



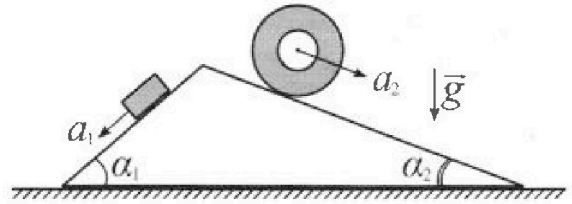
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



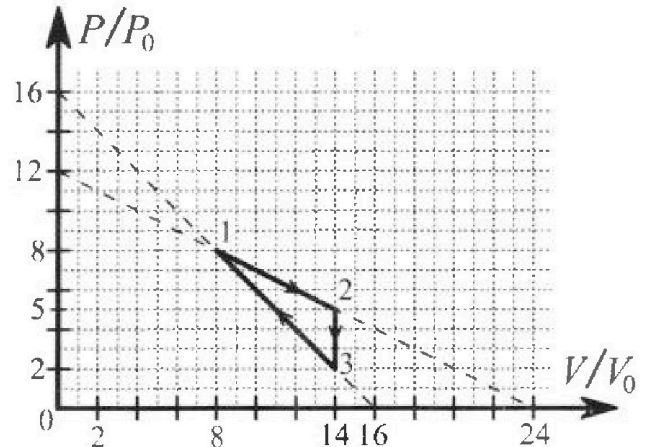
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

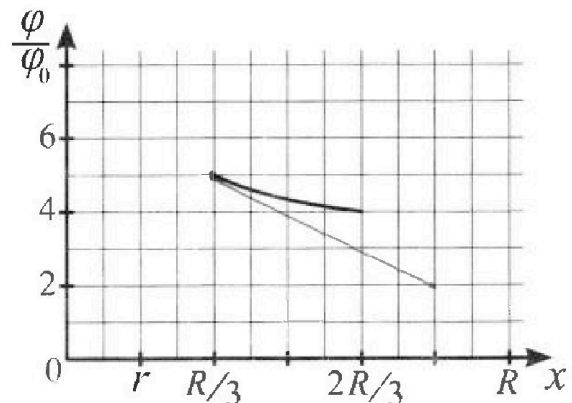
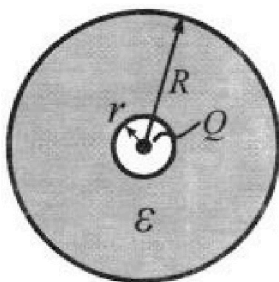


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



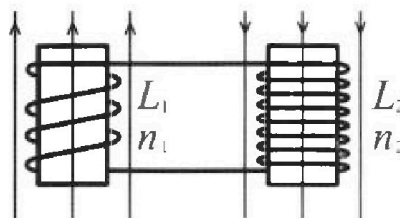
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

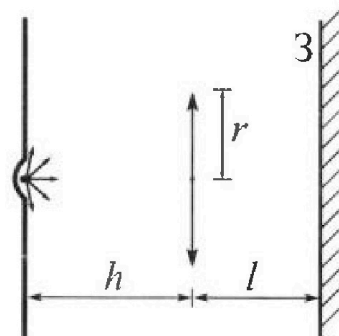


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало $З$. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

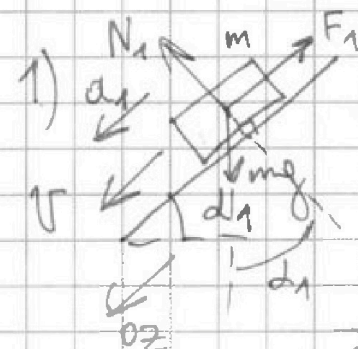
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: m , $a_1 = \frac{6}{13}g$, $a_2 = \frac{g}{4}$, $\sin \alpha_1 = \frac{3}{5}$ ($\cos \alpha_1 = \frac{4}{5}$),

1) $F_1 = ?$ 2) $F_2 = ?$ 3) $F_3 = ?$ $\sin \alpha_2 = \frac{5}{13}$ ($\cos \alpha_2 = \frac{12}{13}$)



расставим силы на брусок $\vec{N}_1$ реакц. опоры и $\vec{F}_1$ трения скольз.

клим покрывается $\Rightarrow$ брусок движ. тем-но по наклону земли вдоль клина $\vec{a}_1$ направл. вдоль клина

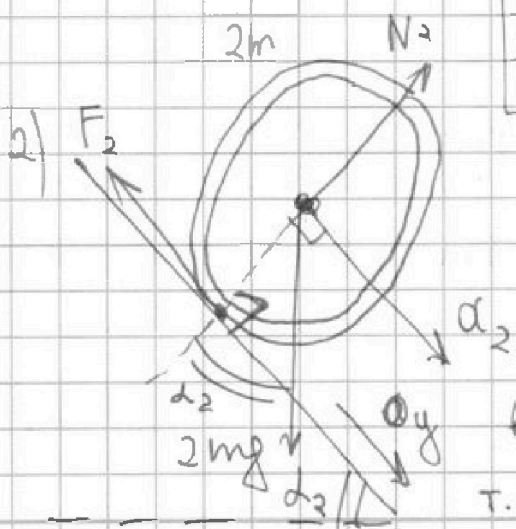
II 3-и плоск. на Oz (вдоль клина; $\vec{N}_1 \perp$ клину):
для бруска

$$mg \sin \alpha_1 - F_1 = ma_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$$

$$F_1 = m \left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{6}{13}g \right) = mg \left(\frac{39}{65} - \frac{30}{65} \right) = \frac{9}{65} mg$$

$$F_1 = \frac{9}{65} mg$$



цилиндр движ. без проскальз.

$\Rightarrow \vec{F}_2$ - сила трения покоя,

направл. против силы

внешн. сил. (против $\vec{N}_2 + m\vec{g}$,

т.е. вверх по клину вверх кверху)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II з-н Ньютона для цилиндра на O_y вдоль клина

для его центра масс, $\uparrow$ центр. масс

имеем т.о. движение центра масс ($2m \cdot \vec{a}_2 = \sum \vec{F}_{\text{внешн}}$):

$$2m \vec{a}_2 = (\sum \vec{F}_{\text{внешн}})_2$$

$$2m a_{22} = \sum F_{\text{внешн}2}$$

$$2m a_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2$$

$$F_2 = 2m(a_2 + g \sin \alpha_2)$$

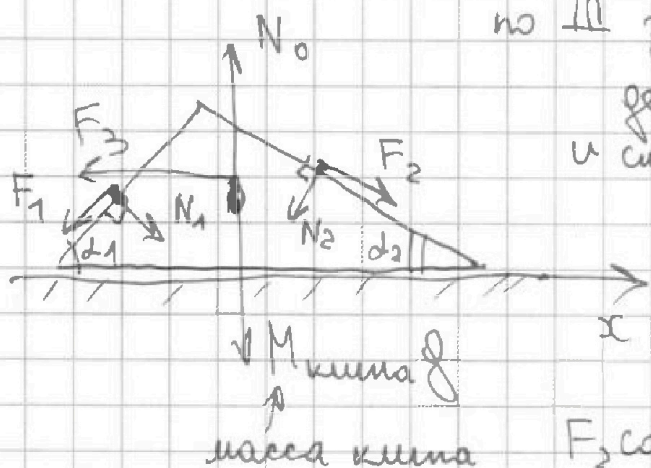
$$F_2 = 2m \left(-\frac{g}{4} + g \frac{5}{13} \right) = 2mg \left(-\frac{13}{52} + \frac{20}{52} \right) = mg \frac{33}{26}$$

$$F_2 = \frac{33}{26} mg$$

$$F_2 = \frac{7}{26} mg$$

3) клин неподв. в равновесии

по III з-му Ньютона, на клин действ. $-\vec{F}_1, -\vec{F}_2, -\vec{N}_1, -\vec{N}_2$ и сила трен. $\vec{F}_3$, также $\vec{N}_0$ и $M_{\text{клин}} \vec{g}$ равновесие клина



(сумма проекц. сил на Ox равна нулю):

$$F_2 \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вернёмся к п. 1) и п. 2): запишем $\perp$ з-н Нютона на оси $\perp$ моск. контакта бруска/шн-ра с клином:

$$\begin{cases} 0 = N_1 - mg \cos \alpha_1 \\ 0 = N_2 - 2mg \cos \alpha_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = mg \frac{4}{5} = \frac{4}{5} mg \\ N_2 = 2mg \cdot \frac{12}{13} = \frac{24}{13} mg \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} mg \cdot \frac{12}{13} - \frac{24}{13} \cdot \frac{5}{13} mg + \frac{4}{5} mg \cdot \frac{3}{5} - \frac{9}{65} mg \cdot \frac{4}{5} =$$

$$= F_3$$

$$\Rightarrow \frac{42}{169} mg - \frac{120}{169} mg + \frac{12}{25} mg - \frac{36}{325} mg = F_3$$

$$\frac{F_3}{mg} = -\frac{78}{169} + \frac{12 \cdot 13 - 36}{325} = -\frac{78}{169} + \frac{120}{325} =$$

$$\frac{13}{12} \left| = -\frac{6 \cdot 13}{13 \cdot 13} + \frac{5 \cdot 24}{13 \cdot 25} = -\frac{6}{13} + \frac{24}{13 \cdot 5} = \frac{24 - 30}{65} = \right.$$

$$\frac{13}{26} \left| = -\frac{6}{65} \quad F_3 < 0 \Rightarrow \text{направл. в обратн. сторону}$$

$$F_3 = \frac{6}{65} mg$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{9}{65} mg, F_2 = \frac{7}{26} mg, F_3 = \frac{6}{65} mg.$$



СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \frac{|\Delta U_{12}|}{A_y} = ? \quad \Delta U_{12} = \frac{i}{2} (5p_0 \cdot 14V_0 - 8p_0 \cdot 8V_0) =$$

$$i=3 \text{ (одноат. газ)} \quad = \frac{3}{2} p_0 V_0 (70 - 64) = 9 p_0 V_0$$

работа газа за цикл процесс. площади треугольника, ограниченного процессами 1-2-3-1.

$$A_y = \frac{1}{2} (5p_0 - 2p_0) (14V_0 - 8V_0) = \frac{1}{2} p_0 V_0 \cdot 3 \cdot 6 = 9 p_0 V_0$$

$$\boxed{\frac{|\Delta U_{12}|}{A_y} = \frac{9 p_0 V_0}{9 p_0 V_0} = 1}$$

$$2) \text{ макс. работа } T = \frac{pV}{2R} \quad (\text{из уравн. Клаузиуса - Менг.})$$

$$\frac{d(pV)}{dV} = \text{const}$$

$$T = \text{max при } pV = \text{max}$$

$$\text{процесс 1-2: } p(V) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V + 12 p_0$$

$$pV = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V^2 + 12 p_0 V$$

$$\text{максимумы берем при } V = \frac{-12 p_0}{2 \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} \right)} = 12 V_0$$

меньше макс. меньше в проц. 1-2:

$$T_{\text{max12}} = \frac{-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} \cdot 144 V_0^2 + 12 p_0 \cdot 12 V_0}{2R} = \frac{p_0 V_0}{2R} \left(144 - \frac{144}{2} \right)$$

$$T_{\text{max12}} = 4R \frac{p_0 V_0}{2R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

процесс 2-3: 4-е изох. термод. процесс, при $V = 14V_0 \Rightarrow \text{const}$
 $\Rightarrow pV$ уменьш. $\Rightarrow$ термод. не

исходящие 3: $T_3 = \frac{2p_0 \cdot 14V_0}{2R} = 28 \frac{p_0 V_0}{2R}$

$$\frac{T_{\text{max}12}}{T_3} = \frac{7.2 \frac{p_0 V_0}{2R}}{28 \frac{p_0 V_0}{2R}} = \frac{9.8}{4.4} = 2.2 = \frac{18}{4} = \frac{T_{\text{max}12}}{T_3}$$

3) КПД цикла: $\eta = \frac{A_{\text{cy}}}{Q_{\text{н}}} \leftarrow \begin{matrix} \text{работа цикла за} \\ \text{цикл} \end{matrix}$
 $A_{\text{cy}} = 9 p_0 V_0$ (см. п. 1) $Q_{\text{н}} \leftarrow \text{нагрев, к концу} \\ \text{процесса}$

• процесс 1-2: 1-е изох. термод. $\delta Q = du + \delta A =$
 $= \frac{3}{2} (pdV + Vdp) + pdV = \frac{5}{2} pdV + \frac{3}{2} Vdp$

пока тепло подводится: $\delta Q > 0$

$$\frac{5}{2} pdV > -\frac{3}{2} Vdp \Rightarrow \frac{dp}{dV} < \frac{5p}{3V}$$

$$\frac{dp}{dV} > \frac{5p}{3V}$$

1-2: $p(V) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V + 12p_0$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} > \frac{5p}{3V}$$

$$= 3p_0 V > 10V_0 \left(12p_0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V \right)$$

$$= 3p_0 V > 120p_0 V_0 - 5p_0 V$$

$$2p_0 V > 120p_0 V_0 \Rightarrow V > 60V_0$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• при $V > 60V_0$ тепло ~~подводится~~

тепло ~~нет~~ тепло Q , сменит знак (перестали ~~под-~~
водить, стали ~~отводить~~).

$$\delta Q = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dV} = - \frac{5p}{3V} = - \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0}$$

$$10pV_0 = 3p_0V$$

$$10V_0(12p_0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V) = 3p_0V$$

$$120p_0V_0 - 5p_0V = 3p_0V$$

$$120V_0 = 8V$$

$$V = 15V_0 - \text{не принадлежит}$$

траг. 1-2 ^{или один}

$\Rightarrow$ в тем. всего трагесса 1-2 тепло ~~подвод.~~ ^{от макс}

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} (14V_0 \cdot 5p_0 - 8V_0 \cdot 8p_0) + \\ + \frac{8p_0 + 5p_0}{2} \cdot (14V_0 - 8V_0) = 9p_0V_0 + 13p_0 \cdot 3V_0 = \\ = 48p_0V_0$$

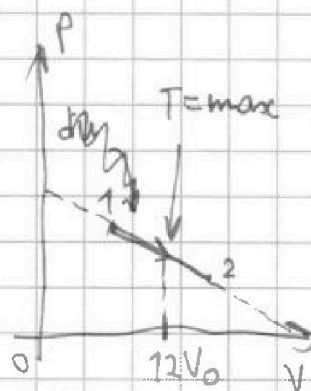
• трагесс 2-3 (1-е из тем. траг.): $\delta Q = \delta A + du$

$$du < 0 \Rightarrow \delta Q < 0, \text{ тепло отводится}$$

• трагесс 3-1: $p(V) = 16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V$

$$\frac{dp}{dV} = - \frac{p_0}{V_0}$$

$$\delta Q = 0 \text{ (т. смена знака тем. траг.)}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\delta Q = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = 0$$

$$\frac{dp}{dV} = - \frac{5p}{3V} = - \frac{p_0}{V_0}$$

$$3p_0 V = 5V_0 \left(16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \right)$$

$$3p_0 V = 8p_0 V_0 - 5p_0 V$$

$$8p_0 V = 8p_0 V_0$$

$$V = V_0 \rightarrow \text{не принадлежит трай. 3-1}$$

$\Rightarrow$ в трай. 3-1 температура всё время
увеличивается и имеет один знак

• начало трай. 3-1 ($p = 2p_0, V = 14V_0$):

$$\begin{aligned} \delta Q &= \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V \cdot \frac{p_0}{V_0} dV = \\ &= \frac{5}{2} \cdot 2p_0 dV - \frac{3}{2} \cdot 14p_0 \cdot \frac{p_0}{V_0} dV = p_0 dV (5 - 21) \end{aligned}$$

$$\text{и } \delta Q = -16 p_0 dV, dV < 0 \text{ (V уменьшается)}$$

$\Rightarrow \delta Q > 0 \Rightarrow$ в течение всего процесса
температура повышается

• начало трай. 1-2 ($p = 8p_0, V = 8V_0$):

$$\begin{aligned} \delta Q &= \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = \frac{5}{2} p dV - \frac{3}{2} V \cdot \frac{1}{8} \frac{p_0}{V_0} dV = \\ &= \frac{5}{2} 8p_0 dV - \frac{3}{4} \cdot 8V_0 \frac{p_0}{V_0} dV = p_0 dV (20 - 6) = 14 p_0 dV \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\delta Q_1 = 14 p_0 dV$, $dV > 0$ (V увелич.) $\Rightarrow$ на нагрев.
Всего пруж. 1-2 тепло подводилось

$$Q_{1+12} = Q_{12} = 48 p_0 V_0$$

• тепло, подвед. в пруж. 3-1;

$$\begin{aligned} Q_{1+31} &= \Delta U_{31} + A_{31} = \frac{3}{2} (8 p_0 \cdot 8 V_0 - 2 p_0 \cdot 14 V_0) - \\ &- \frac{8 p_0 + 2 p_0}{2} \cdot (14 V_0 - 8 V_0) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (64 - 28) - 10 p_0 V_0 \cdot 3 = \\ &= 3 p_0 V_0 (32 - 14) - 30 p_0 V_0 = 3 p_0 V_0 \cdot 18 - 30 p_0 V_0 = \\ &= (54 - 30) p_0 V_0 = 24 p_0 V_0 \end{aligned}$$

$$\text{кпд } Q_{1+} = Q_{1+12} + Q_{1+31} = (48 + 24) p_0 V_0 = 72 p_0 V_0$$

$$\text{кпд: } \eta = \frac{A_{12}}{Q_{1+}} = \frac{9 p_0 V_0}{72 p_0 V_0} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Ответ: } \frac{|\Delta U_{12}|}{A_{12}} = 1; \quad \frac{T_{\text{max}12}}{T_3} = \frac{18}{7}; \quad \eta = \frac{1}{8}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k \frac{Q+Q_1+Q_2}{x^2} = k \frac{Q}{x^2} \Rightarrow Q_2 = -Q_1 = Q \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$$

$E(x)$

$\leftarrow \infty$ $\rightarrow x = \frac{5R}{6}$

$\varphi_{\infty} = 0$

$$\varphi(x = \frac{5R}{6}) - \varphi_{\infty} =$$

$$= \int_R^{\infty} k \frac{Q dx}{x^2} + \int_{\frac{5R}{6}}^R k \frac{Q dx}{\varepsilon x^2} = kQ \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_R^{\infty} + \frac{kQ}{\varepsilon} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{\frac{5R}{6}}^R =$$

$$= kQ \left(-0 + \frac{1}{R} \right) + \frac{kQ}{\varepsilon} \left(-\frac{1}{5R} + \frac{1}{5R} \right) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{5\varepsilon R}$$

$$\boxed{\varphi(x = \frac{5R}{6}) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{5\varepsilon} \right)}$$

2) в дифференциале: $\frac{d\varphi}{dx} = -E(x) = -k \frac{Q}{\varepsilon x^2}$

коэфф. наклона касат. к графику в точке

~~$x = \frac{R}{3}$~~ $\frac{d\varphi}{dx} =$ потенциалы в точках:

$$\varphi(x = \frac{R}{3}) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\varepsilon} \left(-\frac{1}{R} + \frac{3}{R} \right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{2}{\varepsilon} \right)$$

$$\varphi(x = \frac{2R}{3}) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\varepsilon} \left(-\frac{1}{2R} + \frac{3}{2R} \right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{2\varepsilon} \right)$$

по графику: $\varphi(x = \frac{R}{3}) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{2}{\varepsilon} \right) = 5\varphi_0$

$$\varphi(x = \frac{2R}{3}) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{2\varepsilon} \right) = 4\varphi_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{5}{4} = \frac{1 + \frac{2}{\varepsilon}}{1 + \frac{1}{2\varepsilon}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{2\varepsilon + 4}{2\varepsilon + 1}$$

$$10\varepsilon + 5 = 8\varepsilon + 16, \quad 2\varepsilon = 11, \quad \boxed{\varepsilon = \frac{11}{2}}$$

$$\text{Ответ: } \varphi\left(x = \frac{5R}{6}\right) = \frac{KQ}{R} \left(1 + \frac{1}{5\varepsilon}\right); \quad \varepsilon = \frac{11}{2} = 5,5,$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

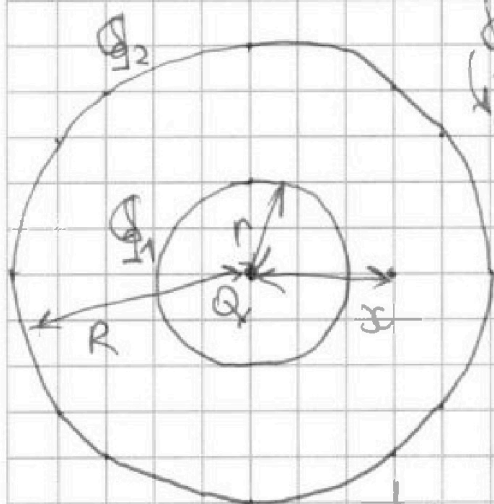
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

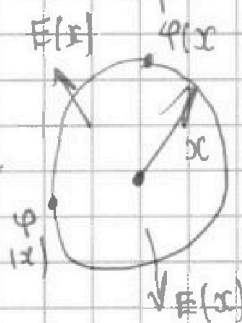
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: r, R, Q, ϵ 1) $\varphi(x = \frac{5R}{6}) = ?$ 2) $\epsilon = ?$

1) в силу симметрии задачи напряжённость и потенциал электр. поля на равном расст. x от Q во всех точках равны



~~$Q_2, Q_1 = \text{поверхностная}$
 плотность
 своб. зарядов и
 диэлектрик~~



$E(x) = ?$ т. Гаусса:

$$0 < x < r: E(x) \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E(x) = K \frac{Q}{x^2}$$

$$r < x < R: E(x) \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q + Q_1}{\epsilon_0}$$

$$E(x) = K \frac{Q + Q_1}{x^2}$$

Q_1 и Q_2 -
свободн. заряды
диэлектрика
на его границах

$$R < x: E(x) \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q + Q_1 + Q_2}{\epsilon_0}$$

$$E(x) = K \frac{Q + Q_1 + Q_2}{x^2}$$

поле в диэлектрике уменьшилось в ϵ раз:

$$K \frac{Q + Q_1}{x^2} = K \frac{Q}{\epsilon x^2} \Rightarrow Q_1 = \frac{Q}{\epsilon} - Q = Q \frac{1 - \epsilon}{\epsilon}$$

~~$$K \frac{Q + Q_1 + Q_2}{x^2} = K \frac{Q}{\epsilon x^2} \Rightarrow Q_2 = \frac{Q}{\epsilon} - Q - Q_1 =$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $L_1 = L$, $L_2 = 16L$, $n_1 = n$, $n_2 = 4n$, S

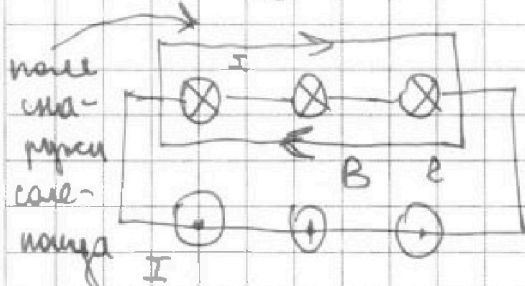
1) $L = \frac{\Phi}{I}$, $\Phi = LI$

$$L \frac{dI}{dt} = \frac{d\Phi}{dt}, \quad \Phi = LI$$

для катушки $L = L_1$, $\frac{dB}{dt} \cdot S = L \dot{I}$

$$\dot{I} = \frac{dB}{dt} \frac{S}{L}$$

нае, создав. ток в катушке, внутри себя:



т.о. циркуляция:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

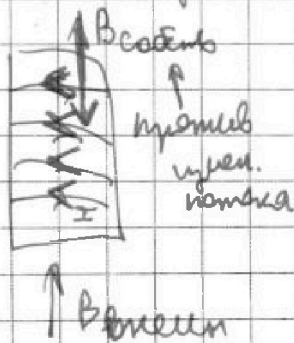
$$B = \mu_0 i = \mu_0 \frac{In}{l} = \mu_0 \frac{n}{l} I$$

наль

$$B_{\text{свободн}} = B = \mu_0 \frac{n}{l} I$$

для катушки $L_1 = L$: $\frac{dB_1}{dt} = \frac{dB_{\text{внешн}}}{dt} \Rightarrow \frac{dB_{\text{свободн}}}{dt} =$

$$= d \mu_0 \frac{n}{l} \cdot \dot{I}$$



для катушки $L_2 = 16L$:

$$\begin{aligned} \frac{dB_2}{dt} &= \frac{dB_{\text{внешн}}}{dt} + \frac{dB_{\text{свободн}}}{dt} = \\ &= \mu_0 \frac{4n}{l} \dot{I} \end{aligned}$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$L_1: \begin{cases} \frac{dB_1}{dt} S = L \dot{I} \\ \left(2 - \mu_0 \frac{n}{\epsilon_0} \dot{I}\right) S = -L \dot{I} \end{cases}$$

$$L_2: \begin{cases} \frac{dB_2}{dt} S = 16L \dot{I} \\ \mu_0 \frac{4n}{\epsilon_0} \dot{I} S = 16L \dot{I} \end{cases}$$

$$\epsilon_0 = \left(\frac{16L}{4n\mu_0 S} \right)^{-1} = \frac{4n\mu_0 S}{16L} \quad \frac{\mu_0 n S}{\epsilon_0} = 4L$$

$$-L \dot{I} = 2S - \mu_0 n \dot{I} \cdot \frac{16LS}{4n\mu_0 S} = 2S - \frac{4LI}{S} \dot{I}$$

$$5L \dot{I} = 2S$$

$$\dot{I} = \frac{2S}{5L}$$

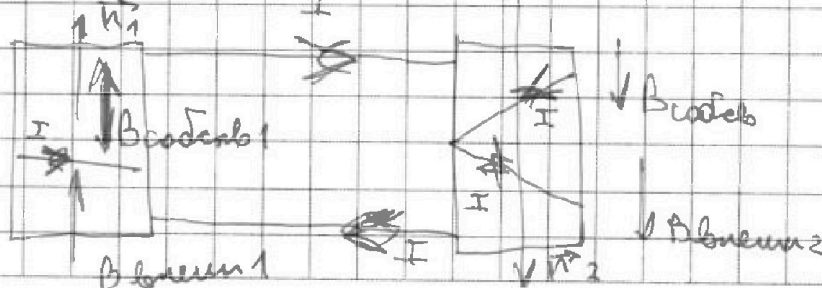
Ответ: 1) $\dot{I} = \frac{2S}{3L}$

$$2) L_1: \begin{cases} \frac{dB_{внеш1}}{dt} S + \mu_0 \frac{n}{\epsilon_0} \dot{I} S = \frac{L}{S} \dot{I} \end{cases}$$

$$L_2: \begin{cases} \mu_0 \frac{4n}{\epsilon_0} \dot{I} S = \frac{16L}{S} \dot{I} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{dB_{внеш1}}{dt} S + \mu_0 \frac{nS}{\epsilon_0} \dot{I} = +L \dot{I} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dB_{внеш2}}{dt} S + \mu_0 \frac{4nS}{\epsilon_0} \dot{I} = 16L \dot{I} \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left[+\frac{B_0}{3} - B_0 + 11L\Delta I = L\Delta I \right]$$

$$\left[-3B_0 + \frac{9B_0}{4} + 16L\Delta I = L\Delta I \cdot 16 \right]$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 5

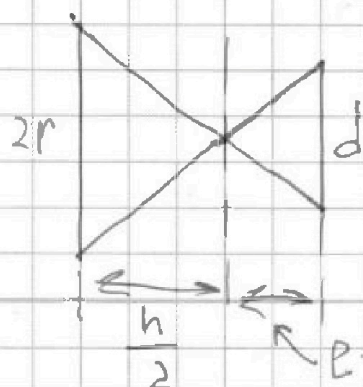
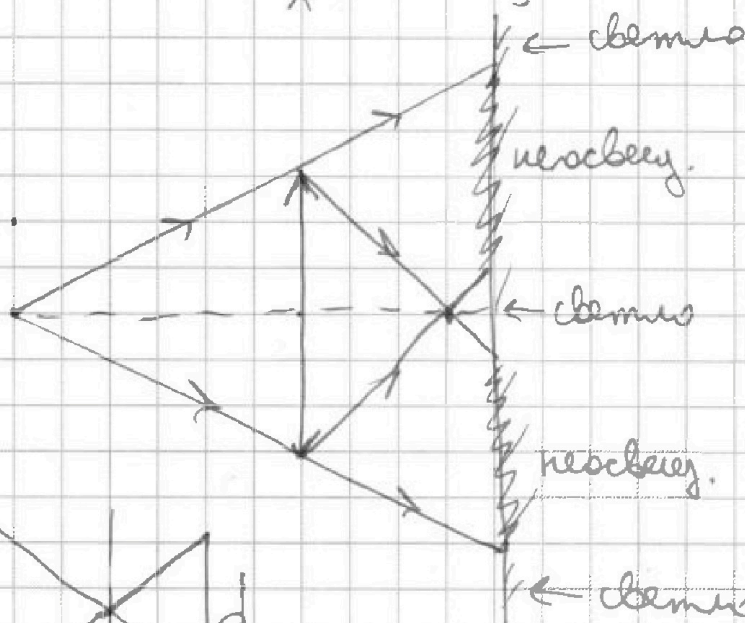
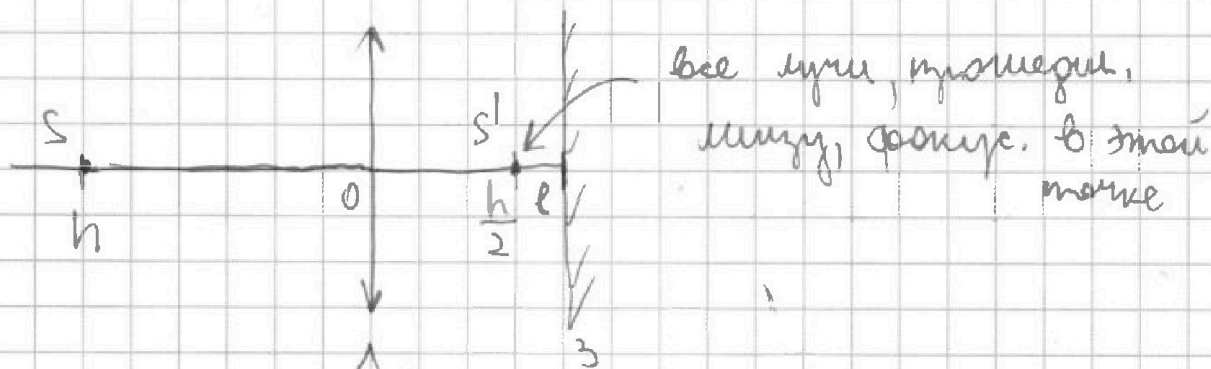
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $h, F = \frac{h}{3}, r = 5 \text{ см}, l = \frac{2}{3}h$ | $S_{\text{несв}} - ?$

1) изображение источника в линзе | $S_{\text{несв}2} - ?$

ф-ла тонк. линзы: $\frac{1}{h} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{h} - \frac{1}{h} = \frac{2}{h} \Rightarrow f = \frac{h}{2}$$



подобие $\Delta\Delta$ -ов: $\frac{2r}{h/2} = \frac{d}{h/6}$

$$l - \frac{h}{2} = \frac{2h^2}{3} - \frac{h^2}{2} = \frac{4h}{6} - \frac{3h}{6} = \frac{h}{6} \quad 4r = 6d$$



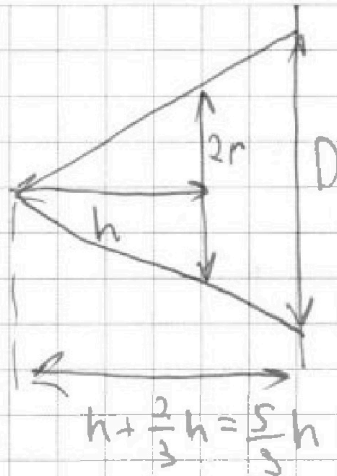
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d = \frac{2}{3} r$$



подобие ΔOAB :

$$\frac{2r}{h} = \frac{D}{\frac{5}{3}h}$$

$$2r = \frac{3}{5} D$$

$$10r = 3D$$

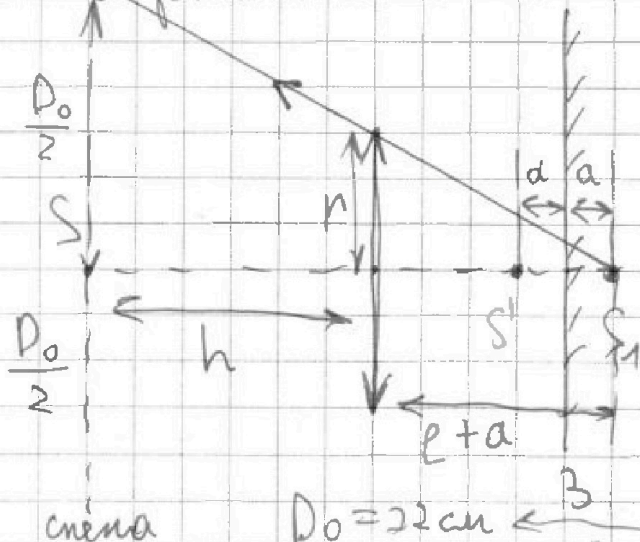
$$D = \frac{10}{3} r$$

площадь освещенной части зеркала:

$$S_{\text{осв}} = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{100}{9} r^2 - \frac{4}{9} r^2 \right) = \frac{\pi r^2}{4} \cdot \frac{96}{9} = \frac{\pi r^2}{9} \cdot 24 = \pi r^2 \frac{8}{3}$$

$$S_{\text{осв}} = \frac{8}{3} \pi (5 \text{ см})^2 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

2) лучи, проходящие вертикально через линзу, испускаются маленьким источником S_1



$$a = l - \frac{h}{2} = \frac{h}{6}$$

$$l + a = \frac{4}{6} h + \frac{h}{6} = \frac{5}{6} h$$

подобие ΔOAB :

$$\frac{D_0}{2r} = \frac{h + l + a}{l + a}$$

$$D_0 = 2r \left(\frac{6}{5} + 1 \right) = \frac{22}{5} r$$

$$D_0 = 22 \text{ см}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Пореа QR-кода непустыми!

- найдем, где расположен изобразит. мнимого источника S_1 в линзе (оценке вторично преломл. линзы лучей):

для тонкой линзы: $\frac{1}{f} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{-6 \times 10^{-2}}{5h} + \frac{3}{h} = \frac{-6 + 15}{5h} = \frac{9}{5h}$$

$$f_2 = \frac{5}{9}h$$

- найдем, какие лучи оказываются выше на стене / преломившие один раз линзу - ~~фрагмент~~ ~~мнимого объекта~~ $D_0 = \frac{22}{5}r$, или ни разу не преломившие линзу и отразившиеся от зеркала

$D_z - ?$

$$D_z = \frac{h+l}{\tan \alpha} = \frac{D}{2}$$

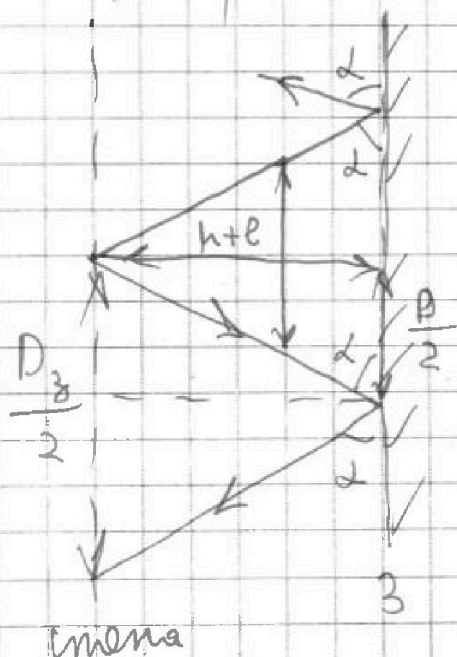
$$D_z = 2D = 2 \cdot \frac{10}{3}r = \frac{20}{3}r$$

~~$$\frac{22}{5}r \neq \frac{20}{3}r \cdot 15$$~~

~~$$66 \neq 100$$~~

Эти лучи оказываются выше, дублируя

световую зону на стене, создав. образ с $D_0 = \frac{22}{5}r$





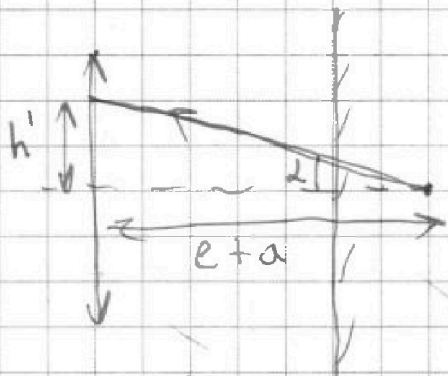
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

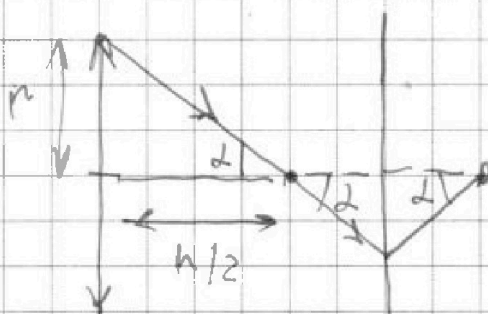
СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

определим, могут ли лучи, прошедшие через неё, выйти на стену, не проходя мимо:



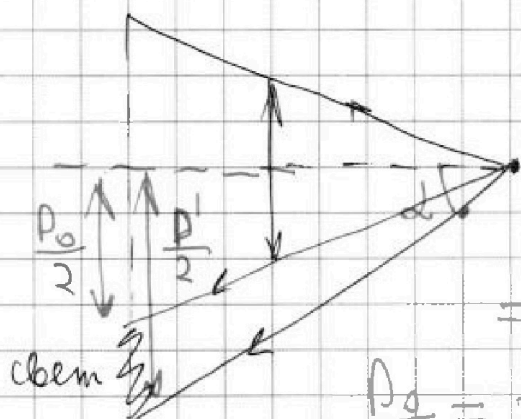
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h'}{e+a} = \frac{6h'}{5h}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{h/2} = \frac{2r}{h}$$

$$h' = \frac{5h}{6} \cdot \frac{2r}{h} = \frac{5}{3}r$$

$h' > r \Rightarrow$ да, лучи выйдут, не минуя



$$\frac{D_0'}{2} = \operatorname{tg} \alpha \cdot (h + e + a) =$$

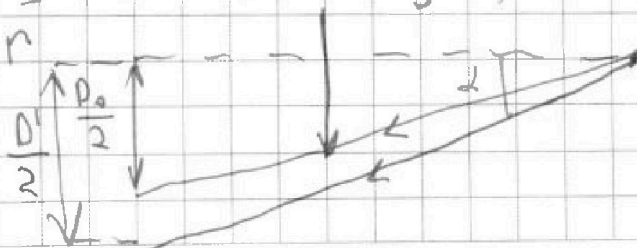
$$= \frac{2r}{h} (h + e + a) = 2r \left(1 + \frac{5}{6}\right) =$$

$$= r \left(2 + \frac{5}{3}\right) = r \left(\frac{6}{3} + \frac{5}{3}\right) = \frac{11}{3}r$$

$$\frac{D_0}{2} = \frac{11}{3}r, D_0 = \frac{22}{3}r, D_0' = \frac{11}{3}r$$

$$D_0' = \frac{22}{3}r, D_0 = \frac{20}{3}r$$

$$D_0' > D_0$$





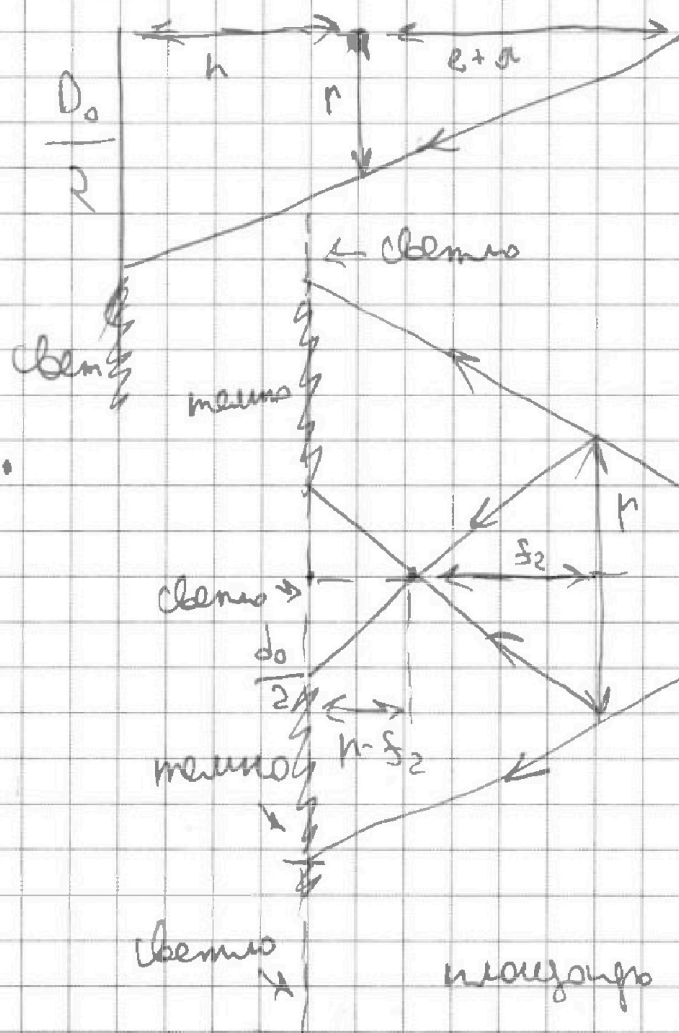
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow$ начиная с $\frac{D_0}{2}$, стена освещена



$$\frac{d_0}{2(h-f_2)} = \frac{r}{f_2}$$

$$d_0 = 2\left(\frac{h}{f_2} - 1\right)r =$$

$$= 2\left(\frac{9h}{5h} - 1\right)r = \frac{8}{5}r$$

$$d_0 = 8 \text{ см}$$

площадь освещ. части стены:

$$S_{\text{осв. 2}} = \frac{\pi D_0^2}{4} - \frac{\pi d_0^2}{4} = \frac{\pi}{4}(D_0^2 - d_0^2) = \frac{\pi}{4}(22^2 - 8^2) \text{ см}^2 =$$

$$= \pi \text{ см}^2 (121 - 16) = 105 \pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: } S_{\text{осв. 1}} = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2, S_{\text{осв. 2}} = 105 \pi \text{ см}^2$$

$$= \pi r^2 \frac{121 - 16 \cdot 25}{25} = \pi r^2 \frac{121 - 400}{25}$$