



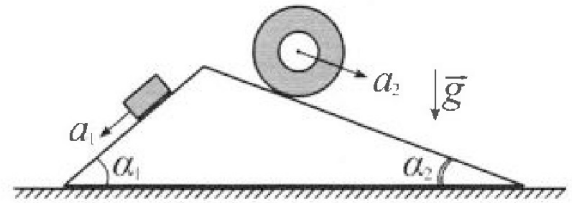
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

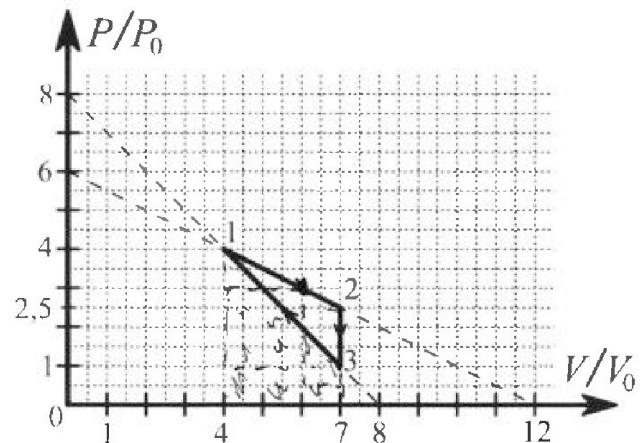


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

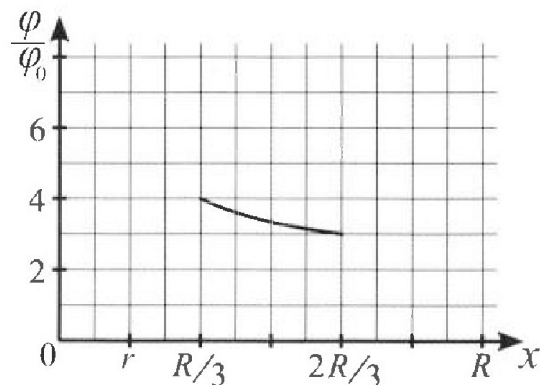
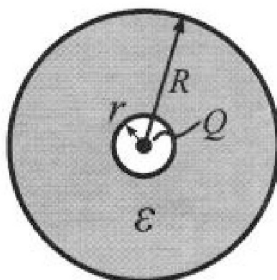
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



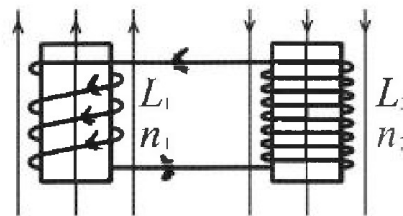
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

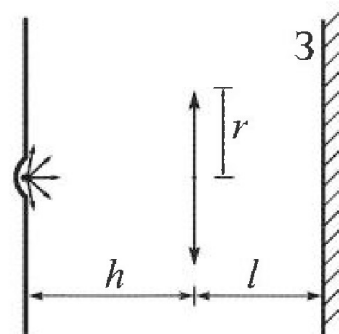


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало. 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

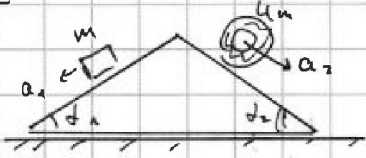
Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



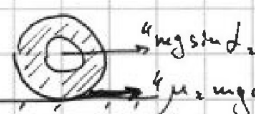
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $\Rightarrow N = mg \cos \alpha$
 $\Rightarrow m a_1 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$
 $\Rightarrow \frac{a_1}{g} = \sin \alpha - \mu \cos \alpha \Rightarrow \frac{5}{13} = \frac{3}{5} - \mu \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow 25 = 35 - 52\mu$
 $\Rightarrow 14 = 52\mu \Rightarrow \mu = \frac{7}{26}$
 $F_{\mu} = \mu mg \cos \alpha = \frac{7}{26} \cdot m \cdot g \cdot \frac{4}{5} = mg \frac{14}{65}$

Ответ: 1) $mg \frac{14}{65}$

2)  $M = 3 \text{ кг}$ $\Rightarrow \mu_2 \cdot (4 \text{ м}) g \cos \alpha \cdot v = 4 \text{ м}^2 \cdot \rho$
(P.S. $J = 4 \text{ м}^2$, м.к. вращения по часовой)
 $\Rightarrow \mu_2 mg \cos \alpha = v \rho = \omega v = \dot{v}$
Примем ρ и v имеют направление против часовой стрелки, а ω - по часовой $\Rightarrow \dot{v} = -\dot{\omega}$
 $\Rightarrow 4 \text{ м} \cdot a_2 = 4 \mu_2 g \cos \alpha - \mu_2 \cdot 4 \mu g \cos \alpha \Rightarrow \frac{5}{24} = g \frac{5 - \mu_2 \cdot 12}{13}$
 $\Rightarrow 65 = 120 - 288\mu_2 \Rightarrow 55 = 288\mu_2 \Rightarrow \mu_2 = \frac{55}{288}$
 $F_{\mu} = \mu_2 \cdot 4 \text{ м} \cdot g \cdot \cos \alpha = \frac{55}{288} \cdot 4 \text{ м} \cdot g \cdot \frac{12}{13} = \frac{55}{6 \cdot 13} mg = \frac{55}{78} mg$

Ответ: 2) $mg \frac{55}{78}$

3)  $F_g = F_{TP} = F_{TP} \cdot \cos \alpha + N \cdot \sin \alpha + F_{TP} \cdot \cos \alpha + N \cdot \sin \alpha$
 $N_2 = 4 \mu g \cos \alpha = \frac{48}{13} mg$ $N_1 = mg \cos \alpha = \frac{4}{5} mg$
 $F_3 = \left(\frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13} + \frac{48}{13} \cdot \frac{5}{13} + \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \right) mg =$
 $= \frac{5(22+48)}{13^2} + \frac{4 \cdot (14+13 \cdot 3)}{65 \cdot 5}$

3)  $F_3 = F_1 \cdot \cos \alpha + F_2 \cdot \cos \alpha = mg \left(\frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} + \frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13} \right) =$
 $= mg \left(\frac{56}{13 \cdot 5} + \frac{110}{13^2} \right) = mg \frac{56 \cdot 13 + 110 \cdot 5}{13^2 \cdot 5} = \frac{3478}{4225} mg$

Ответ: 3) $\frac{3478}{4225} mg$



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) 1) $\frac{|\Delta U_{23}|}{A'}$ где ΔU_{23} - изменение внутр. энергии газа в процессе 23
 A' - работа газа за цикл

$$\Delta U_{23} = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} \nu_i R (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2)$$

кал-во вещества
темпер. в м. 3 и м. 2

p_i и V_i - давление и объем в i -той точке.

i - кал-во степеней свободы (= 3 в данной задаче)

$$\Delta U_{23} = \frac{5}{2} \cdot (1 p_0 \cdot 7 V_0 - 2.5 p_0 \cdot 7 V_0) = \frac{63}{4} p_0 V_0$$

A' = площадь внутри фигуры = $p_0 V_0 \cdot 3 \cdot 3 \cdot (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}) = \frac{9}{4} p_0 V_0$ (данные из графика)

$$\Rightarrow \frac{|\Delta U_{23}|}{A'} = \frac{\frac{63}{4} p_0 V_0}{\frac{9}{4} p_0 V_0} = \underline{7}$$

2) В процессе 12 p можно выразить через V как $\frac{p}{p_0} = \frac{\hat{p}}{p_0} + \alpha \frac{V}{V_0}$

где $\hat{p}_0$ - касание графиков оси координат при $\frac{V}{V_0} = 0$ (т.е. $\hat{p}_0$ = б. для процесса 12)

$\alpha = -\frac{1}{2}$ (наклон графика)

$$pV = p_0 \left(\frac{\hat{p}}{p_0} + \alpha \frac{V}{V_0} \right) V = 2RT. \quad \text{Это функция } T(V) = 1 \text{ при } T = \max T,$$

$$\frac{dT}{dV} = 0 \Leftrightarrow \left(\hat{p}_0 V_0 + \alpha \frac{V_0^2}{V_0} \right)' = 0 \Leftrightarrow \hat{p}_0 + 2\alpha \frac{V_0}{V_0} = 0 \Rightarrow V_0 = 6V_0$$

$$\Rightarrow p_0 = 3p_0$$

$$\begin{aligned} p_0 V_0 &= 2RT_0 \Leftrightarrow 18 p_0 V_0 = 2RT_0 \\ p_1 V_1 &= 2RT_1 \Leftrightarrow 16 p_0 V_0 = 2RT_1 \end{aligned} \Rightarrow \frac{T_1}{T_0} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$$

3) $Q_H = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + A'_{12} + A'_{23}$ проделав аналогичные к 2) рассуждения можно найти что макс. T в м. 1.

7
Тепло
от нагревателя

циклового внутр. энергии / кол-во T_0

от м. 1 до макс. T

максимальной T

идет от нагревателя

газа $\rightarrow$ это уже не Q_H

до этого (т.е.)

в процессе 3-1

температура

только возрастает

$$Q_H = \frac{5}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2) + \frac{5}{2} (p_0 V_0 - p_1 V_1) + \int_{V_2}^{V_1} p dV + \int_{V_1}^{V_0} p dV$$

$$= \frac{5}{2} (p_0 V_0 - p_2 V_2) - 7.5 p_0 V_0 + 7 p_0 V_0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} (18 p_0 V_0 - 7 p_0 V_0) - 0.5 p_0 V_0$$

$$\Rightarrow Q_H = 16 p_0 V_0 \quad \eta = \frac{A'}{Q_H} = \frac{9/4}{16} \leftarrow \text{из к. 1)} \Rightarrow \eta = \underline{\underline{\frac{3}{64}}}$$

Ответ: 1) 7; 2) 9/8; 3) 3/64



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

31)

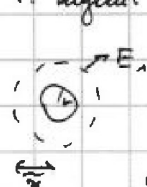


$$\varphi = \varphi_r - \varphi_\infty = \varphi_r \quad \text{на } \infty = 0$$

$$\varphi = \int_r^R E_1 d\vec{x} + \int_R^\infty E_2 d\vec{x} \quad (\text{при } x > r)$$

вынести из шара + унести на ∞

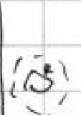
По Т. Гаусса:



внутри шара:

$$E_1 \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{4\pi \epsilon \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

= $\oint E_1 dS$ (E_1 const из-за симметрии)



снаружи шара:

$$E_2 \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E_2 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

$$\Rightarrow \varphi(x) = \left(\frac{Q}{4\pi \epsilon \epsilon_0} \int_r^R \frac{1}{x^2} \right) + \left(\frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \int_R^\infty \frac{1}{x^2} \right) = \frac{Q}{4\pi \epsilon \epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) + \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon r} + \frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} \right)$$

на графике видно, что $r = \frac{R}{6} \Rightarrow$ при $x = \frac{R}{4}$ работает формула, полученная выше

$$\Rightarrow \varphi\left(\frac{R}{4}\right) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{4 + \epsilon - 1}{\epsilon R} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{3 + \epsilon}{\epsilon R}$$

$$2) \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{3 + \epsilon - 1}{\epsilon R} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{2 + \epsilon}{\epsilon R}$$

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1.5 + \epsilon - 1}{\epsilon R} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{0.5 + \epsilon}{\epsilon R}$$

$$\frac{\varphi(R/3)/\varphi_0}{\varphi(2R/3)/\varphi_0} = \frac{\varphi(R/3)}{\varphi(2R/3)} = \frac{4}{3} \quad (\text{из графика})$$

$$\Rightarrow \varphi(R/3) = 4 \varphi(2R/3) \Rightarrow 3 \cdot \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{2 + \epsilon}{\epsilon R} = 4 \cdot \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{0.5 + \epsilon}{\epsilon R}$$

$$\Rightarrow 6 + 3\epsilon = 2 + 4\epsilon \Rightarrow \epsilon = 4$$

Ответ:

$$1) \varphi(R/4) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{3 + \epsilon}{\epsilon R}$$

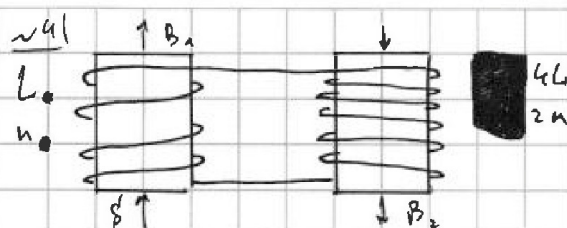
$$2) \epsilon = 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

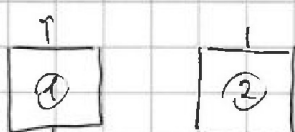
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) В начальный момент времени катушка попытается сделать $\Delta\Phi = 0$, где Φ - поток магнитного поля.

$$\Rightarrow \frac{d(B_1 + \Delta B)}{dt} \cdot S \cdot n = I' L \Rightarrow I' = \frac{\Delta S n}{L}$$

2)



катушки, сонаправлены $\Rightarrow$ если B_1 увеличится с площадью катушки 1, то B_2 уменьшится и наоборот.

$B_0 \rightarrow B_0/2$ $2B_0 \rightarrow 2B_0/3$

для первой катушки: $\underbrace{d\Phi_1}_{\text{измен. потока внутри катушки за время } dt} = \underbrace{dB_1}_{\text{измен. магн. поля за время } dt} S n + \underbrace{dIL}_{\text{ток}} \quad (dt \text{ малое})$

для второй катушки: $d\Phi_2 = dB_2 S_{2n} + dI \cdot 4L$

Пропитеризуем до равен по dt катушки:

$$\Delta\Phi_1 = \Delta B_1 \cdot S \cdot n + \Delta I L = (B_0/2 - B_0) S n + I L = -\frac{B_0}{2} S n + I L$$

$$\Delta\Phi_2 = \Delta B_2 S_{2n} + \Delta I \cdot 4L = (2B_0/3 - 2B_0) S n + I \cdot 4L = -\frac{8B_0}{3} S n + I \cdot 4L$$

Заметим, что $|\Phi_1| = |\Phi_2|$ каждый момент времени (и.е. нет разности потенциалов на проводниках с $R = 0$)
($\epsilon_{\text{инд}_1} = \epsilon_{\text{инд}_2}$)

$$\Rightarrow |\Delta\Phi_1| = |\Delta\Phi_2| \Rightarrow \left(\frac{8B_0}{3} - \frac{B_0}{2} \right) S n = (4-1) I L$$

$$\Rightarrow \frac{13}{6} B_0 S n = 3 I L$$

$$\Rightarrow I = \frac{13}{18} \frac{B_0 S n}{L}$$

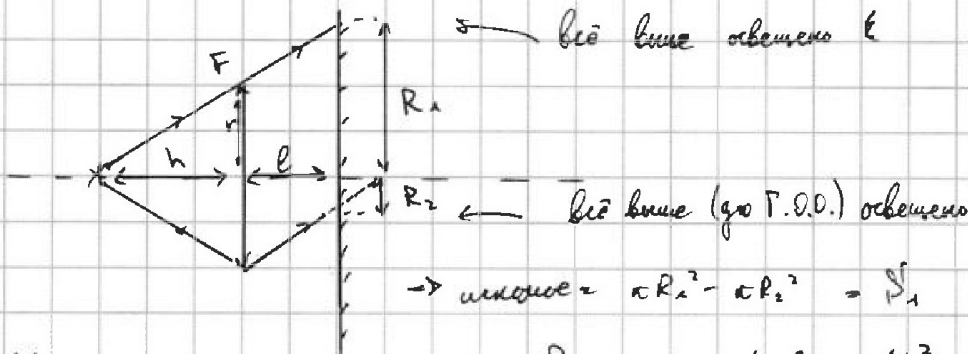
Ответ: $I' = \frac{\Delta S n}{L}$; $I = \frac{13}{18} \frac{B_0 S n}{L}$



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) 15



Из подобия треугольников: а) $\frac{h}{h} = \frac{R_1}{h+l} \Rightarrow R_1 = \frac{h+l}{h} v = \frac{1+2/3}{1} v = \frac{5}{3} v = 5 \text{ см}$

б) $\frac{R_2}{h-l} = \frac{h}{h} \Rightarrow R_2 = \frac{h-l}{h} v = \frac{1-2/3}{1} v = \frac{1}{3} v = 1 \text{ см}$

В "задерживающей" линзе падает из Г.О.О. на расст. h от линзы, т.е. $h = 2F$, а при $d = 2F$ и фокусные точки линзы $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$; $d' = 2F = h$

$\rightarrow S_1 = \pi \cdot 25 \text{ см}^2 - \pi \cdot 1 \text{ см}^2 = 24 \text{ см}^2 \cdot \pi$

2) всё выше освещено (источником перед зеркалом)



Изображение ист.-ка в первой линзе находится на расст. h от линзы (т.е. $h = 2F$) т.е. расст. от нового источника для второй линзы (изображения ист.-ка в первой линзе) до второй линзы $= 2l - h = d$

Из фокусных точек линзы:

$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{2l-h} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{h} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{h} \Rightarrow d' = -h$

Тогда свет из второй линзы можно рассмотреть как свет от источника на расст. h левее 2-ой линзы

$\Rightarrow R_4 = 2v = 6 \text{ см}$. $\frac{R_3}{2h+2l} = \frac{h}{h} \Rightarrow R_3 = \frac{10}{3} v = 10 \text{ см}$

$S_2 = \pi R_4^2 - \pi R_3^2 = \pi 36 - \pi 100 = 64 \pi \text{ см}^2$

каждая линза, но источник это уже изобр. впереди $\Rightarrow$ свет не преломляется

Ответ: 1) $S_1 = 24 \pi \text{ см}^2$
2) $S_2 = 64 \pi \text{ см}^2$

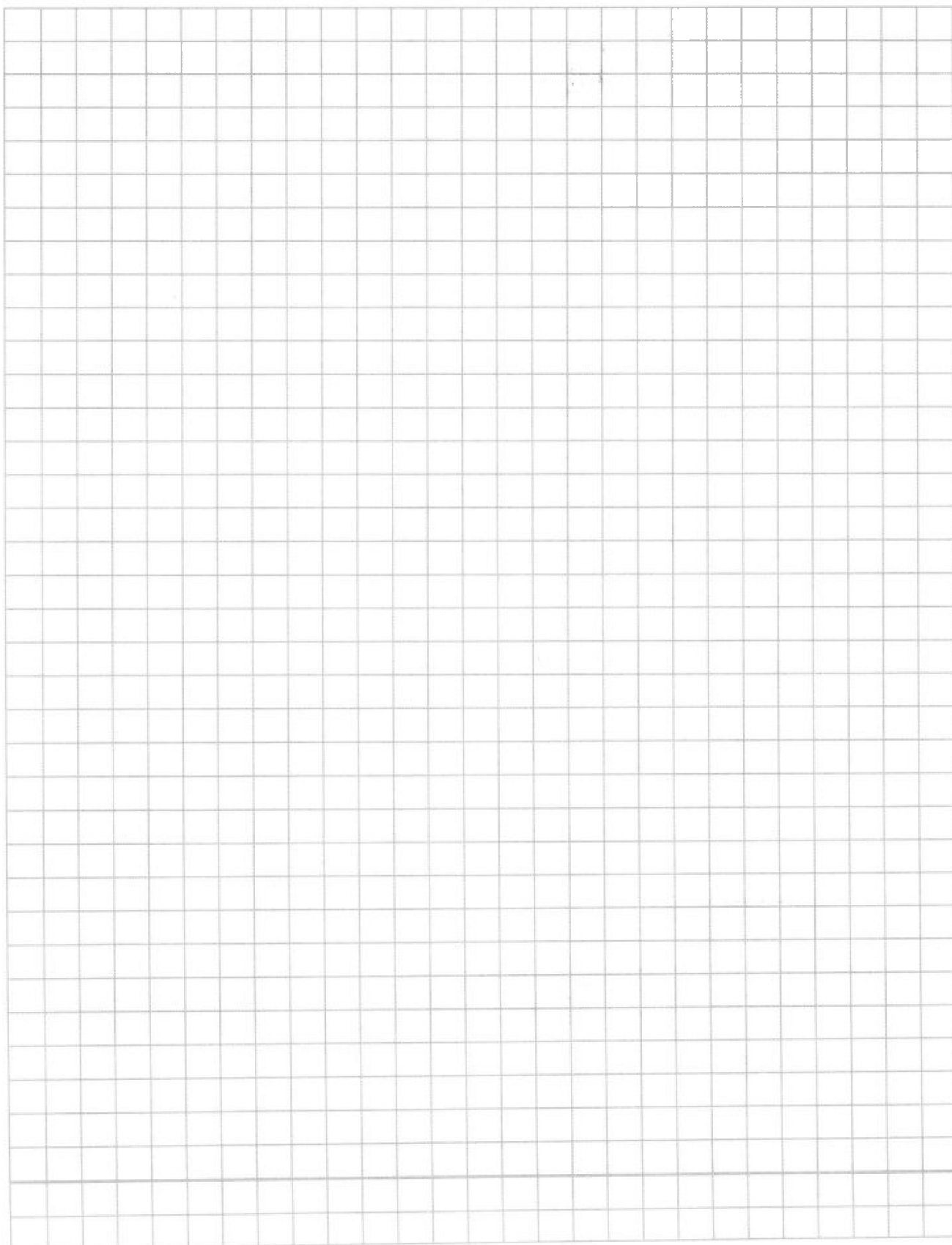


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $\frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0}$

$$\Delta U_{12} = \frac{1}{2} \Delta R (T_2 - T_1) = \frac{1}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2)$$

Черновик

$$\left| \frac{\Delta U_{12}}{A'} \right| = \frac{1}{2} (7 \cdot 1 - 2 \cdot 2.5) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$$

$$A' = (3 \cdot 3) - \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 15 \right) = 9 - \frac{3}{2} - \frac{15}{2} = 9 - \frac{18}{2} = 9 - 9 = 0$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\left| \frac{\Delta U_{12}}{A'} \right| = \frac{63}{4} \cdot \frac{4}{3} = 7$$

2) P

$$P = \beta - \alpha V$$

$$pV = (\beta - \alpha V)V = \beta V - \alpha V^2 = \Delta RT$$

$$\Delta RT' = (\beta V)' - (\alpha V^2)' = \beta - 2\alpha V = 0 \Rightarrow \beta = 2\alpha V$$

$$\alpha = -\frac{\beta}{2} \Rightarrow \beta = \frac{2\alpha}{V} \Rightarrow p = 3$$

$$p_1 V_1 = \Delta RT_1 \Rightarrow 18 = \Delta RT_1 \quad p_2 V_2 = 4 \cdot 4 = \Delta RT_2 \Rightarrow 16 = \Delta RT_2$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$$

$$\hat{p} + 2\alpha V = 0 \quad \hat{p} = 8$$

$$\alpha = -1$$

$$8 = 2 \cdot \alpha \cdot V \Rightarrow V = 4$$

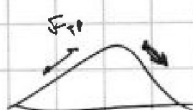
по закону Гука

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A'_{12} + \hat{A}'_{12}$$

$$\frac{1}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2) + \frac{1}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{1}{2} (18 - 16) + \frac{1}{2} (18 - 16) = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{3}{2} \cdot 3 + \frac{3}{2} \cdot 2 = \left(5 \cdot \frac{3}{2} + 7 \right) = 8 \cdot \frac{3}{2} + 7 = 12 + 7 = 19$$

$$\eta = \frac{A'}{Q_{12}} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$



$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 17 \\ \hline 168 \\ 56 \\ \hline 728 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 110 \\ \hline 25 \\ 2750 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2750 \\ \times 728 \\ \hline 3678 \end{array}$$

$$15 \cdot 15 \cdot 6$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 25 \\ \hline 845 \\ 1690 \\ \hline 4225 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

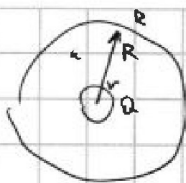
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)



$r, R, Q, \epsilon, \varphi(x) = ?$

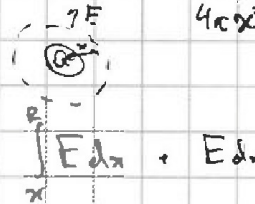
$$\int \frac{kQ}{x^2} \rightarrow \frac{kQ}{x} \Big|_x^R = \dots$$

Черновик

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x} \Rightarrow x = R, \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$



$$\frac{\varphi_2}{\epsilon_2} = \frac{x_2}{x_1}$$



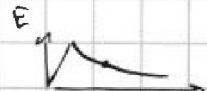
$$4\pi x^2 \cdot E = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon \epsilon_0} \frac{Q}{x^2} \Big|_{x>R}$$



$$E_1 \cdot 4\pi R^2 = E_2 \cdot 4\pi R^2$$

$$E_2 = E_1 \frac{R^2}{R^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon \epsilon_0} \frac{Q}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}$$



$$\frac{\varphi_1}{\epsilon_0} = 4$$

$$\frac{\varphi_2}{\epsilon_0} = 3$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon \epsilon_0} \frac{Q}{R^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon \epsilon_0} \frac{Q \cdot 9}{R^2}$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon \epsilon_0} \frac{Q \cdot 9}{4R^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon \epsilon_0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon_0 x} - \frac{1}{\epsilon_0 R} + \frac{1}{\epsilon_0 R} - \frac{1}{\epsilon_0 \infty} \right)$$

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon x} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon R} \right)$$

$$\frac{\varphi_1}{\epsilon_2} = \frac{\frac{1}{\epsilon x_1} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon R}}{\frac{1}{\epsilon x_2} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon R}} = \frac{\frac{1}{\epsilon x_1} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon R}}{\frac{1}{\epsilon x_2} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon R}}$$

$$= \frac{\epsilon R}{\frac{1}{\epsilon x_2} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon R}}$$

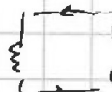
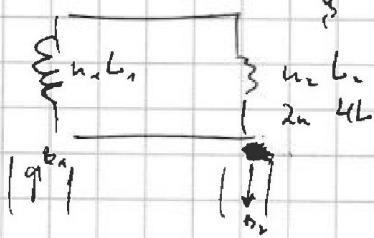
$$\Delta \Phi = -dB \cdot \varphi_n + dI \cdot L$$

$$\Delta \Phi = -dB \cdot \varphi_n + dI \cdot L$$

$$= \frac{\epsilon+2}{\epsilon+0.5} = \frac{4}{3}$$

$$3\epsilon+6 = \epsilon+2 \Rightarrow \epsilon = 2$$

4)



$$B_0 + 2E = iL$$

$$2B_0 = iL$$

$$\Phi_1 = B_1 \varphi_{n1} \Rightarrow \Phi_1' = \frac{dB_1}{dt} \varphi_{n1} = \alpha \varphi_{n1}$$

$$(\epsilon d = iL_1 + iL_2 \Rightarrow \alpha \varphi_{n1} = iL_1 + iL_2)$$

$$iL = \frac{\alpha \varphi_{n1}}{L_1 + L_2}$$



$$\begin{cases} B_0 \alpha dt = iL_1 \\ 2B_0 \alpha dt = iL_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_0 \alpha dt = iL_1 \\ 2B_0 \alpha dt = iL_2 \end{cases}$$

$$B_1(t) = -\alpha L_1 + iL_1$$

$$-B_2(t) = -\alpha L_2 + iL_2$$

$$A = \frac{1}{2} \quad \downarrow \quad 2B_0$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \quad \downarrow \quad \frac{2B_0}{3}$$





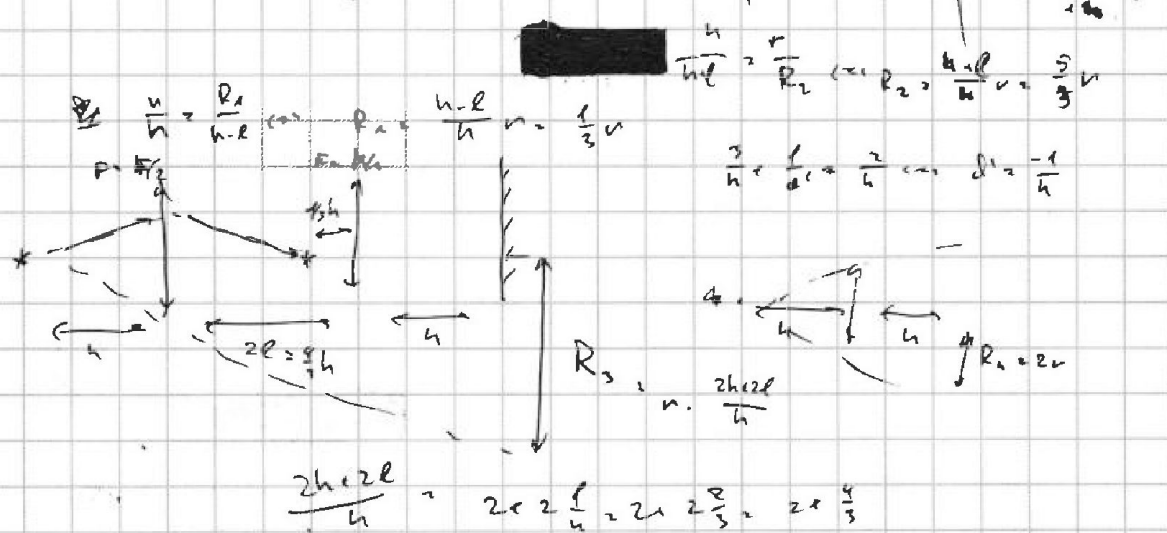
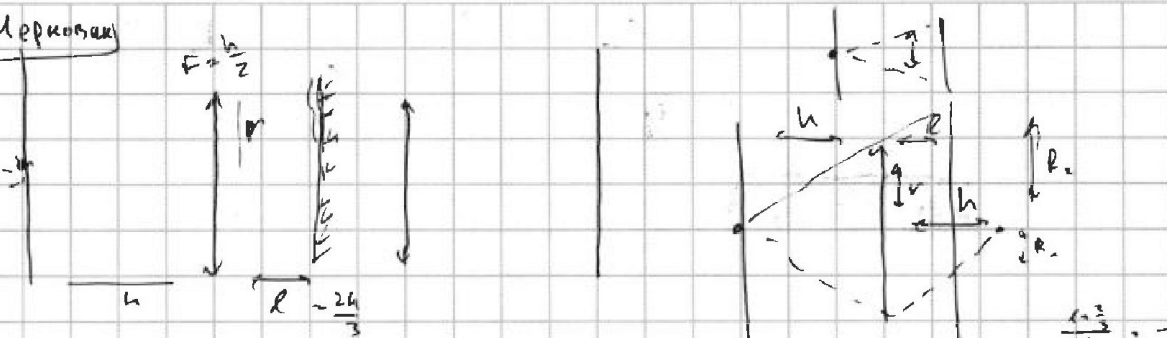
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Σ Черновик



$$\frac{h}{3} = \frac{R_1}{h-l} = \frac{R_1}{h-2h/3} = \frac{R_1}{h/3} = 3R_1/h$$

$$7IL = \pi(2/3 - 4/3) = \pi(-2/3) = -2\pi/3$$

$$7IL + \pi(2/3 - 4/3) = 0$$

$$7IL + \pi(2/3 - 4/3) = 0$$

$$7IL + \pi(2/3 - 4/3) = 0$$

$$7IL$$

$$8\pi - \frac{4\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$$

$$8\pi - \frac{4\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$$

$$\frac{20\pi}{3} = \frac{20\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$$

$$\frac{20\pi}{3} = \frac{20\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$$

