если $r \geq \frac{3R}{4} : \varphi(\frac{3R}{4}) = \frac{kQ \cdot 4}{3R} = \frac{Q}{3\pi\epsilon_0 R}$ X, не правильно $r < \frac{3R}{4}$.

Если $r < \frac{3R}{4} : \varphi(\frac{3R}{4}) = \frac{Q}{3\pi\epsilon_0 R}$

$$\frac{\varphi(\frac{2R}{3})}{\rho_0} = 5; \quad \frac{\varphi(\frac{R}{2})}{\rho_0} = 8$$

$$\rho_0 : \frac{kQ}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{3Q}{8\pi\epsilon_0 R \cdot 5}$$

$$\frac{\varphi(\frac{2R}{3})}{\rho_0} = \frac{3R_0}{2\epsilon k} = 5. \quad R_0 = \frac{10}{3} \epsilon R;$$

$$\frac{\varphi}{\rho_0}(r') = C + \frac{k a}{r'}, \quad a - \text{некий коэффициент}; \quad r' \in (r; R).$$

hmm $r' = \frac{R}{3}; \quad C + \frac{3a}{R} = 8$

$$C + \frac{1.5a}{R} = 5$$

$$\frac{1.5a}{R} = 3 \quad \frac{a}{R} = 2;$$

$$\frac{\varphi}{\rho_0}(r') = \frac{2R}{r'} + 2$$

$$\varphi(\frac{3}{4}R) = (\frac{8}{3} + 2) \rho_0 = \frac{Q}{3\pi\epsilon_0 R}$$

$$\rho_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}; \quad \frac{2R}{r'} = -1; \quad r' = -2R;$$

$$\rho_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}; \quad \frac{14}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{1}{\epsilon R} \quad R_0 = \frac{2}{7} \epsilon R;$$

$$\varphi(\frac{2R}{3}) = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi\left(\frac{2k}{3}\right) = 5 \cdot \varphi_0 = \frac{5Qz}{4\pi\epsilon_0 2 \in k} = \frac{5Qz}{8\pi\epsilon_0 k}$$

$$\varphi(r) = \frac{12}{10} \varphi_0$$

$$\varphi(r) = \frac{6Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{6Qz}{4\pi\epsilon_0 \epsilon k} ; \quad \epsilon = 2$$

$$\text{Ответ: } \frac{Q}{3\pi\epsilon_0 k} ; \quad 2.$$