



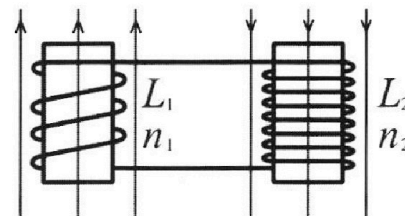
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

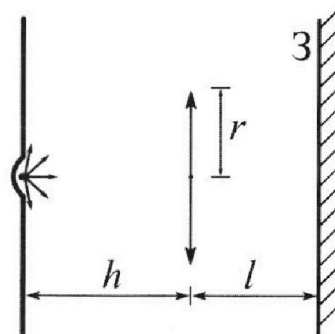


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



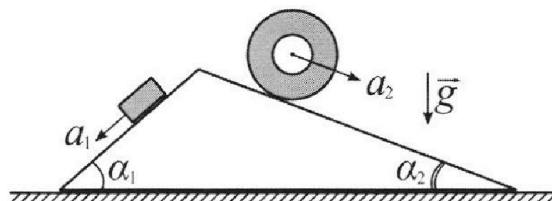
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

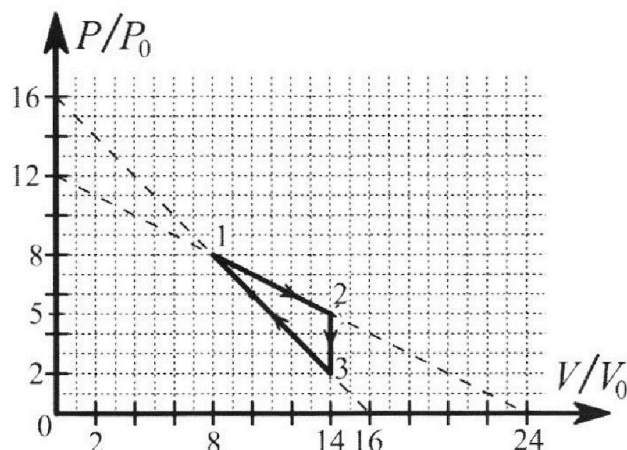


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

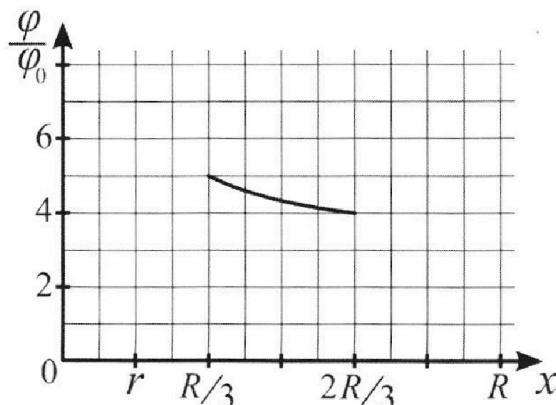
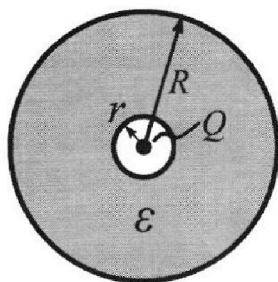
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
8 ИЗ 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_{TP1} = mg \sin \alpha_1 - ma_1 = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) = \frac{39-30}{65} mg = \frac{9}{65} mg$$

$$\vec{F}_1 = \vec{N}_1 + \vec{F}_{TP1} \Rightarrow F_1 = \sqrt{N_1^2 + F_{TP1}^2}$$

$$F_1 = \sqrt{\left(\frac{16}{25}\right)^2 + \left(\frac{81}{65^2}\right)^2} mg$$

$$F_1 = \sqrt{N_1^2 + (mg \sin \alpha_1 - ma_1)^2} = mg \sqrt{\cos^2 \alpha_1 + \left(\sin \alpha_1 - \frac{6}{13}\right)^2}$$

$$F_1 = mg \sqrt{1 + \frac{6^2}{13^2} - 2 \cdot \frac{6}{13} \cdot \frac{3}{5}}$$

$$F_1 = mg \sqrt{1 + \frac{36}{169} - \frac{36}{65}}$$

$$\left[F_1 = \frac{9}{65} mg \right]$$

2. Умнож. и мин.

второй 3-н. Ньютона

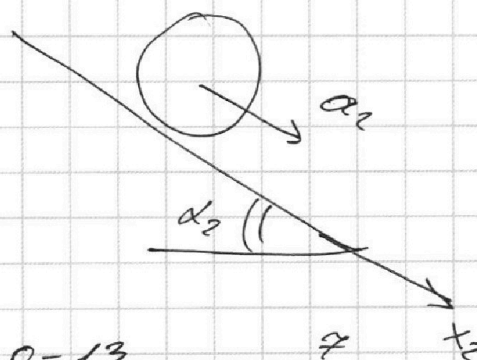
на x_2 :

$$2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2$$

$$F_2 = 2mg \left(\sin \alpha_2 - \frac{1}{4} \right)$$

$$F_2 = 2mg \left(\frac{5}{13} - \frac{1}{4} \right) = 2mg \frac{20-13}{52} = \frac{7}{26} mg$$

$$\left[F_2 = \frac{7}{26} mg \right]$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
7 ИЗ 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

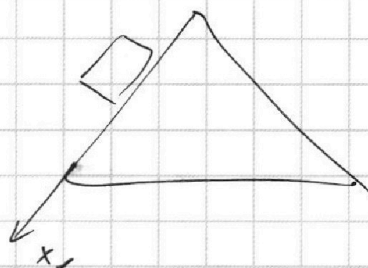
1. Попробуем что между клином и бруском есть трение:

в случае, если бы трения не было:

2-ой 3-ий Ньютона на x_1 :

$$mg \sin \alpha_1 = ma_1$$

$$a_1 = g \cdot \frac{3}{5} \quad \text{и} \quad a_1 = \frac{68}{13} \Rightarrow$$



$\Rightarrow$ есть еще какая-то

сила, которая "тормозит" брусок — это сила трения. Пусть коэф. трения между клином и бруском равен μ .

Пусть N_1 — сила норм. реакции опоры, тогда из 2-ого 3-его Ньютона $\Rightarrow$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1$$

$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_{\text{тр}} \quad \text{где } F_{\text{тр}} = \mu N_1$$

$$a_1 = g \sin \alpha_1 - \mu g \cos \alpha_1$$
$$\frac{68}{13} = g \cdot \frac{3}{5} - \mu g \cdot \frac{4}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

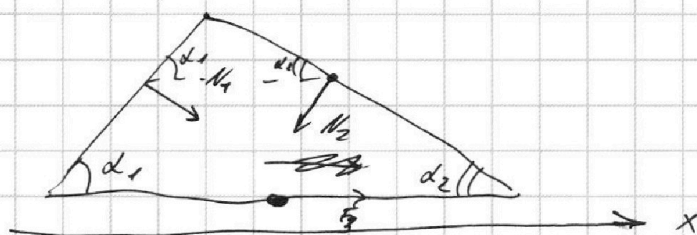
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
9 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Найдём силу N_2 - силу реакции (нормаль) между клином и цилиндром.

$$N_2 = 2mg \cos \alpha_2$$



т.к. клин не движется, то сумма сил на ось x равна нулю:

пусть F_3 направлена вдоль x , тогда

$$N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_3 = 0$$

$$F_3 = N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 = mg \left(2 \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \right)$$

$$F_3 = mg \left(\frac{120}{169} - \frac{12}{25} \right) =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

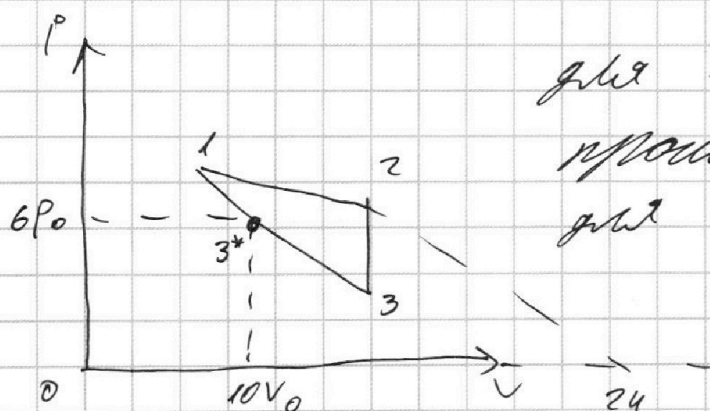
$$\frac{\delta Q}{\delta V} = \frac{5}{2} \alpha V + \frac{3}{2} P^* + \frac{3}{2} \alpha V = 4 \alpha V + P^*$$

$$\alpha = - \frac{P^*}{V^*}$$

точка в которой происходит касание с аднабатой $\frac{\delta Q}{\delta V} = 0$

$$4 \alpha V + \frac{5}{2} P^* = 0 ; \quad 4 V \cdot \frac{P^*}{V^*} = \frac{5}{2} P^*$$

$$V = \frac{5}{8} V^* , \quad \text{где } V^* - \text{объём при } P = 0$$



для 1-2 касание с аднабатой происходит при $V = 15 \cdot P_0$
для 3-1: $V = \frac{5}{8} 16V_0 = 10V_0$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{out}|}{Q_{in}}$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = 9P_0V_0 + 39P_0V_0 = 48P_0V_0$$

$$Q_{23} = C_V \Delta T = \frac{3}{2} (28 - 5 \cdot 14) P_0V_0$$

$$Q_{23} = - \frac{3 \cdot 42}{2} P_0V_0 = - 3 \cdot 21 P_0V_0 = - 63P_0V_0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q_{33*} = \Delta U_{33*} + A_{33*}$$

$$\Delta U_{33*} = \frac{3}{2} (60 - 28) P_0 V_0 = 3 \cdot 16 P_0 V_0 = 48 P_0 V_0$$

$$A_{33*} = -\frac{(2+6) \cdot 4}{2} P_0 V_0 = -16 P_0 V_0$$

$$Q_{33*} = 48 P_0 V_0 - 16 P_0 V_0 = 32 P_0 V_0$$

$$Q_{3*1} = \Delta U_{3*1} + A_{3*1}$$

$$\Delta U_{3*1} = \frac{3}{2} (64 - 60) P_0 V_0 = 6 P_0 V_0$$

$$A_{3*1} = -\frac{6+8}{2} P_0 \cdot 2 V_0 = -14 P_0 V_0$$

$$Q_{3*1} = -8 P_0 V_0$$

$$\eta = 1 - \frac{63 + \cancel{14}}{48 + 32} = 1 - \frac{\cancel{77}}{80} = \frac{3}{80}$$

$$\boxed{\eta = \frac{3}{80}}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{\cancel{71}}{\cancel{80}} = \frac{9}{80}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в процессе 1-2 $\alpha = - \frac{12P_0}{24V_0} = - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0}$

~~максим~~ образом T_{max} ~~при~~ $N = 1 + \frac{P^*}{24(\frac{1}{2})}$

P^* - это точка при $V=0$

$$P^* = 12P_0$$

$$V(T_{max}) = \frac{12P_0}{P_0} V_0 = 12V_0$$

T_{max} в точке $(6P_0, 12V_0)$

$$\frac{T_{max}}{T_R} = 72P_0V_0$$

б т. 3 : $\frac{T_3}{T_R} = 14 \cdot 2 P_0V_0 = 28P_0V_0$

$$\left[\frac{T_{max}}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{36}{14} = \frac{18}{7} \right]$$

3. Найдём КПД цикла.

для этого найдём точку касания

процесса 1-2 и 3-1 с адiabатой.

$$dU = -\delta A + \delta Q \Rightarrow \delta Q = \frac{5}{2} P dV + \frac{3}{2} V dP$$

$$P = \alpha V + P^*$$

$$\delta Q = \frac{5}{2} (\alpha V + P^*) dV + \frac{3}{2} V \alpha dV$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 2

1. Процесс 1-2:

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - V_1 P_1) = \frac{3}{2} P_0 V_0 \left(14.5 - 8.8 \right)$$

$$|\Delta U_{12}| = 9 P_0 V_0$$

работа - это площадь под графиком P-V.

$$A_{12} = P_0 V_0 (14-8) \frac{5+8}{2} = P_0 V_0 3 \cdot 13 = 39 P_0 V_0$$

$$A_{23} = 0$$

$$A_{31} = - P_0 V_0 (14-8) \frac{8+2}{2} = -5 P_0 V_0 \cdot 6 = -30 P_0 V_0$$

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 9 P_0 V_0$$

$$\left[\frac{|\Delta U_{12}|}{A} = 1 \right]$$

2. Найдём точку с макс. T в проз 1-2:

$$PV = 2RT \rightarrow PdV + VdP = 2RdT$$

$$P = 2V + P^* \rightarrow dP = 2dV$$

$$(2V + P^*)dV + V2dV = 2RdT$$

$$2dV + P^* = 2R \frac{dT}{dV} \quad \text{в точке, где } T \rightarrow \max$$

$$2dV = -P^*$$

$$V = -\frac{P^*}{2\alpha}$$

α - это коэф наклона.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

10 из 19

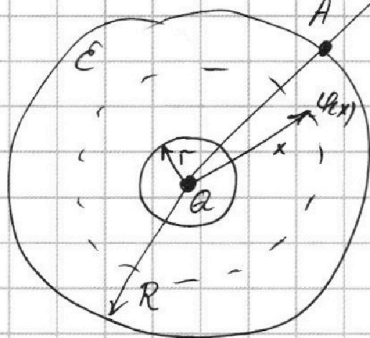
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3

1.

поле от заряда на расстоянии x .

$$E = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$$



Вспомогательная поверхность Гаусса, где это шар радиуса x .

$$E dy = -d\varphi$$

на бесконечности потенциал ноль.

$$d\varphi = -\frac{kQ}{y^2} dy \Rightarrow \varphi_A - \varphi_{(\infty)} = + \frac{kQ}{\epsilon} \Big|_{\infty}^R$$

$$\varphi_A = kQ \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\varphi_A = \frac{kQ}{R}$$

$$d\varphi = -\frac{kQ}{\epsilon y^2} dy$$

$$\varphi(x) - \varphi_A = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right)$$

$$\varphi(x) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \frac{R-x}{xR}$$

$$\text{при } x = \frac{5R}{6}; \quad \varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \frac{R - \frac{5R}{6}}{\frac{5R}{6}R}$$

$$\left[\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{\epsilon} \frac{1}{5} \right) \right]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
~~11~~ ИЗ 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Найдём ε используя график:

при $x = \frac{R}{3}$ $\varphi = 540$

$x = \frac{2R}{3}$ $\varphi = 440$

$$540 = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{R - \frac{R}{3}}{\varepsilon \frac{R}{3}} \right) \quad (1)$$

$$440 = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{R - \frac{2R}{3}}{\varepsilon \cdot \frac{2R}{3}} \right) \quad (2)$$

разделим (1) на (2):

$$\frac{5}{4} = \frac{\frac{kQ}{R} + R - \frac{R}{3}}{\frac{kQ}{R} + R - \frac{2R}{3}}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{\varepsilon \frac{R}{3} + R - \frac{R}{3}}{\frac{2}{3}\varepsilon R + R - \frac{2R}{3}} \cdot 2$$

$$\frac{5}{8} \left(\frac{2}{3}\varepsilon R + \frac{R}{3} \right) = \varepsilon \frac{R}{3} + \frac{2}{3}R$$

$$\frac{10}{24}\varepsilon R + \frac{5}{24}R = \frac{\varepsilon R}{3} + \frac{2R}{3}$$

$$\cancel{\varepsilon R} \left(\frac{10}{24} - \frac{1}{3} \right) = \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{24} \right) R$$

$$\varepsilon = \frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{24}}{\frac{10}{24} - \frac{1}{3}} = \frac{48 - 15}{30 - 24}$$

$$\varepsilon = \frac{10 - 3.8}{24} = \frac{16 + 5}{24}$$

$$\varepsilon = \frac{33}{6} = \frac{11}{2}$$

$$[\varepsilon = \frac{11}{2}]$$

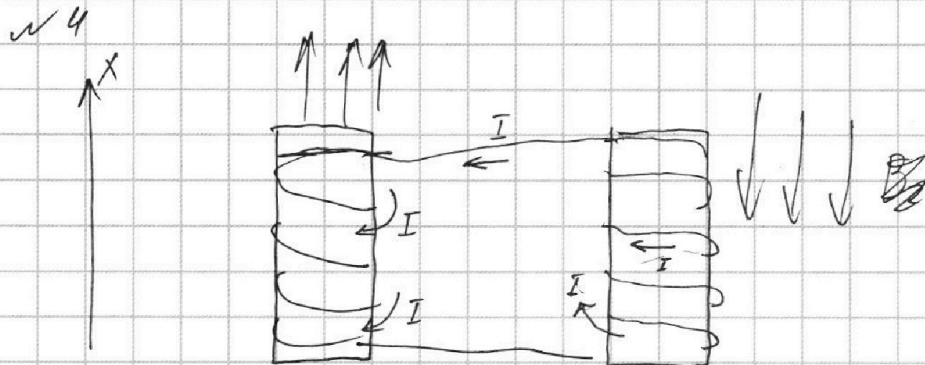


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



т.к. соприкасающиеся катушки малю, то

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} = IR \approx 0 \Rightarrow \Phi = \text{const.}$$

поток не меняется.

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_{1\text{вн}} + \Phi_{1\text{сод}} + \Phi_{2\text{вн}} + \Phi_{2\text{сод}} \quad (1)$$

↑ ↑
поток справа
через катушку себя

$$\Phi_{1\text{сод}} = L_1 I \quad \Phi_{2\text{сод}} = L_2 I$$

введем ось X:

для 4-го производного (1) покажем
разделим на dt:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi_{1\text{вн}}}{dt} + \frac{d\Phi_{1\text{сод}}}{dt} + \frac{d\Phi_{2\text{вн}}}{dt} + \frac{d\Phi_{2\text{сод}}}{dt}$$

$$(x): 0 = \frac{d\Phi_{1\text{вн}}}{dt} + \frac{d\Phi_{1\text{сод}}}{dt} + \frac{d\Phi_{2\text{вн}}}{dt} + \frac{d\Phi_{2\text{сод}}}{dt}$$

" SN2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
6 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$0 = S \frac{d\Phi}{dt} - LI \frac{dI}{dt} - 16LI$$

$$S \frac{d\Phi}{dt} = 17LI \Rightarrow \left[I = \frac{S \frac{d\Phi}{dt}}{17L} \right]$$

2. III. к $R \rightarrow 0$, то $\Phi = \text{const}$

Фол-поток в самом начале.

$$(X) \quad \Phi_{\text{фол}} = S n B_0 - 4 n S \cdot 3 B_0 = -11 n S B_0$$

$$(X): \quad \Phi = S n \frac{B_0}{3} - 4 n S \cdot \frac{2}{3} B_0 - LI - 16LI,$$

где ток I - это ток через катушку.

$$-11 S n B_0 = n S B_0 \left(\frac{1}{3} - 8 \right) - 17LI$$

$$n S B_0 \left(\frac{26}{3} - 11 \right) = -17LI \quad \text{" } \frac{1-27}{3} = \frac{-26}{3}$$

$$n S B_0 \frac{26-33}{3} = -17LI$$

$$\left[I = \frac{n S B_0 \cdot 7}{17 \cdot 3L} = \frac{7}{51} \frac{n S B_0}{L} \right]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
19 ИЗ 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

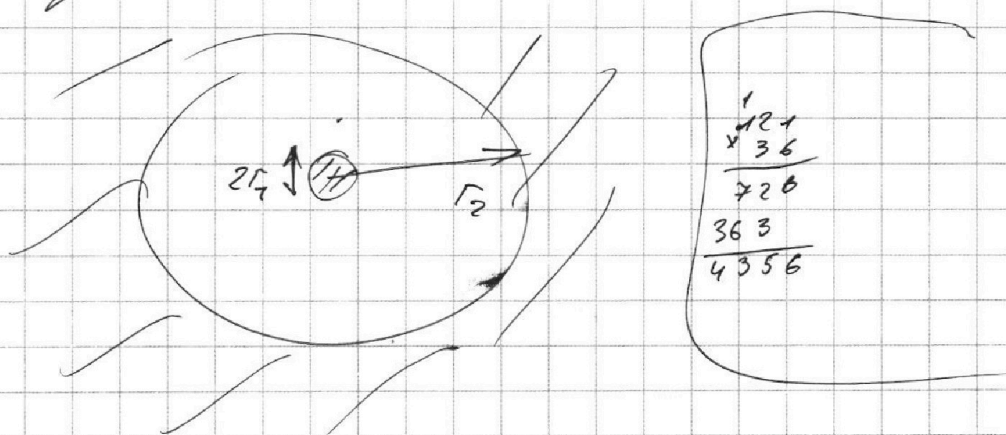
$$\frac{r + r_3}{2r} = \frac{2r}{r} \Rightarrow r + r_3 = 4r \Rightarrow r_3 = 3r$$

~~$$S_2 = \pi \left(r_2^2 - r_1^2 + r_4^2 - r_3^2 \right) = \pi \left(\left(\frac{11}{5} \right)^2 - \left(\frac{1}{6} \right)^2 + \left(\frac{3}{10} \right)^2 - 9 \right) \pi r^2$$~~

~~$$S_2 = \left(\frac{121}{25} - \frac{1}{36} + \frac{9}{100} - 9 \right) \pi \cdot 25 \text{ см}^2$$~~

~~$$S_2 = \left(121 - \frac{25}{36} + \frac{9}{4} - 225 \right) \text{ см}^2$$~~

т.к. $r_3 > r_4$, то картина выглядит так



$$S_2 = \pi (r_2^2 - r_1^2) = \pi \left(\left(\frac{11}{5} \right)^2 - \left(\frac{1}{6} \right)^2 \right) r^2$$

$$S_2 = \pi r^2 \left(\frac{121}{25} - \frac{1}{36} \right)$$

$$\left[S_2 = \pi \left(121 - \frac{25}{36} \right) \text{ см}^2 = \pi \frac{4331}{36} \text{ см}^2 \right]$$

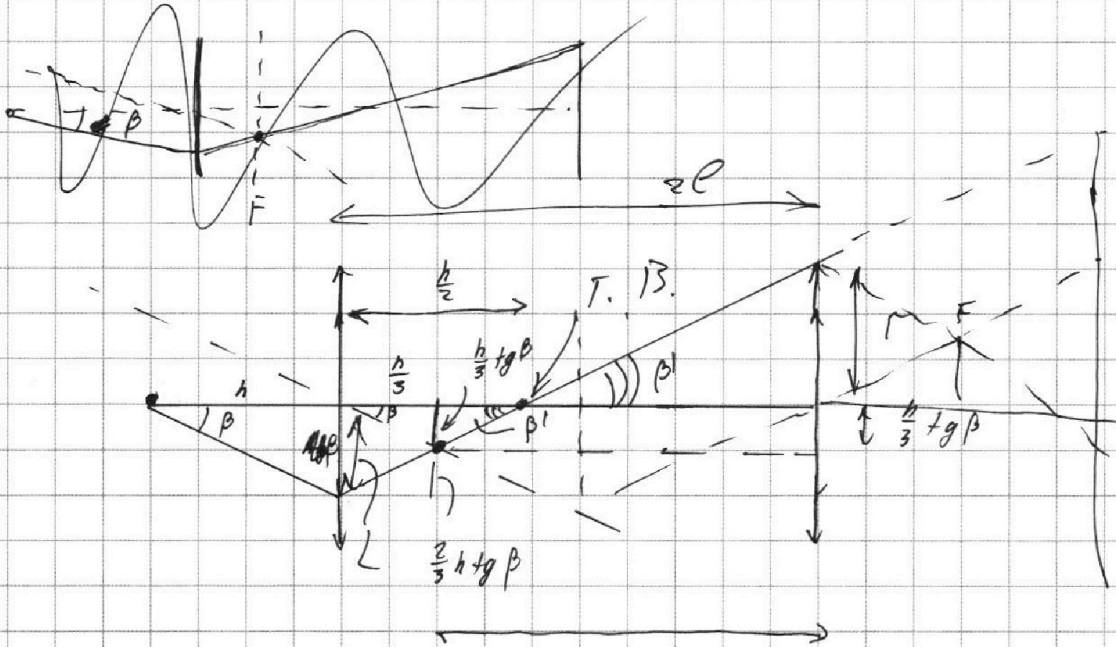


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
15 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



найдем координ. т. В из формулы т. синуса.

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F} \Rightarrow d = \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{h} \right)^{-1}; d = \frac{hF}{h-F} = \frac{h \cdot \frac{h}{3}}{h - \frac{h}{3}}$$

Пусть $\operatorname{tg} \beta = \frac{L}{h}$
 $\operatorname{tg} \beta' = \frac{2L}{h} = \frac{r}{2L - \frac{h}{2}}$

$$d = \frac{h}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$d = \frac{h}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{h}{2}$$

$$\frac{2L}{h} = \frac{r}{2 \cdot \frac{2h}{3} - \frac{h}{2}} \Rightarrow L = \frac{1}{2} \cdot \frac{r}{\frac{4}{3} - \frac{1}{2}}$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot \frac{r}{\frac{4}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{r}{\frac{8-3}{6}}$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot \frac{r \cdot 6}{5} = \frac{6}{10} r$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

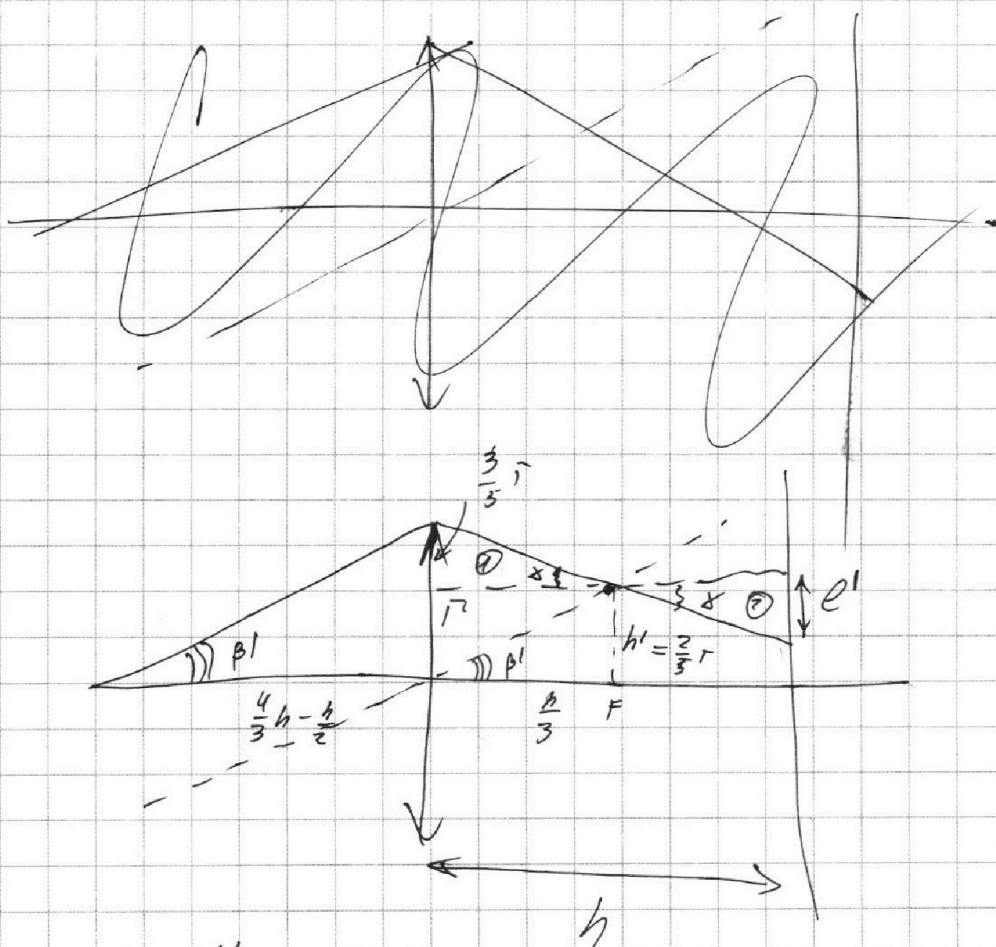
СТРАНИЦА

16 ИЗ 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{2 \cdot \frac{6}{5} r}{h} = \frac{6}{5} \frac{r}{h}$$

рассмотрим ход этого луча
от линзы к стене:



$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{3h'}{h} = \frac{6}{5} \frac{r}{h}$$

$$3h' = \frac{6}{5} r \Rightarrow h' = \frac{2}{5} r$$

пропорциональным 1 и 2 расстояниям:

$$\frac{5}{5} \frac{r}{h} 3 = \frac{e'}{h - \frac{h}{3}} \Rightarrow \frac{9}{5} r = e' \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = e' \frac{3}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

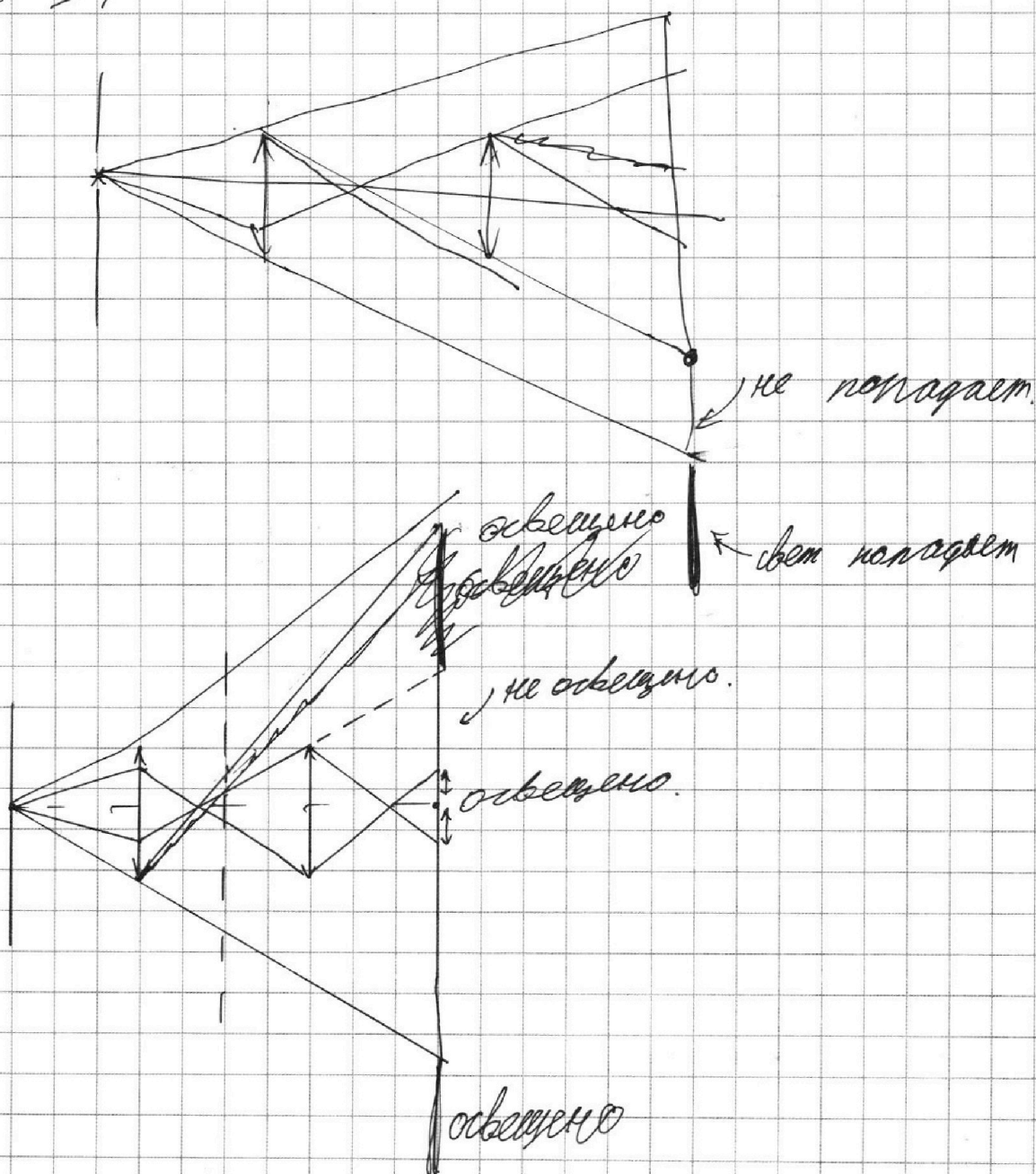
☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
17 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\ell' = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} r = \frac{6}{5} r$$

Перерисую рисунок с учётом, что $\ell' > r$



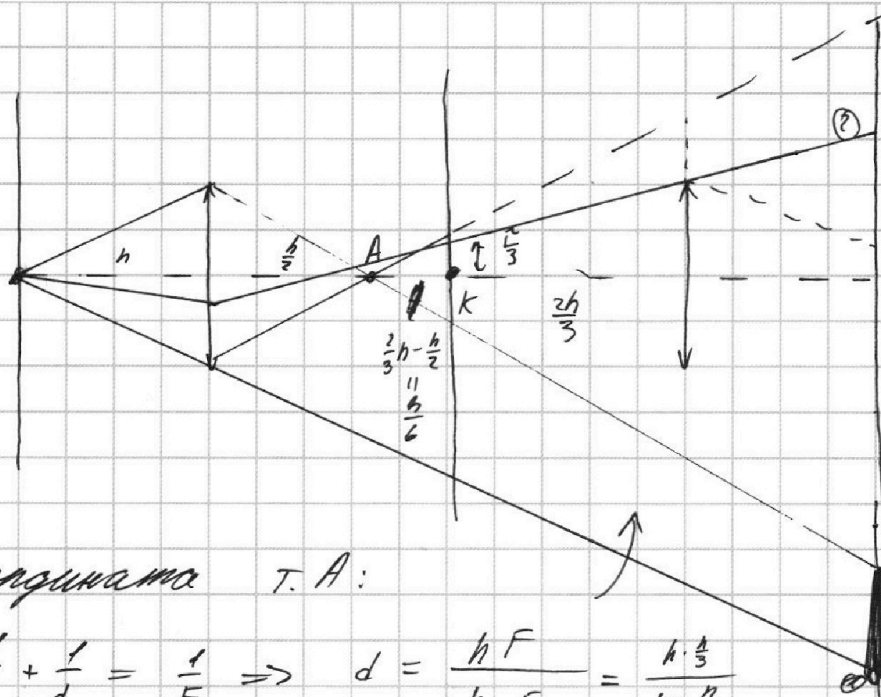


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
14 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



координата Т. А:

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F} \Rightarrow d = \frac{hF}{h-F} = \frac{h \cdot \frac{1}{3}}{h - \frac{1}{3}}$$

$$d = \frac{h}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{h}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{h}{2}$$

$$\frac{2h}{3} - \frac{h}{2}$$

$$AK = \frac{4-3}{6} h = \frac{h}{6}$$

Чтобы найти координату части стены
отразим стену и линзу от зеркала
найдём. Рассмотрим ещё один ~~луч~~
крайний луч, который прохо-
дит через край отражённой линзы.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

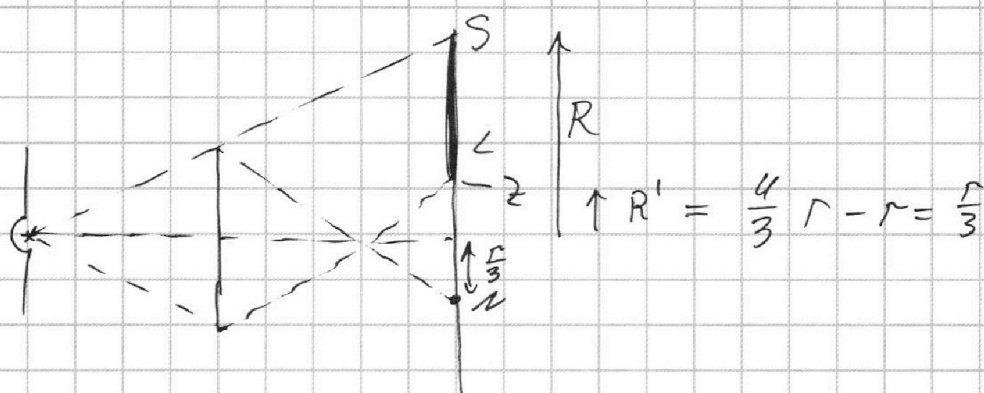
СТРАНИЦА
 13 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{т.к. } AO = r, \text{ а } BO = \frac{r}{3} \Rightarrow AB = \frac{2r}{3}$$

$$\triangle MKK = \triangle ABK \quad (\text{по 2-м ст и углу}) \Rightarrow LN = \frac{4}{3}r$$

Отсюда изобразим рисунок с учетом, что $LN > r$



видно, что кольцо машины SZ будет неосвещенным.

$$S_1 = \pi R^2 - \pi R'^2 = \pi R^2$$

$$\frac{R}{h+l} = \frac{r}{h} \Rightarrow R = \frac{r(h+l)}{h} = \frac{h + \frac{2h}{3}}{h} \cdot r = \frac{5}{3}r$$

$$R' = \frac{r}{3} \quad \text{тогда образом } S_1 = \pi r^2 \left(\frac{25}{9} - \frac{1}{9} \right)$$

$$\left[S_1 = \pi r^2 \frac{24}{9} \right] \quad \left[S_1 = \frac{25 \cdot 24}{9} \pi = \frac{600}{9} \pi = \frac{200}{3} \pi \right]$$

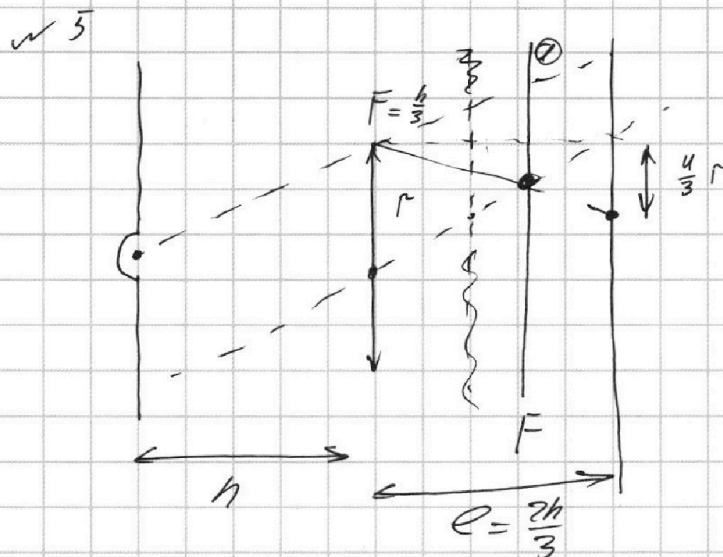


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

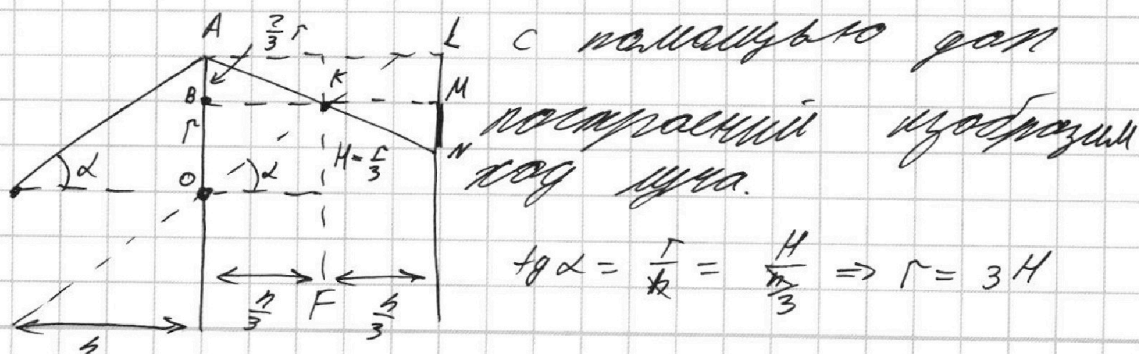


СТРАНИЦА
12 из 19

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. Найдём точку на поверхности. поверхности зеркала: для этого наймём, что все лучи, которые идут не касаясь линзы попадут на зеркало, граничным будет луч ①. Давайте найдём, где луч, который проходит через край линзы пересечёт зеркало.



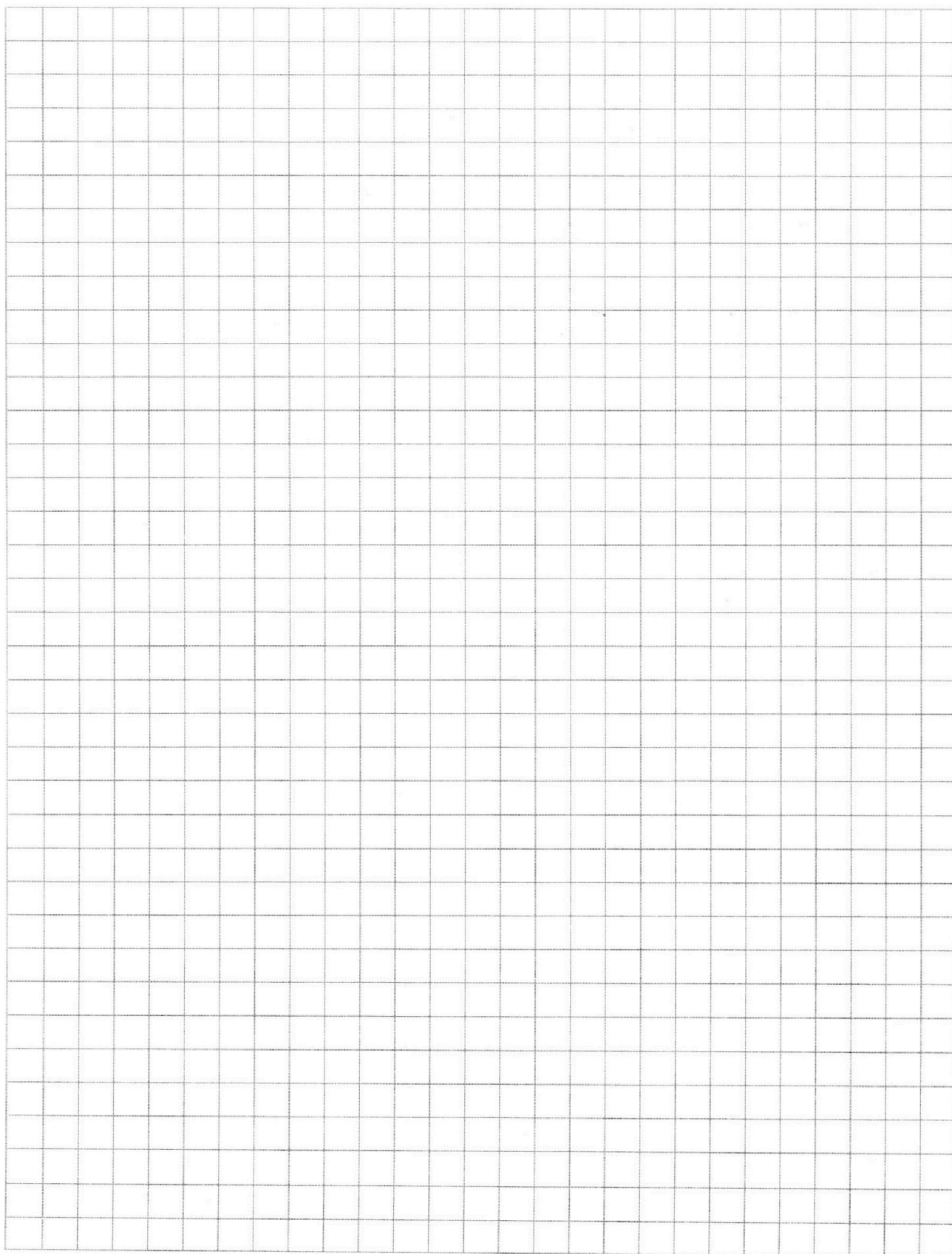


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

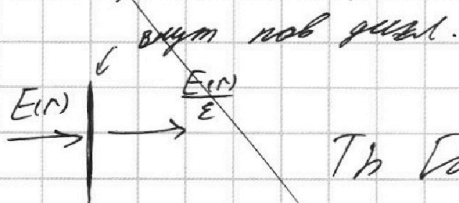
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

потенциал в точке A равен $\varphi_A = \frac{kQ}{R}$

найдем какой заряд индуцируется на внут. поверхности диэлектрика.



Th Гаусса

$$\frac{E(r)}{\epsilon} dS - E(r) dS = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0}$$

$$\sigma = \epsilon_0 E(r) \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \quad E(r) = \frac{kQ}{r^2}$$

$$\sigma = \epsilon_0 \frac{kQ}{r^2} \frac{1-\epsilon}{\epsilon}$$

$$q_{\text{инд}} = \sigma \cdot \pi r^2 = \frac{\epsilon_0 (1-\epsilon)}{\epsilon} \frac{kQ}{r^2} \pi r^2$$

$$q_{\text{инд}} = \frac{\epsilon_0 (1-\epsilon)}{\epsilon} \pi kQ = \frac{\pi \epsilon_0 (1-\epsilon) Q}{\epsilon} \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

$$q_{\text{инд}} = \frac{(1-\epsilon)Q}{4\epsilon_{\text{эф}}}$$

$$E = \frac{k(Q + q_{\text{инд}})}{y^2} \quad \text{при } y \in (r; R)$$

$$E = \frac{kQ \left(1 + \frac{1-\epsilon}{4\epsilon_{\text{эф}}}\right)}{y^2} = \frac{kQ}{y^2} \frac{4\epsilon_{\text{эф}} + 1 - \epsilon}{4\epsilon_{\text{эф}}} = \frac{kQ}{y^2} \frac{3\epsilon + 1}{4\epsilon}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d\varphi = -E dy$$

$$d\varphi = -\frac{kQ^2}{y^2} \frac{3\varepsilon+1}{4\varepsilon} dy$$

$$\varphi(x) - \varphi_A = \frac{kQ(3\varepsilon+1)}{4\varepsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right)$$

$$\varphi(x) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ(3\varepsilon+1)}{4\varepsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right)$$

$$\varphi(x) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{3\varepsilon+1}{4\varepsilon} \frac{R-x}{x} \right)$$

из графика : $x = \frac{R}{3} \quad \varphi = 5\varphi_0$

$x = \frac{2R}{3} \quad \varphi = 4\varphi_0$

$$\frac{5}{4} = \frac{1 + \frac{3\varepsilon+1}{4\varepsilon} \frac{R - \frac{R}{3}}{\frac{R}{3}}}{1 + \frac{3\varepsilon+1}{4\varepsilon} \frac{R - \frac{2R}{3}}{\frac{2R}{3}}}$$

$$5 + \frac{5(3\varepsilon+1)}{4\varepsilon} \cdot \frac{3-2}{2} = 4 + \frac{3\varepsilon+1}{\varepsilon} \cdot 2$$

$\stackrel{=1}{2}$

$$1 + \frac{5(3\varepsilon+1)}{8\varepsilon} = \frac{6\varepsilon+2}{\varepsilon} \cdot 0.8\varepsilon$$

$$8\varepsilon + 15\varepsilon + 5 = 48\varepsilon + 16$$

$$11 = (15-40)\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = -\frac{11}{25} = -\frac{11}{25}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

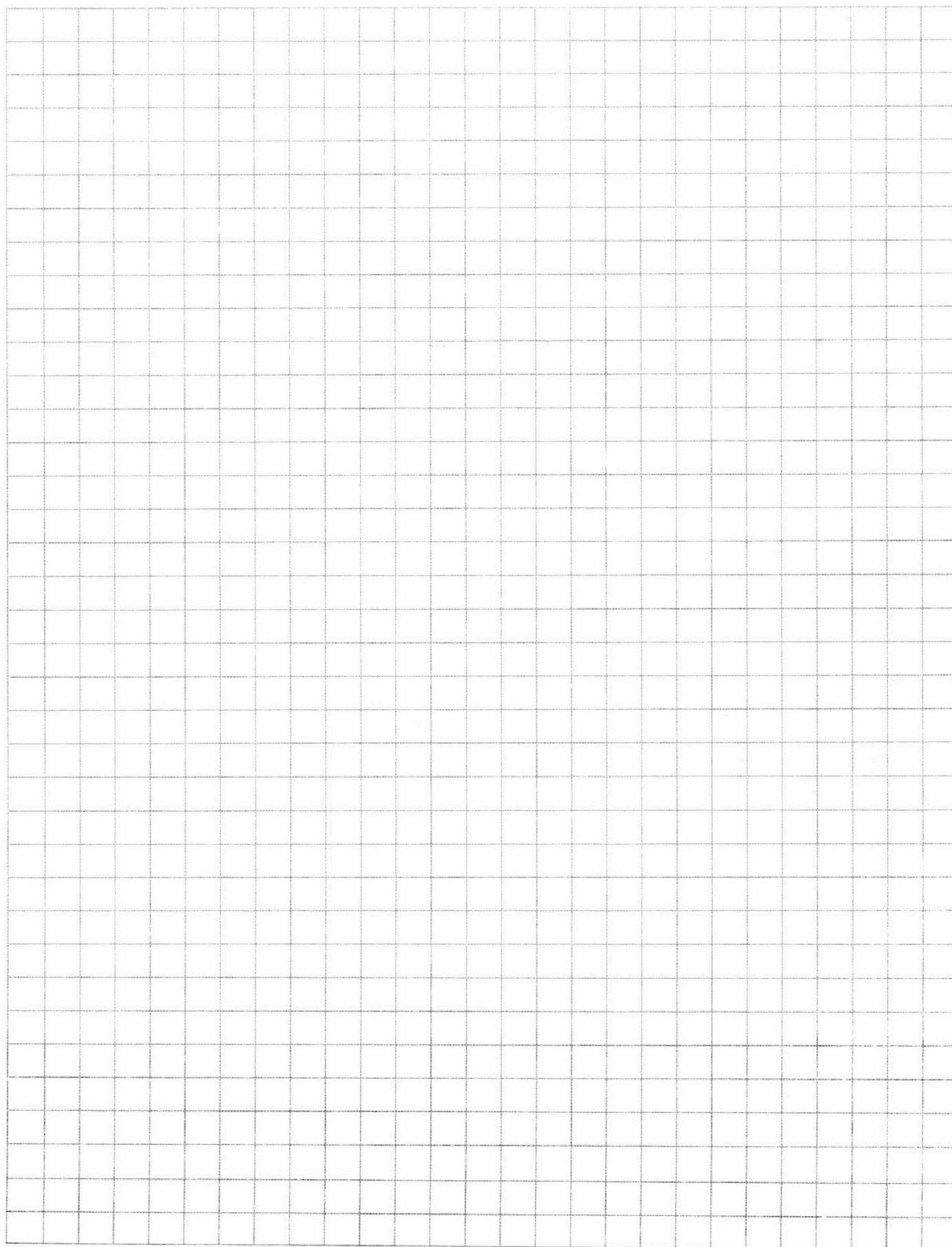
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



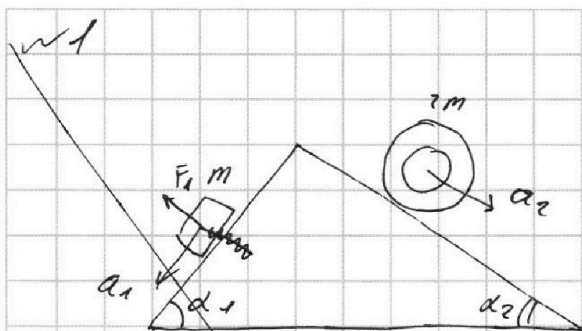


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_1 = \frac{6g}{13}$$

$$a_2 = \frac{g}{4}$$

1. Пусть сила между телами и брусом F_1 (по модулю)

из второго з-на Ньютона на $y_1 \Rightarrow$

$$F_1 = mg \cos \alpha_1 \quad \text{диф. равновесия}$$

аналогично с цилиндром:

$$F_2 = 2mg \cos \alpha_2$$

на ось (x_1): $mg \sin \alpha_1 = m \cdot a_1$

$$\frac{6g}{13}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

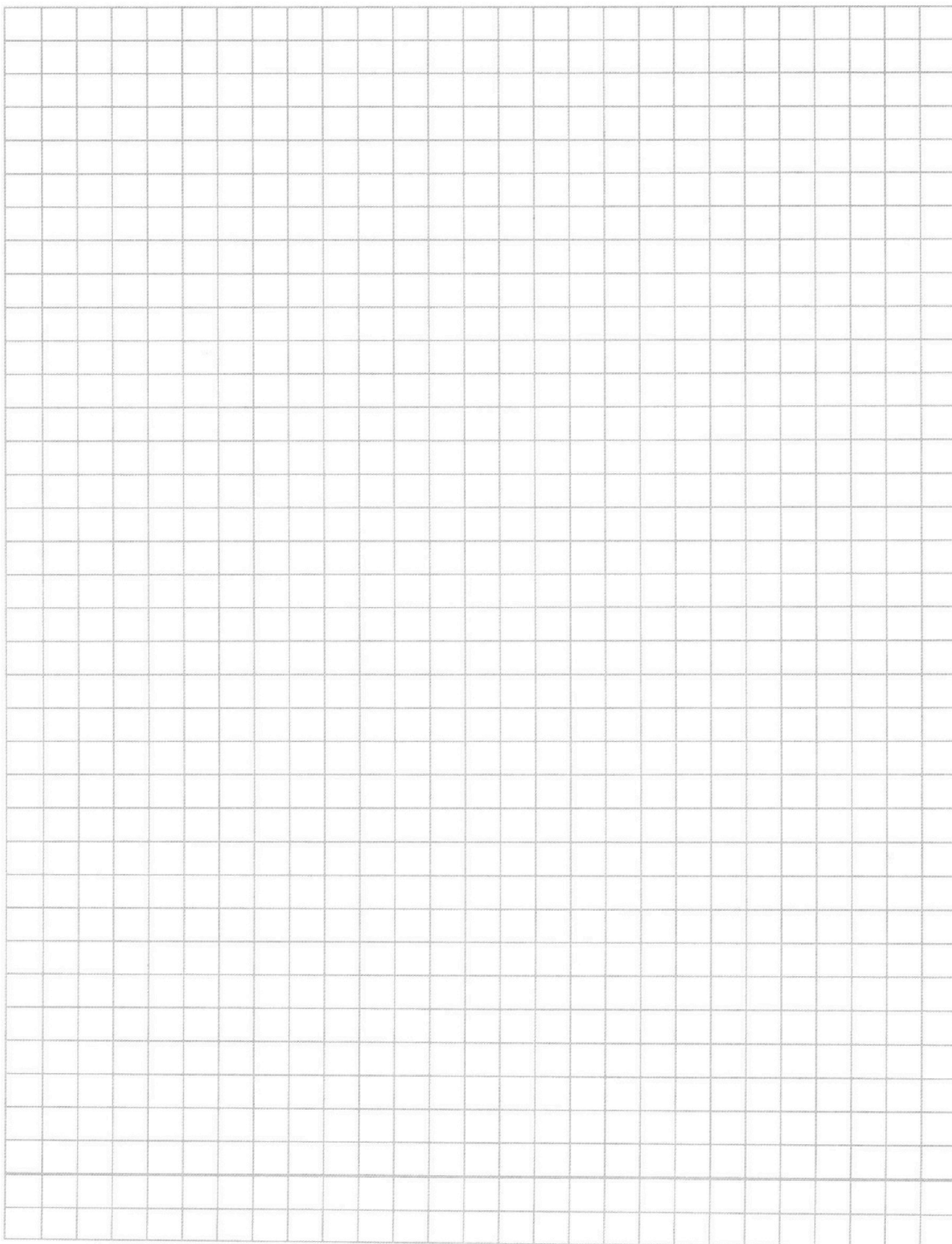
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 1 (1) (2) 3 *рассчитать*
(2) (1) (2) (3) *проверить.*
3 *что-то не так.*
4 (1) (2)
5 (1) 2

$$\varphi(x) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\varepsilon} \frac{R-x}{xR}$$

$$\varphi(x) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{R-x}{x\varepsilon} \right)$$

$$\frac{\varphi(x_1)}{\varphi(x_2)} = 1 + \frac{R-x}{x\varepsilon}$$

