



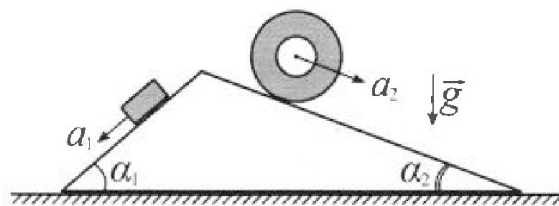
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

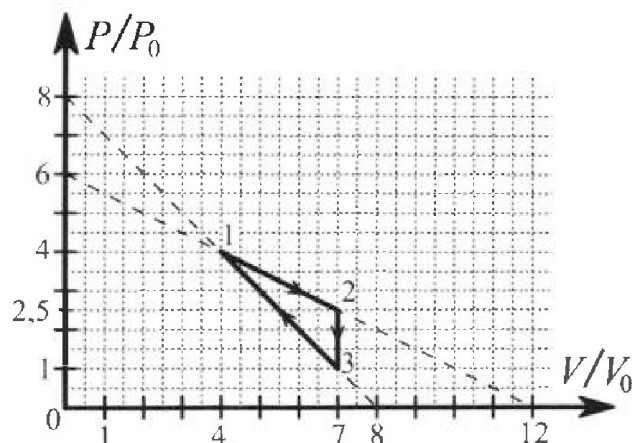


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

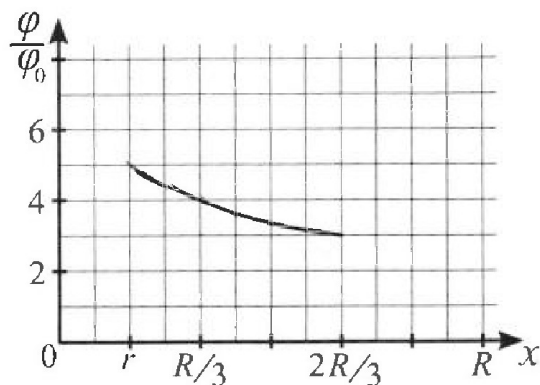
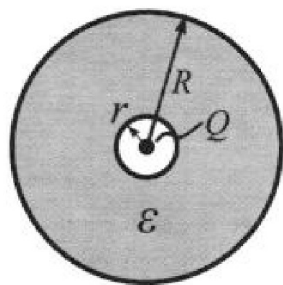
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .

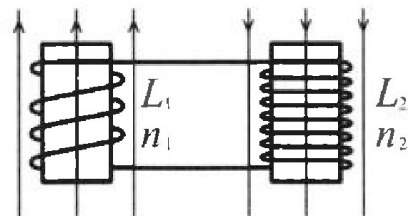


Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

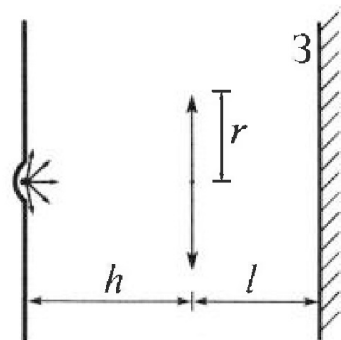
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало. 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



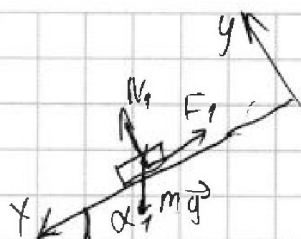
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)



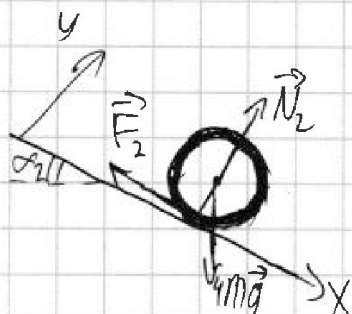
II з-н Ньютона:

$$Oy: N_1 = mg \cos \alpha = mg \frac{4}{5}$$

$$Ox: ma_1 = mg \sin \alpha - F_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha - a_1) = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = mg \frac{39-25}{65} = \frac{14}{65} mg$$

2)



Ур-е моментов отн. Ц.М.

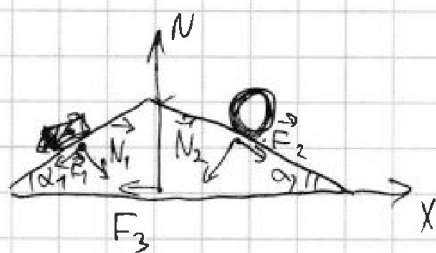
(имеем право записать, т.к. $M_{F_{\text{нп}}} = 0$ в Ц.М.)

$$\gamma E = F_2 R$$

$$4mR^2 \cdot \frac{a_2}{R} = F_2 R \Rightarrow F_2 = 4ma_2 = \frac{5}{6} mg$$

$$\text{II з-н Ньютона на } Oy: N_2 = 4mg \cos \alpha_2 = \frac{48}{13} mg$$

3)



II з-н Ньютона на OX:

$$0 = F_2 \cdot \cos \alpha_2 - N_2 \cdot \sin \alpha_2 + N_1 \cdot \sin \alpha_1 - F_3 \cdot \cos \alpha_1 - F_3$$

$$F_3 = \left(\frac{60}{6 \cdot 13} + \frac{12}{5^2} - \frac{240}{13^2} - \frac{56}{13 \cdot 5^2} \right) mg = \left(\frac{130-240}{13^2} + \frac{156-56}{13 \cdot 5^2} \right) mg =$$

$$2 \left(\frac{100}{13 \cdot 5^2} - \frac{110}{13^2} \right) mg = \left(\frac{1300-2750}{13^2 \cdot 25} \right) mg = -\frac{58}{13^2} mg = -\frac{58}{169} mg$$

(минус говорит о неверном направлении на рисунке)

$$\text{Ответ: } 1) F_1 = \frac{14}{65} mg; \quad 2) F_2 = \frac{5}{6} mg;$$

$$3) F_3 = \frac{58}{169} mg.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② (продолжение) А

3) $\eta = \frac{A}{Q_+}$

Q_+ - полная площадь под графиком

$$Q_+ = \frac{1}{2} (4p_0 + 2,5p_0) (7V_0 - 4V_0) = 3 \cdot 3,25 p_0 V_0 = 9,75 p_0 V_0$$

$$A = \frac{9}{4} p_0 V_0 \text{ (из п. 1)}$$

$$\eta = \frac{9}{39}$$

Отв: 1) $\alpha = \frac{63}{9} = 7;$

2) $\beta = \frac{9}{8};$

3) $\eta = \frac{9}{39}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

②1) $pV = \nu RT$

В т.2: $2,5 p_0 \cdot 7V_0 = \nu RT_2$ (1)

В т.3: $p_0 \cdot 7V_0 = \nu RT_3$ (2)

(2) - (1) : $\nu R (T_3 - T_2) = 7V_0 (2,5 p_0 - p_0)$

$\Delta T_{23} = \frac{2,5 p_0 V_0}{2 \nu R}$

Т.к. газ идеальный и одноатомный:

$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$

$\Delta U_{23} = \frac{363}{4} p_0 V_0$

Работа газа равна площади на графике, ограниченной "линиями процесса".

$A = \frac{1}{2} (2,5 p_0 - p_0) \cdot (7V_0 - 4V_0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 p_0 V_0 = \frac{9}{4} p_0 V_0$

$\alpha = \frac{\Delta U_{23}}{A} = \frac{363}{9} = 7$

2) В т. (1) $4 p_0 \cdot 4V_0 = \nu RT_1 \Rightarrow T_1 = 16 \frac{p_0 V_0}{\nu R}$

В процессе 12: $p = 6 p_0 - \frac{1}{2} p_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)$

$pV = \left(6 p_0 - \frac{1}{2} p_0 \left(\frac{V}{V_0} \right) \right) V = p_0 \left(6V - \frac{1}{2 V_0} V^2 \right) = \nu RT$

Зависимость - парабола ветвями вверх $\Rightarrow T_{\max}$ при

$V = -\frac{b}{2a} = 6 V_0 \Rightarrow T_{\max} = \frac{p_0 (36 V_0 - \frac{1}{2 V_0} 36 V_0^2)}{\nu R} = \frac{18 p_0 V_0}{\nu R}$

$\theta = \frac{T_{\max}}{T_1} = \frac{9}{8}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ ~~Из графика $\varepsilon = \frac{R}{6}$, но поскольку на уточняющих вопросах ответили "о/к" рассмотрим случай~~

~~$r > \frac{R}{4}$~~

~~$r < \frac{R}{4} : \infty$~~

1) $\varphi = + \int_x^R E/r dr = +kQ \left(\int_x^R \frac{dr}{r^2} + \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} \right) = -kQ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right)$

При $x = \frac{R}{4}$

$\varphi = -kQ \left(\frac{4\varepsilon}{R} - \frac{\varepsilon}{R} + \frac{1}{R} \right) = -(3\varepsilon + 1) \frac{kQ}{R}$

2) $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = -(2\varepsilon + 1) \frac{kQ}{R}$

$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = kQ \frac{1,5\varepsilon - \varepsilon + 1}{R} = -\left(\frac{\varepsilon}{2} + 1\right) \frac{kQ}{R}$

$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{2\varepsilon + 1}{\frac{\varepsilon}{2} + 1} = \frac{4}{3}$ (из графика)

$6\varepsilon + 3 = 2\varepsilon + 4$

$4\varepsilon = 1$

$\varepsilon = 0,25$

ОТВЕТ: 1) $\varphi\left(\frac{R}{4}\right) = -(3\varepsilon + 1) \frac{kQ}{R}$

2) $\varepsilon = 0,25$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{4} 1) \mathcal{E}_{ind} = n_1 S \frac{dB}{dt} = \alpha n_1 S$$

По II правилу Из ур-я обхода:

$$\mathcal{E}_{ind} = L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt}$$

Т.к. току деться некуда $I_1 = I_2 = I$

$$\mathcal{E}_{ind} = (L_1 + L_2) \dot{I} = \alpha n_1 S$$

$$\dot{I} = \frac{\alpha n_1 S}{L_1 + L_2} = \frac{\alpha n S}{L_1 + L_2}$$

2) Т.к. ^{векторы} нормали к ~~площадям~~ катушки в обоих случаях сонаправлены ~~и~~ магнитной индукции: (и противоположны её изменению)
обе $\mathcal{E}_{ind}$ будут иметь одинаковый знак.

Из ур-я обхода:

$$n_1 S \frac{dB_1}{dt} + n_2 S \frac{dB_2}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt}$$

$$S(n_1 dB_1 + n_2 dB_2) = (L_1 + L_2) dI \quad \text{суммируем}$$

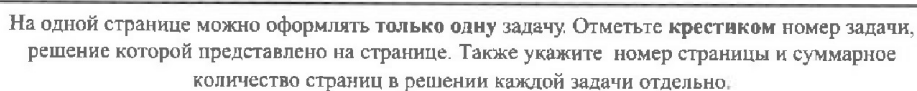
$$\Delta I = \frac{S}{L_1 + L_2} (n_1 \Delta B_1 + n_2 \Delta B_2)$$

А т.к. $I_0 = 0$

$$I = \frac{S}{L_1 + L_2} \left(\frac{n B_0}{2} + \frac{8 n B_0}{3} \right) = \frac{S}{L_1 + L_2} \frac{3 n B_0 + 16 n B_0}{6} = \frac{19 n B_0 S}{6 (L_1 + L_2)}$$

Ответ: 1) $\dot{I} = \frac{\alpha n S}{L_1 + L_2}$

$$2) I = \frac{19}{6} \frac{n B_0 S}{L_1 + L_2}$$



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поряч ОК-кода недопустима!

(продолжение)

The diagram shows a beam of length l with a distributed load q acting downwards. The beam is supported by a fixed support at the right end. The reaction force at the support is $\frac{2}{3}F$. The beam is divided into three segments of length a . The distance from the left end to the first segment is r_4 . The distance from the first segment to the second segment is r_3 . The distance from the second segment to the third segment is r_5 . The beam is shown in a deformed state with arrows indicating the direction of the load and the reaction force.

После отражения в зеркале преломлённые лучи пересекутся на расстоянии $\frac{2}{3}F$ от зеркала (расстояние, которое они не дошли до пересечения перед отражением).

Ф-ла тонкой линзы:

$$\frac{1}{L - \frac{2}{3}F} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F} \Rightarrow a = -2F \text{ - изображение будет мнимым}$$

Из равных треугольников: $r_3 = r_1 = 1 \text{ см}$

Из подобных треугольников: $\frac{r_4}{r_3} = \frac{h+|a|}{|a|} \Rightarrow r_4 = 2r_3 = 20$

Из трёх больших равных треугольников [с катетами r_2 и $h+L$]: $r_5 = 2r_2 = 10 \text{ см}$

Освещённая площадь стены:

$$S_2 = \pi r_5^2 - \pi r_4^2 = \pi (100 - 4) \text{ cm}^2 = 96\pi \text{ cm}^2$$

Отв ет: 1) $S_1 = 24\pi \text{ см}^2$; 2) $S_2 = 96\pi \text{ см}^2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \Delta U = \frac{3}{2} J R \Delta T = -\frac{3}{2} J R \left(\frac{5}{2} p_0 V_0 - p_0 V_0 \right) = \frac{63}{4} p_0 V_0$$
$$Q_+ = \frac{1}{2} 3 V_0 (6,5 p_0) = \frac{1}{4} 3 \cdot 13 p_0 V_0 = \frac{39}{4} p_0 V_0$$

$T \sim p$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРОКОВ

$$\frac{1}{2F} + \frac{1}{2F} = \frac{1}{F} \quad \begin{array}{r} 2750 \\ -1300 \\ \hline 1450 \end{array}$$

$$L = \frac{2}{3}n = \frac{4225}{37200} \quad \begin{array}{r} 25 \\ -14 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\frac{3}{2F} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F} \quad \int x = \frac{x^2}{2} \quad 4\left(\frac{5}{13} - \frac{5}{24}\right)$$

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{2F} - \frac{3}{2F} = -\frac{1}{2F}$$

$$\frac{3}{5} + x = \frac{5}{13}$$

$$\frac{3}{2F} - \frac{1}{2F}$$

$$7 \cdot 1,5 = 7 + 3,5 \quad x = \frac{3}{5} - \frac{5}{13} = \frac{39-25}{65} = \frac{14}{65}$$

$$\frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} = \frac{56}{325}$$

$$\frac{48}{13} \cdot \frac{5}{13} = \frac{240}{169}$$

$$\frac{26}{39}$$

$$\begin{array}{r} 325 \\ -25 \\ \hline 300 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ -13 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_0} = \left\{ \frac{\frac{5}{6} \cdot \frac{12}{13}}{\frac{1}{r} + \frac{2}{R-r} + \frac{1}{x-r}} - \frac{10}{13} \right\}$$

$$\begin{array}{r} \times 48 \\ 5 \\ \hline 240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1355 \\ 13 \\ \hline 39 \end{array}$$

$$\frac{130+240}{169} = \frac{370}{169}$$

$$\frac{3 \cdot 13}{4} = \frac{39}{4}$$

$$\left(-\frac{1}{2\epsilon_0} V^2 + 6V \right) \quad \begin{array}{r} \times 13 \\ 1243 \\ +26 \\ \hline 156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 13 \\ \hline 118 \\ +15 \\ \hline 133 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\varphi = \varphi(r) + \frac{\epsilon k Q}{x-r}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\epsilon k Q}{x_1-r} - \frac{\epsilon k Q}{x_2-r}$$

$$\varphi_0 = \varphi(r) + \frac{\epsilon k Q}{R-r} + \frac{k Q}{x-r}$$

$$= \epsilon k Q \left(\frac{1}{x_1-r} - \frac{1}{x_2-r} \right)$$



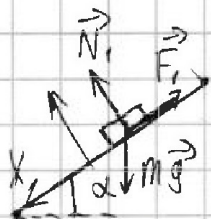
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① 1)



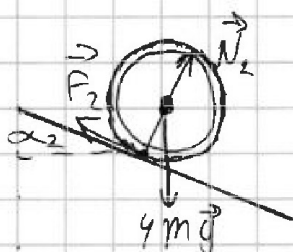
II 3-и Ньютона:

$$OY: N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5} mg$$

$$OX: m a_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = m (g \sin \alpha_1 - a_1) = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = \frac{14}{65} mg$$

2)



Запишем уравнение моментов
отн. ц.м. (имеем право, т.к.

$$M_{ц.м.}^{(отн. ц.м.)} = 0)$$

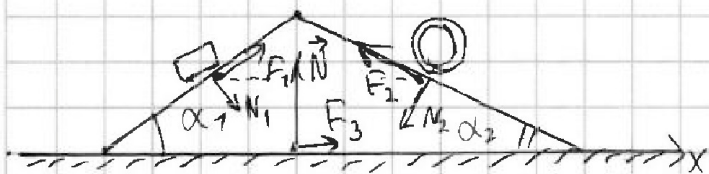
$$\dot{\omega} J = F_2 \cdot R + N \cdot 0 + mg \cdot 0$$

$$\frac{a_2}{R} \cdot 4mR^2 = F_2 \cdot R \Rightarrow F_2 = 4m a_2 = \frac{5}{6} mg$$

③

Аналогично N_1 :

$$N_2 = 4mg \cos \alpha_2 = \frac{48}{13} mg$$



II 3-и Ньютона:

$$OX: 0 = F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 + F_3 - F_2 \sin \alpha_2 - N_2 \cos \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2$$

$$F_3 = \frac{56}{325} mg + \frac{12}{25} mg - \frac{28}{13} mg - \frac{246}{769} mg = \left(\frac{1728}{325} - \frac{360}{769} \right) mg$$