



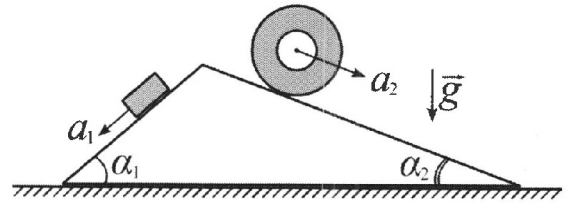
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

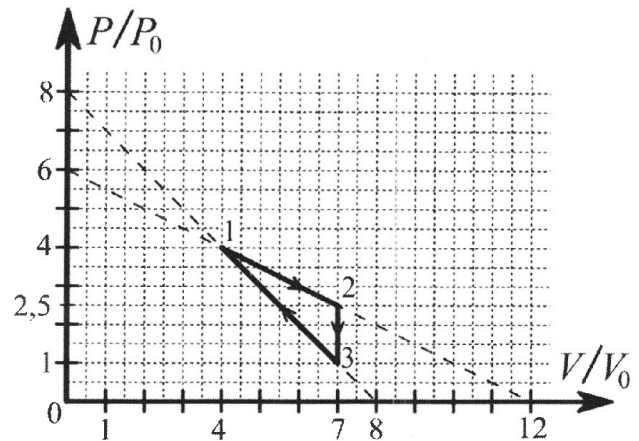


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.

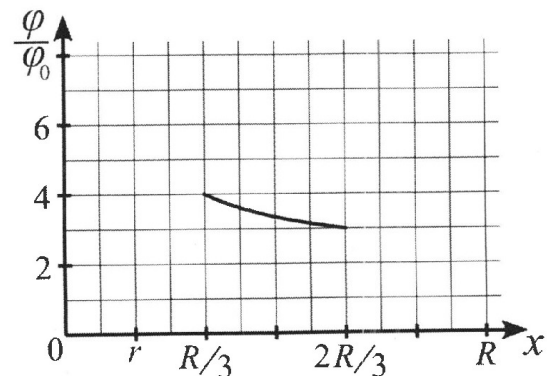
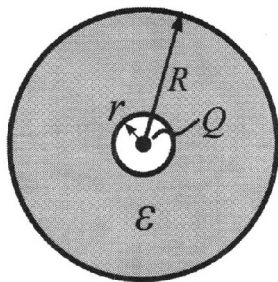


Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.).

Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





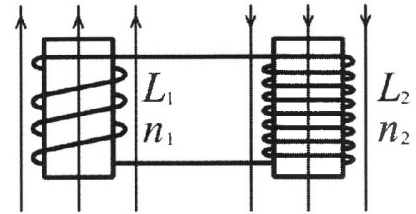
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

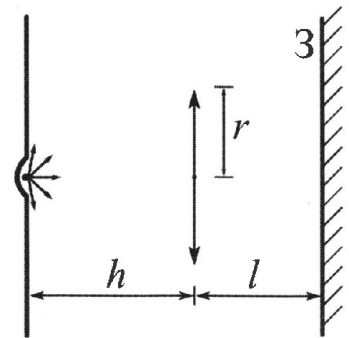


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



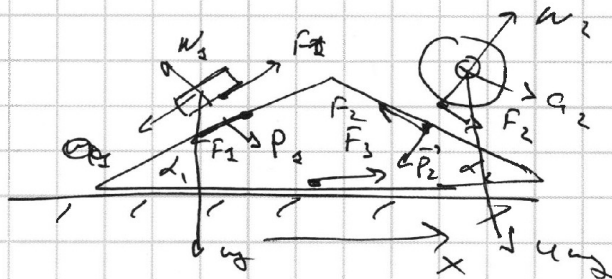
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N_1
дано:
 $a_1, a_2, m, \alpha_1, \alpha_2$



Рассчитаем

силы, где F_1, F_2, F_3 - искомые силы

N_1, N_2 - силы реакции опоры

P_1, P_2 - силы тяжести

по 2-му закону Ньютона на ось

ускорения $\rightarrow$ ускорения $a_1 \perp$ и $a_2 \perp$

$$m a_1 = m g \sin \alpha_1 - F_1 \quad (1)$$

$$N_1 = m g \cos \alpha_1 \quad (2)$$

условие $\rightarrow$ $4m a_2 = N_2$ (3)

$$F_2 = 4m a_2 \quad (4)$$

силы на ось Ox : $F_3 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + N_2 \sin \alpha_2 - F_3 = 0 \quad (5)$

$$(1) \Rightarrow F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m g \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = \frac{14}{65} m g$$

$$(2) \Rightarrow N_1 = \frac{4}{5} m g$$

$$(3) \Rightarrow N_2 = \frac{12}{13} m g \Rightarrow (5) \left(\frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{13} + \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} \right) m g = F_3 \Rightarrow$$

$$(4) \Rightarrow F_2 = \frac{5}{6} m g \Rightarrow F_3 = \left(-\frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} + \frac{10}{13} + \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} \right) m g = \frac{5}{13} m g \left(-\frac{4}{5} + 2 + \frac{12}{13} \right) =$$

$$= \frac{5}{13} m g \left(\frac{6}{5} + \frac{12}{13} \right) = \frac{30}{13} m g \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{13} \right) = \frac{30}{13} m g \left(\frac{13+10}{65} \right) = \frac{28 \cdot 30}{13 \cdot 65} m g = \frac{138}{169} m g$$

Ответ: $F_1 = \frac{14}{65} m g$ $F_2 = \frac{5}{6} m g$ $F_3 = \frac{138}{169} m g$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

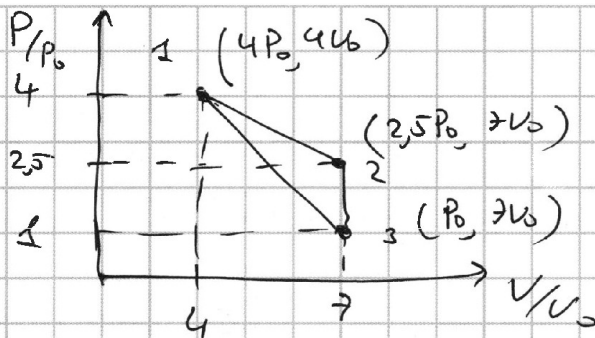
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в 2



гачко!
i = 3

Решение

1) работа газа за весь цикл $A = |A_{12}| - |A_{23}|$ так же A - это площадь $\Delta 123$; $|A_{12}| = \left| \left(\frac{P_1 + P_2}{2} \right) (V_1 - V_2) \right| \rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A_{12}| = 3.25 P_0 \cdot 3 V_0 = 9.75 P_0 V_0 \\ |A_{23}| = 2.5 P_0 \cdot 3 V_0 = 7.5 P_0 V_0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = 2.25 P_0 V_0 ; A_{23} = 0 \Rightarrow$$

~~из 1-2 можно термодинамики~~
по формуле для внутренней энергии

$$|Q_{12}| = \frac{i}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_2) = \frac{3}{2} (2 P_0 V_0 - 2.5 \cdot 2 P_0 V_0) =$$

$$= \frac{3}{2} (1.5 \cdot 2 P_0 V_0) = \frac{9}{4} \cdot 2 P_0 V_0 = \frac{6.3}{4} P_0 V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{K_1 = \frac{|Q_{12}|}{|A|} = \frac{\frac{6.3}{4}}{\frac{9}{4}} = 7}$$

найдем гра процесс для процесса 1-2

$$\frac{P}{P_0} = 6 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0} \Rightarrow P = 6 P_0 - \frac{1}{2} V \cdot \frac{P_0}{V_0}$$

из закона Менделеева - Клапейрона для процесса

1-2 $PV = \nu R T$ где ν - кол-во вещества (постоянно в этом процессе), R - универс. газовая постоянная, T - температура

$\Rightarrow$ в точке 1: $\nu R T_1 = 16 P_0 V_0 \Rightarrow$ найдем гр-т.

$$\Rightarrow \frac{T}{T_1} = \frac{PV}{16 P_0 V_0} = \frac{6 P_0 V - \frac{1}{2} P_0 V^2}{16 P_0 V_0} = \frac{3}{8} \frac{V}{V_0} - \frac{1}{32 V_0} V^2$$

$\frac{T}{T_1}(V)$ - нужно найти максимум функции на

отрезке $[4 V_0, 7 V_0]$

$\frac{T}{T_1}(V)$ - графиком

увн. параболы, ветви вниз $\Rightarrow$ максимум $\frac{3}{16} \frac{6 V_0}{V_0} = \frac{9}{8}$

всех функций лежит в вершине $V_{\text{верш}} = \frac{6 V_0}{16 V_0} = \frac{3}{8} V_0$

$8 V_0 [4 V_0; 7 V_0] \Rightarrow$ максимум PV будет



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \approx P_x dV + \frac{3}{2} P_x dV + \frac{3}{2} V_x dP = \\
 & = \frac{5}{2} \left(0 P_0 - \frac{P_0}{V_0} V_x \right) dV + \frac{3}{2} (V_x) \left(-\frac{P_0}{V_0} \right) dV = \\
 & = 20 P_0 dV - \frac{5 P_0}{2 V_0} V_x dV + \frac{3 P_0}{2 V_0} V_x dV = \\
 & = \left(20 P_0 - 4 \frac{P_0}{V_0} V_x \right) dV \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \left(20 - \frac{4 V_x}{V_0} \right) P_0
 \end{aligned}$$

Обращаем в 0 в точке $V_x = 5 V_0$

2) не учтем $[5 V_0; 7 V_0]$ так как нет

$$\begin{aligned}
 & \Rightarrow Q^+ = Q_{12} + Q_{23} = \\
 & = 3,25 P_0 V_0 + \frac{3}{2} (12,5 - 16) P_0 V_0 +
 \end{aligned}$$

2) так как все учтем $[5 V_0; 7 V_0]$ тогда Q_{13} только на $[5 V_0; 7 V_0]$

$$\begin{aligned}
 & 2) Q^+ = Q_{12} + Q_{23} + Q_{13} = \\
 & + \frac{1}{2} \cdot (16 - 7) P_0 V_0 = 9,75 P_0 V_0 + 2,25 P_0 V_0 - 3,5 P_0 V_0 + 13,5 P_0 V_0 = \\
 & = 12 P_0 V_0 - 3,5 P_0 V_0 + 13,5 P_0 V_0 + 18 P_0 V_0 = 38 P_0 V_0
 \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{A}{Q^+} = \frac{2,25 P_0 V_0}{38 P_0 V_0} = \frac{9}{152} = \frac{1}{16} = 0,125\% = 12,5\%$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Обет: } k_1 = \left| \frac{\Delta V}{V} \right| = 7 \\
 & k_2 = \left| \frac{\Delta T}{T_1} \right| = \frac{49}{64} \\
 & \eta = 12,5\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \Rightarrow 9,75 P_0 V_0 + 2,25 P_0 V_0 - 4 P_0 V_0 + 8 P_0 V_0 = \\
 & = (12 + 4) P_0 V_0 = 16 P_0 V_0 \Rightarrow \\
 & \eta = \frac{A}{Q^+} = \frac{2,25 P_0 V_0}{16 P_0 V_0} = \frac{9}{64}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Обет: } k_1 = \left| \frac{\Delta V}{V} \right| = 7 \\
 & k_2 = \frac{9}{64} \\
 & \eta = \frac{9}{64}
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

используем в Т. $V_2 = 6V_1$ и $T_2 = \frac{3}{2}T_1$
 из уравнения состояния $pV = \nu R T$ на Т. 1 и 2
 весь объем газа $p_1 V_1 = p_2 V_2$ по одному состоянию
 от вершины I и II — это возмущающая
 функция не промежуточные (только V_1 и V_2)
 $\Rightarrow V_2 = 6V_1$
 $\Rightarrow V_2 = \frac{p_1}{p_2} V_1 = \frac{17.5}{16} V_1 = \frac{17.5}{16} \cdot \frac{3.5}{32} = \frac{3.5}{32}$
 $\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{17.5}{16} \cdot \frac{3.5}{32} = \frac{3.5}{32}$
 $\Rightarrow T_2 = \frac{3.5}{32} T_1$
 $\Rightarrow$ по 1-му началу термодинамики на участке
 2-3 газ отдает тепло.

Наибольший на наших промежуточных в 1-2 и
 2-3 газ отдает тепло, а на наших участках

1-2: $p = 6p_0 - \frac{4p_0}{2V_0} V$ и $V = \frac{p_0}{2V_0} p$ — манера

— изменение от точки P_x, V_x на dP, dV

тогда $\Delta Q = A + \Delta U$

$$\Delta Q = \left(P_x + \frac{dP}{2} \right) dV + \frac{3}{2} (P_x + dP)(V_x + dV) - P_x V_x$$

примедем
2-е начало
термодинамики

$$\approx P_x dV + \frac{3}{2} V_x dP + \frac{3}{2} P_x dV = \frac{5}{2} P_x dV + \frac{3}{2} V_x dP$$

$$= \frac{5}{2} \left(6p_0 - \frac{p_0}{2V_0} V_x \right) dV + \frac{3}{2} V_x \cdot \frac{p_0}{2V_0} dV$$

$$= 15 p_0 dV - \frac{5p_0}{4V_0} V_x dV + \frac{3p_0}{4V_0} V_x dV = 15 p_0 dV - \frac{2p_0}{4V_0} V_x dV$$

$$= \left(15 p_0 - \frac{2p_0 V_x}{4V_0} \right) dV \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta V} = 15 p_0 - \frac{2p_0 V_x}{4V_0} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ на всем процессе 1-2 $\frac{\Delta Q}{\Delta V} > 0 \Rightarrow$ газ

получает тепло

1-3: $p = 6p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \Rightarrow dP = -\frac{p_0}{V_0} dV$ — манера

с изменением dP, dV от точки P_x, V_x

$\Delta Q = A + \Delta U$

$$\Rightarrow \Delta Q = \left(P_x + \frac{dP}{2} \right) dV + \frac{3}{2} (P_x + dP)(V_x + dV) - P_x V_x$$

примедем
2-е начало
термодинамики



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. дано:
 ϵ, R, Q, ϵ

решение:

потенциал в т. $R/4$

можно найти как $\varphi_{R/4}$ (если бы все было заземлено)
- $\varphi(\epsilon)$ (в центре потенциал
который в реальности
не заземлен)
+ $\varphi(\epsilon)$ (добавить
потенциал
нулевого тела)

применим формулу

$$R_x \in [r, R] \quad \varphi(R_x) = \varphi(r) + \frac{\varphi(R_x) - \varphi(r)}{2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_x} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{r} + \frac{r}{r} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_x} + \frac{r-1}{r} \right)$$

где $R_x = R/4$

$$\boxed{\varphi_{R/4} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4}{R} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right)}$$

подставим в формулу $R_x = R/3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \varphi(R/3) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{R} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right) \text{ при этом}$$

$$\frac{\varphi(R/3)}{\varphi_0} = 4 \text{ (из условия)} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\varphi(R/3)}{4} = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{R} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right)$$

подставим $R_x = \frac{2R}{3}$

$$\varphi(2R/3) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{2R} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right) \text{ при этом } \frac{\varphi(2R/3)}{\varphi_0} = 3$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{\varphi(2R/3)}{3} = \frac{Q}{12\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{2R} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right)$$

подставим ур-е (1) в ур-е (2)

$$\frac{Q}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{R} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right) = 4 \frac{Q}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{2R} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right)$$

$$\frac{1}{2R} + \frac{\epsilon-1}{3\epsilon} = \frac{3}{4R} + \frac{\epsilon-1}{4\epsilon} \Rightarrow \frac{\epsilon-1}{12\epsilon} = \frac{1}{4R} \Rightarrow \epsilon-1 = \frac{3\epsilon}{R} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\xi = \frac{3\xi + R}{R}$$

Ответ

$$Q(R/4) = \frac{Q}{4\pi\xi\xi_0} \left(\frac{4}{R} + \frac{\xi-1}{\xi} \right)$$

$$\xi = \frac{3\xi + R}{R}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4
задача

$L_1 = L$
 $L_2 = 4L$
 $n_1 = n$
 $n_2 = 2n$

Решение:

1) Когда поле вне катушки I не может изменяться то в К1 возникает Σ самоиндукции и тогда $B_1 \rightarrow 0$, то в катушке появится ток I такой, что.

$$\dot{I}(L_1 + L_2) = \Sigma \dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB_1}{dt} \cdot S n$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{I} = \frac{\alpha S n}{L_1 + L_2}} = \frac{\alpha S n}{5L}$$

2) При изменении полей I_1 и I_2 возникнет Σ самоиндукции, а в катушке появится ток, такой, чтобы.

$$\frac{dI}{dt}(L_1 + L_2) = \Sigma \dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB_1}{dt} \cdot S n + \frac{dB_2}{dt} \cdot 2S n$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{S n}{L_1 + L_2} \left(\frac{dB_1}{dt} + 2 \frac{dB_2}{dt} \right)$$

проинтегрируем по времени, получим.

$$(I_k - I_0) = \frac{S n}{L_1 + L_2} (B_{1\text{нач}} - B_{1\text{кон}} + 2(B_{2\text{нач}} - B_{2\text{кон}}))$$

$$I_0 = 0 \quad (\text{в начале ток} = 0)$$

используем ток $\rightarrow I_k = \frac{S n}{L_1 + L_2} \left(\frac{B_0}{2} + 2 \left(2B_0 - \frac{2}{3}B_0 \right) \right)$

$$I_k = \frac{S n}{L_1 + L_2} \left(\frac{19}{3} B_0 \right) = \frac{19 S n B_0}{3(L_1 + L_2)} = \frac{19}{15} \cdot \frac{S n B_0}{L}$$

Ответ: 1) $\dot{I} = \frac{\alpha S n}{5L}$

2) $I = \frac{19}{15} \frac{S n B_0}{L}$

* — успеет появиться $\frac{dI}{dt}$, но ток тем в 0,5 момент времени не достигнет т.е. катушка — инерционный прибор



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

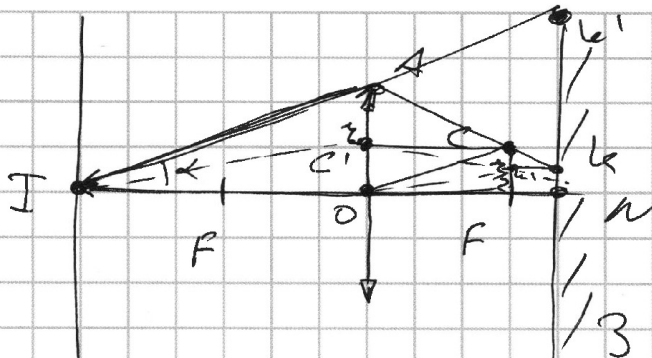
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5



1) луч через Т.О. пройдет не преломляясь

2) крайний луч IA пойдет под углом α ($\tan \alpha = \frac{r}{h}$) $\Rightarrow$ для построения хода луча проведем параллельную прямую b , проходящую через Т.О.

эта прямая пересечет правый фокус F на высоте $\frac{r}{2}$ $\Rightarrow AC \cap b = K$ из подобия $\Delta ACS'$ и $\Delta SKC'$ получим что $\Rightarrow KN = \frac{r}{2} - \frac{r}{6} = \frac{r}{3}$

продлим $IA \cap b = K' \Rightarrow$ из подобия ΔIAO и $\Delta IK'O$ $IK' = \frac{3}{2}r$ по св-ву собирающей линзы

линии Если провести лучи симметрично IA и IK' , в другой полуплоскости от главной оптической оси, то получится такое же изображение на экране, такое по св-ву собирающей линзы любой луч который выйдет из Т.О. и попадет на экран AO после преломления попадет на отрезок $KN \Rightarrow$

$\Rightarrow$ зона вне поверхности с $R = IK'$

будет освещена от лампы

зона с $R' = KN$ будет освещена

препятствием лампой, а освещенная

зона между поверхностями с R и R' останется

в тени $\Rightarrow$

$$S_{\text{тени}} = \pi R^2 - \pi R'^2 =$$

$$= \frac{25}{9} \pi r^2 - \frac{1}{9} \pi r^2 = \frac{24}{9} \pi r^2 = 24 \pi \text{ см}^2$$

$$S_{\text{тени}} = 24 \pi \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) S_{\text{стен}} = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$2 \quad \frac{100}{9} \pi r^2 - \frac{4}{9} \pi r^2 = 96 \pi \text{ см}$$

Ответ: 1) $S_{\text{стен}} = 240 \pi \text{ см}$
2) $S_{\text{стен}} = 96 \pi \text{ см}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten physics solutions on grid paper:

- Top left:** A sphere on an inclined plane. Forces shown: gravity mg acting vertically down, normal force N perpendicular to the plane, and tension F_T along the plane. Equation: $F_T = 4mg \cos \alpha_2$.
- Top right:** A sphere on an inclined plane with a string. Forces shown: gravity mg , normal force N , and tension F_T . Equations: $\frac{1}{2} mg = ma$, $\sin(\frac{\pi}{2}) = \frac{a}{g}$.
- Middle left:** A sphere on a horizontal surface. Forces shown: gravity mg , normal force N , and tension F_T . Equation: $F_T = 4ma_2$.
- Middle right:** A sphere on an inclined plane. Forces shown: gravity mg , normal force N , and tension F_T . Equation: $mg \cos \alpha = ma_2$.
- Bottom left:** A sphere on a horizontal surface. Forces shown: gravity mg , normal force N , and tension F_T . Equation: $(mg \sin \alpha) \cdot 2 = mg$.
- Bottom right:** A sphere on a horizontal surface. Forces shown: gravity mg , normal force N , and tension F_T . Equation: $a \cdot g = \frac{a}{g}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1
дано: $\alpha_1 = \frac{58}{13}$
 $\alpha_2 = \frac{58}{24}$
 m, α_1, α_2

Решение: 1) расставим силы

N, N_2 - силы реакции опоры на грузы и соответственно силы давления,
 F_{T1}, F_{T2}, F_{T3} - силы трения.

Запишем 2-й закон Ньютона для груза и цилиндра на ось ускорения и на ось $\perp$ ускорения

грузу:
$$\begin{cases} ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_{T1} & (1) \\ N = mg \cos \alpha_1 & (2) \end{cases}$$

цилиндр движется без проскальзывания $\Rightarrow$
 т.о. $m \ddot{\theta} = \ddot{x} \Rightarrow \ddot{\theta} = \ddot{x} / r$

условие отсутствия проскальзывания $\Rightarrow$

$$\begin{cases} 4ma_2 = mg \sin \alpha_2 & (3) \\ F_{T2} = mg \sin \alpha_2 & (4) \\ N_2 = 4mg \cos \alpha_2 & (5) \end{cases}$$

или поворачивается $\Rightarrow$ по 2-му закону Ньютона на α_2 :

$$0 = F_{T1} \cos \alpha_1 - N \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_{T2} \cos \alpha_2 - F_{T3} \quad (6)$$

(1) $\Rightarrow F_{T1} = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{13} \right) = \frac{14}{65} mg$
 (2) $\Rightarrow N = mg \cdot \frac{4}{5}$
 (3) $\Rightarrow mg \cdot \frac{5}{13} = 4mg \cdot \frac{5}{13}$ $\Rightarrow$ подставим в (6)
 (4) $\Rightarrow F_{T2} = \frac{5}{13} mg$
 (5) $\Rightarrow N_2 = \frac{48}{13} mg$

подставим в (6)

$$0 = \frac{4}{5} \cdot \frac{14}{65} mg - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} mg + \frac{48}{13} \cdot \frac{5}{13} mg - \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} mg - F_{T3}$$

$$\Rightarrow F_{T3} = mg \left(\frac{56}{25 \cdot 13} - \frac{12}{25} + \frac{240}{13 \cdot 13} - \frac{60}{13 \cdot 13} \right) = mg \left(\frac{3200}{169} \right)$$

$F_{T3} = \frac{3200}{169} mg$

Ответ: $F_{T2} = \frac{5}{13} mg$ $F_{T3} = \frac{3200}{169} mg$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

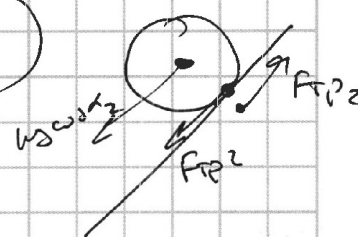
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

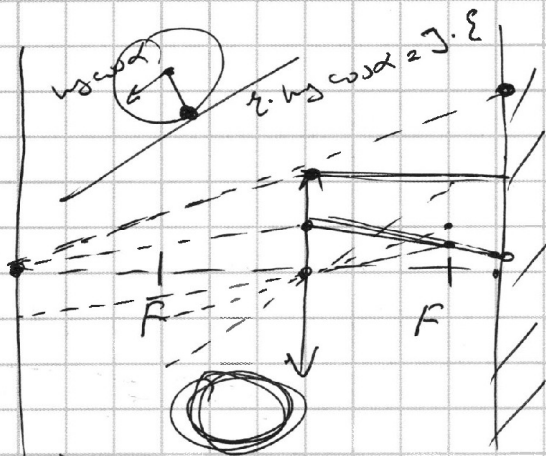
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{dI}{dt} = \dot{I} = \frac{1}{5L} \left(\frac{dB_1}{dt} \cdot 2Sn + \frac{dB_2}{dt} \cdot 2S(10) \right)$$

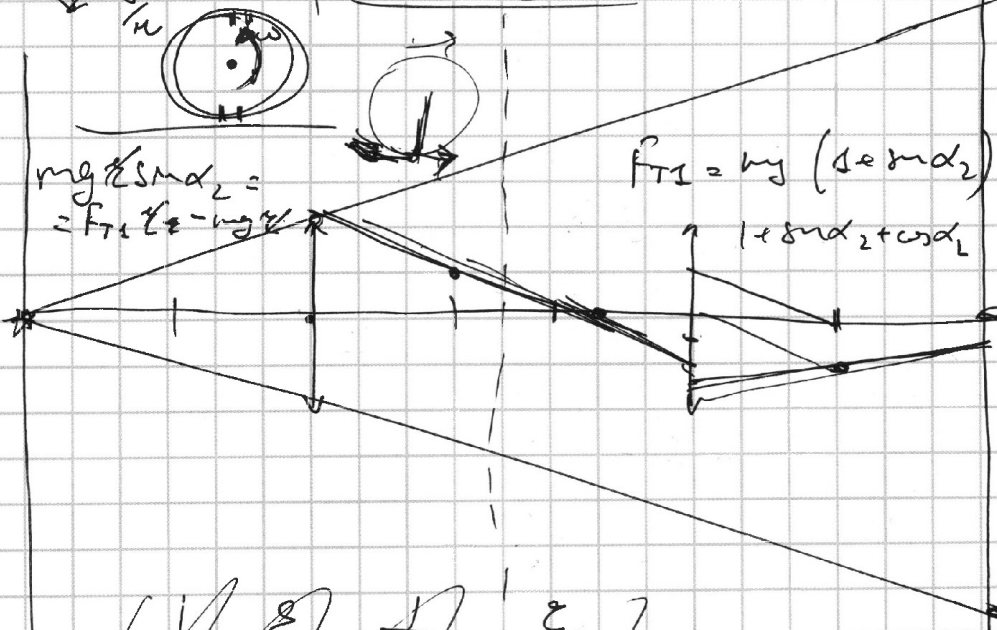
$$(I - I_0) = \frac{1}{5L} \left((B_1 - B_{10}) Sn + \right.$$



$$\varphi = \frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$



$$mg \sin \alpha_2 \cdot F_T = \frac{5g}{24}$$



$$\frac{10}{3} r$$

$$\left(\frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} + \frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{(R_x - r)} \right)$$

$$= \frac{Q}{40\pi\epsilon_0 r} \left(\frac{R_x^2 - R_x}{R_x} \right) = \frac{Q(R_x - 1)}{40\pi\epsilon_0 r R_x}$$

$$\varphi = \frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} + \frac{1}{40\pi\epsilon_0} \cdot Q \left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{r} \right) = \frac{Q}{40\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{r - R_x}{R_x} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

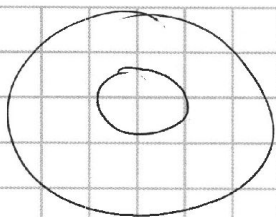
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{z} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{z} \right) =$$
$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_0} \left((\epsilon-1) \frac{1}{R_x} + \frac{1}{z} \right)$$

$$\varphi(R/4) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \left(z + \frac{R}{4} \right)} \left((\epsilon-1) \left(\frac{R}{4} + z \right) + z \right) =$$

~~$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{\frac{\epsilon}{4}R - \epsilon z - \frac{R}{4} + 2z}{\frac{R}{4} - z} \right) =$$~~

~~$$= \frac{Q}{\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{\frac{\epsilon R}{4} - \epsilon z - \frac{R}{4} + 2z}{R - 4z} \right) =$$~~

$$= \frac{Q}{\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{\frac{R}{4}(\epsilon-1) + z(2-\epsilon)}{R-4z} \right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \left(z + \frac{R}{4} \right)} \left(\epsilon \left(z + \frac{R}{4} \right) - \frac{R}{4} \right) =$$

$$= \frac{Q}{\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{\frac{R}{4}(\epsilon-1) + \epsilon z}{4z^2 + Rz} \right)$$