



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = \cancel{3x} + (x^2 + 2x)^2 \quad a_9 = 3x^2$$

$$a_3 + 6d = a_9$$

$$3x + 3 + 6d = 3x^2$$

$$2d = \underline{\underline{x^2 - x - 1}}$$

$$a_3 + 2d = a_5$$

$$3x + 3 + x^2 - x - 1 = (x^2 + 2x)^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^2 + 4x^3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$x = -1$ подходит $\Rightarrow$ делит на (БЕЗУ)

$$\begin{array}{r|l} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 & x + 1 \\ - x^4 + x^3 & \\ \hline & 3x^3 + 3x^2 \\ & - 3x^3 + 3x^2 \\ \hline & 0 - 2x \\ & - 0 \quad 0 \\ \hline & -2x - 2 \\ & - -2x - 2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

Рассмотрим $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$ $x = -1$ подходит $\Rightarrow$

но БЕЗУ



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 & x+1 \\ -x^3 + x^2 & \\ \hline 2x^2 + 0x & \\ -2x^2 + 2x & \\ \hline -2x - 2 & \\ -2x - 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x+1)(x+1)(x^2+2x-2)=0$$

Рассмотрим $x^2+2x-2=0$

$$D = 4 + 4 - 2 = 12$$

$$x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$(x+1)^2 \cdot (x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 + \sqrt{3} \\ x = -1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $x \in \{1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

Докажем

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Докажем, что $A \neq 75g^2$

$$(m+n)(m+n-9) = 75g^2$$

$$\text{Если } m+n \not\div 3 \Rightarrow m+n-9 \not\div 3 \Rightarrow$$

$$(m+n)(m+n-9) \not\div 3, \quad 75g^2 = 3 \cdot 25g^2$$

Получили противоречие

$$\text{Если } m+n \div 3 \Rightarrow m+n-9 \div 3 \Rightarrow$$

$$(m+n)(m+n-9) \div 9 \quad A = 9k$$

$$75g^2 = 9k$$

$$25g^2 = 3k \Rightarrow g \div 3 \Rightarrow g = 3$$

$$(m+n)(m+n-9) = 75 \cdot 9 \quad] \quad m+n = x$$

$$x(x-9) = 75 \cdot 9$$

$$x^2 - 9x - 3^3 \cdot 5^2 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 = 3^4 + 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 = 3^3(3 + 2^2 \cdot 5^2) =$$

$$= 3^3 \cdot 103 = 3^2 \cdot 309$$

$$\sqrt{D} = 3\sqrt{309}$$

$$x_1 = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2}$$

$$x_2 = \frac{9 - 3\sqrt{309}}{2}$$

но m и n натур. $\Rightarrow m+n$ тоже натур, x - натур,

а x_1 и x_2 явно не натуральные. Получили Противоречие



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow A \neq 75q^2 \Rightarrow A = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad (\text{т.к. } 13p^2 \text{ всего 6 делителей})$$

$$13^1 \cdot p^2 \Rightarrow k = (1+1)(2+1) = 6$$

Перепробуем все делители $13p^2$ и подставим

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$1 \quad 13p^2 \Rightarrow 13p^2 + 9 = 1 \quad p^2 = -\frac{8}{13} \quad p = \pm \sqrt{-\frac{8}{13}} \quad (?!)$$

$$13 \quad p^2 \Rightarrow p^2 + 9 = 13 \quad p^2 = 4 \quad p = 2 \quad (\checkmark)$$

$$p \quad 13p \Rightarrow 13p + 9 = p \quad p = -\frac{9}{12} \quad p = -\frac{3}{4} \quad (?!)$$

$$p^2 \quad 13 \Rightarrow 13 + 9 = p^2 \quad p = \pm \sqrt{22} \quad (?!)$$

$$13p \quad p \Rightarrow p + 9 = 13p \quad p = \frac{9}{12} \quad p = \frac{3}{4} \quad (?!)$$

$$13p^2 \quad 1 \Rightarrow 1 + 9 = 13p^2 \quad p^2 = \frac{10}{13} \quad p = \sqrt{\frac{10}{13}} \quad (?!)$$

$$\Rightarrow p = 2 \quad m+n = 13$$

$$B = 75q^2 \quad mn(m+n-3) = 75q^2 \quad \frac{10mn}{12} = 75q^2$$

$$\Rightarrow 75q^2 : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q = 2 \quad 10mn = 75 \cdot 4 \quad mn = 30$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \\ (m-n)^2 = (m+n)^2 - 4mn \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \\ (m-n)^2 = 169 - 120 = 49 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \\ |m-n|=7 \end{cases} \quad (H40 \quad m \geq n) \Rightarrow \begin{cases} m+n=13 \\ m-n=7 \end{cases} \Rightarrow 2m=20 \quad m=10$$

$$n=3 \quad n=10$$

$$n = 13 - m = 13 - 10 = 3$$

Ответ: подходит только пара 3 и 10.



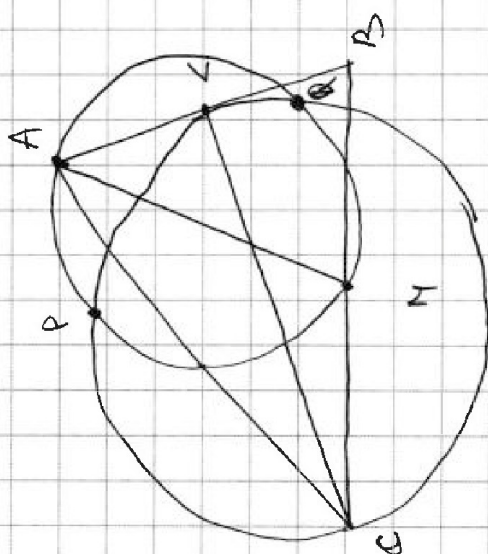
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Также, рассмотрим пара с центральной точкой
То же получили 4 разные картиночки

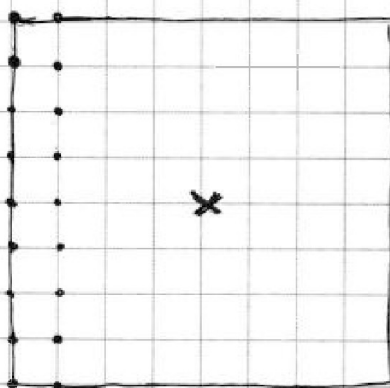


80

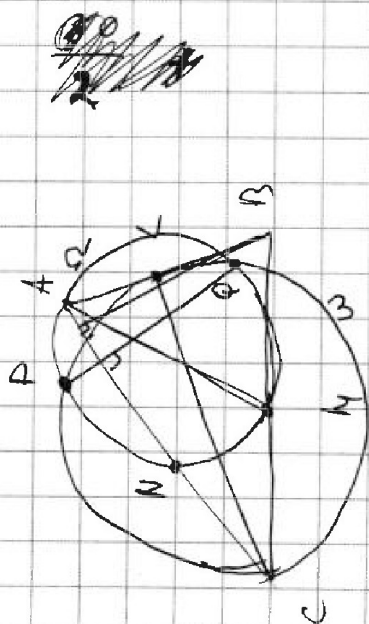
$$\frac{80}{2} = 40$$

$$80 \cdot 77$$

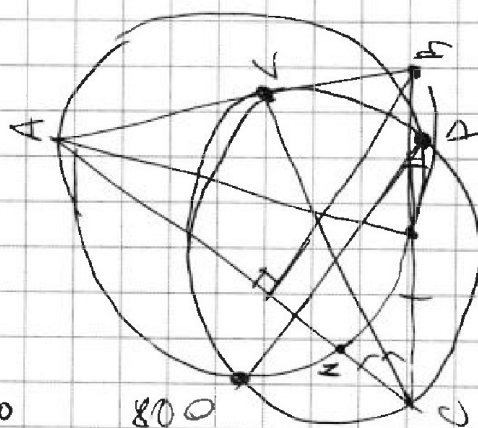
$$\frac{80 \cdot 77}{4} = 20 \cdot 77$$



$$\frac{(80 \cdot 77)}{4}$$



$$\frac{40}{2} + \frac{800}{4}$$



$$\frac{80 \cdot 77}{4} + \frac{(80)}{4}$$



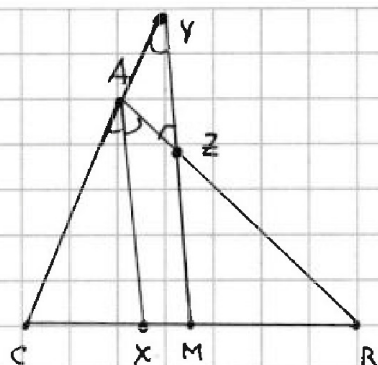
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 154

Дано: $\triangle ABC$

AX — биссектриса $\angle A$

M — сер. BC

$AX \parallel ZM$

$Z = AB$

$Y = AC$

$Y = AC \cap ZM$

$AC = 18$

$AZ = 6$

$YZ = 8$

Найти BC

Решение: Заметим, что $\angle CAX = \angle BAX = \angle AZY = \alpha$
(бисс.) (AX || MY)

$\angle AZY + \angle AYZ = \angle AZC$ (внешн.)

$\angle AYZ = \angle CAX + \angle BAX - \angle AZY = 2 + 2 - \alpha = \alpha$

$\rightarrow AYZ$ равнобедр $\Rightarrow AY = AZ = 6$

По Т. Фалеса $\frac{AY}{AC} = \frac{XM}{CB} \quad \frac{XM}{CB} = \frac{AY}{AC} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

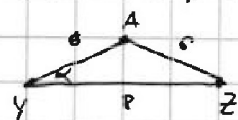
$XM = a \quad CX = 3a \quad CM = XM + CM = 4a = \frac{BC}{2} \quad (M \text{ сер.}) \Rightarrow$

$BC = 8a \quad XB = BC - CX = 8a - 3a = 5a \quad MB = CM = 4a \quad XM = a$

По Т. Фалеса $\frac{BZ}{AZ} = \frac{BM}{XM} = \frac{4a}{a} = 4$

$BZ = 4AZ = 4 \cdot 6 = 24 \quad AB = AZ + BZ = 6 + 24 = 30$

Рассмотрим $\triangle AYZ$ По Т. косинусов



сб

$\cos \alpha = \frac{AY^2 + AZ^2 - YZ^2}{2 \cdot AY \cdot AZ} = \frac{6^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{36 + 36 - 64}{72} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$

$36 = 36 + 36 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$

$2 \cdot 6 \cdot 6 \cos \alpha = 64$

$3 \cos \alpha = \frac{8}{3}$

$\cos \alpha = \frac{8}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

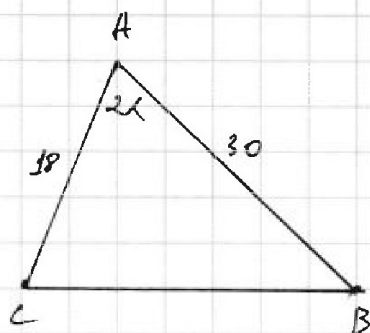
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(2\alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$



Рассмотрим $\triangle ABC$

$$AC = 18 \quad AB = 30$$

$$\angle CAB = 2\alpha$$

По Т. Косинусов $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos(2\alpha)$

$$= 18^2 + 30^2 - 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \cos(2\alpha) =$$

$$= 2^2 \cdot 3^4 + 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 - 2^3 \cdot 3 \cdot 5 =$$

$$= 2^2 \cdot 3 \cdot (3^3 + 3 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5) =$$

$$= 2^2 \cdot 3 \cdot (27 + 75 - 10) =$$

$$= 2^2 \cdot 3 \cdot 112 = 2^2 \cdot 3 \cdot 2^4 \cdot 7 = 2^6 \cdot 3 \cdot 7$$

$$BC = 2^3 \cdot \sqrt{3 \cdot 7} = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

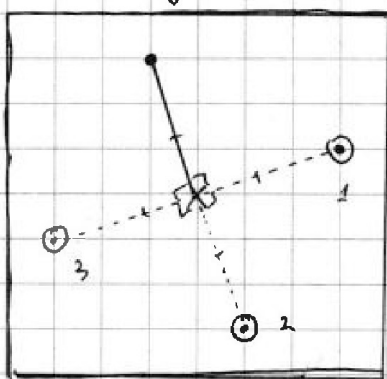
Задача №6

Ответ: 820

Решение: Давайте рассмотрим случай, когда

при повороте картички, какие-то ^{расположения} стороны совпадут.

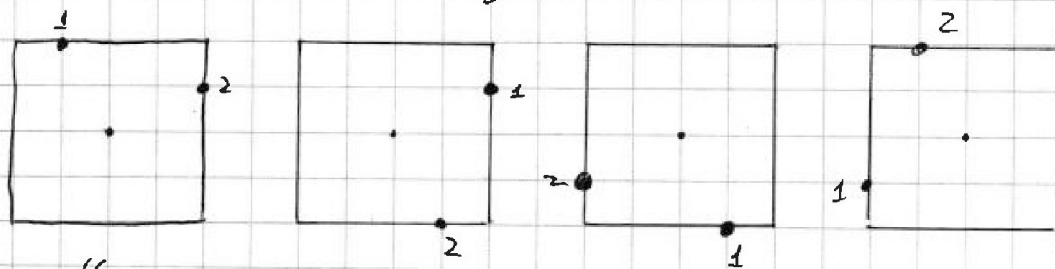
Рассмотрим точку, и три места, куда она может перейти при повороте (кроме центральной).



Заметим, что если я хочу, то я в дальнейшем картичка совпадала, ну и то, что я сейчас 2-ая точка стояла на одной из этих 3 позиций. (иначе

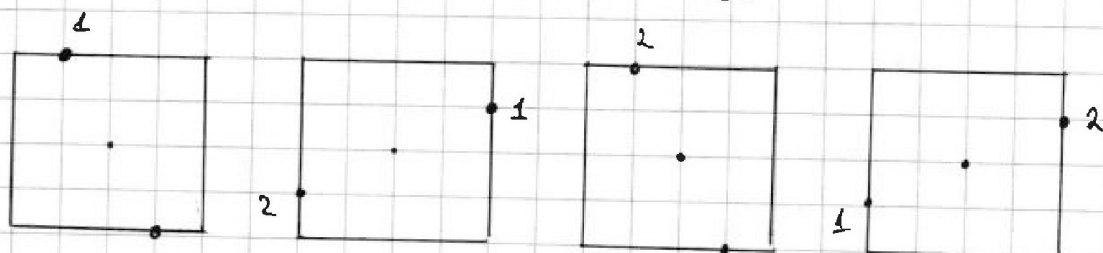
дальнейшие картички не совпадут с центральной)

Если точка №2 в позиции 1 или 3:



Это 4 разные картички.

Если 2-ая точка в позиции 2:



Тут всего 2 разные картички.



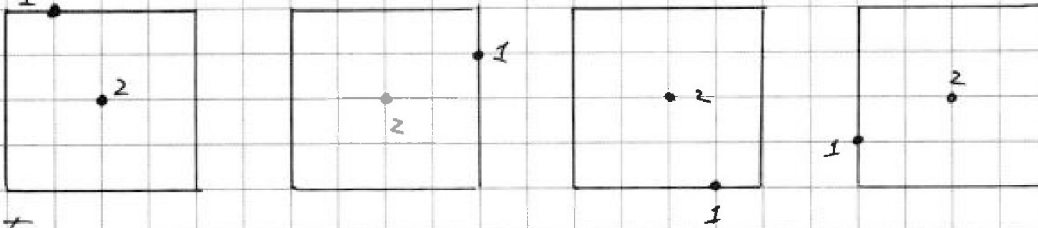
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Точки, рассмотрим пару с центральной
 1-ой.



Тут тоже получили 4 разные картиночки.

Заметим, что в остальных случаях будет
 4 разные картиночки (т.к. точка не 2-ая точка
 будет не 1 или 2 или 3 по счету).

Теперь считаем возможные раскраски:

С центральной: 80 вар. выбора 2-ой точки, 4

$\frac{80}{4}$ с учетом повтора при повороте: Итого = 20

С симметричной: 80 вар. выбора 1-ой точки, вторая
 определяется по первой. $\frac{80}{2} = 40$ возможных пар.

$\frac{40}{2} = 20$, с учетом поворота при повороте. Итого: 20

С другой: 80 вар. выбора 1-ой точки, 78 вар. выбора
 2-ой точки (80 - 2-ая точка - центр. точка - сим. точка)

$\frac{80 \cdot 78}{2}$ пар. $\frac{40 \cdot 78}{4}$ - с учетом повтора при повороте.

$$\begin{aligned} 10 \cdot 78 &= 780 \\ 780 + 20 + 20 &= 820 \end{aligned}$$

Ответ: 820



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^4y^4 + 5x^2y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y}$
 $x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}$
 $-(y^4 + 5y^2 + \sqrt{y})$

$x - 3y \leq 3$
 $3x - y \leq 1 \Rightarrow$
 $x \geq 3y$
 $3x \geq y$

$x - 3y \leq 3$
 $3x - y \leq 1$
 $x \geq 3y$
 $3x \geq y$

$4y + 8x$

$AB = 40$
 $AN = 8$

$AC, BC - ?$

PQ

TS

$4 + 5 + 5 + 4$

17

31



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$x-y \leq 1$$

$$3y-x \leq 3$$

$$x \geq 3y$$

$$3x \geq y$$

$$x-3y \leq 3$$

$$3x-y \leq 1$$

$$x \geq 3y$$

$$x-3y \leq 3$$

$$3x-y \leq 1$$

$$3y-x \leq 3$$

$$x \leq 1+y$$

$$y+1 \geq 3y$$

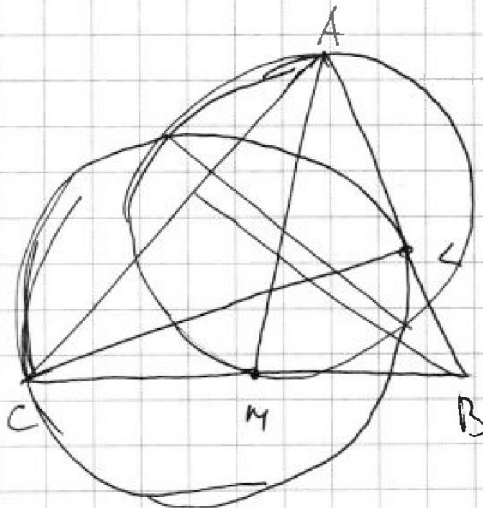
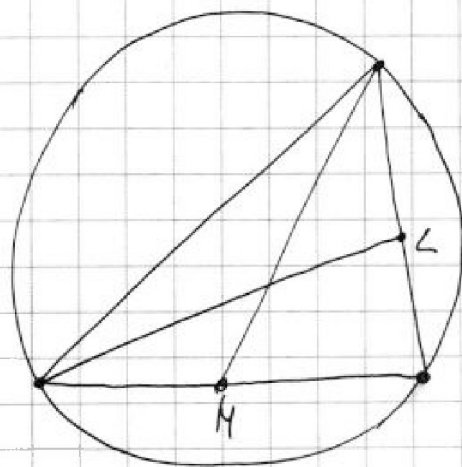
$$2y \leq 1$$

$$x \leq 1+y$$

$$y+1 \geq 3y$$

$$2y \leq 1$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$



1 +
2 0
3 +
4 +
5 0
6 +
7 0

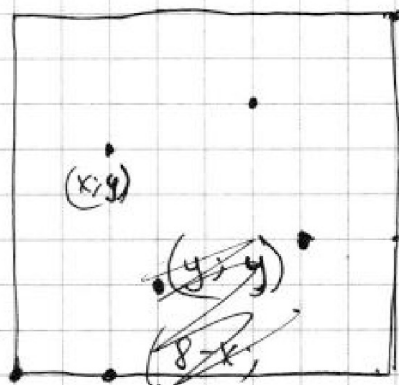
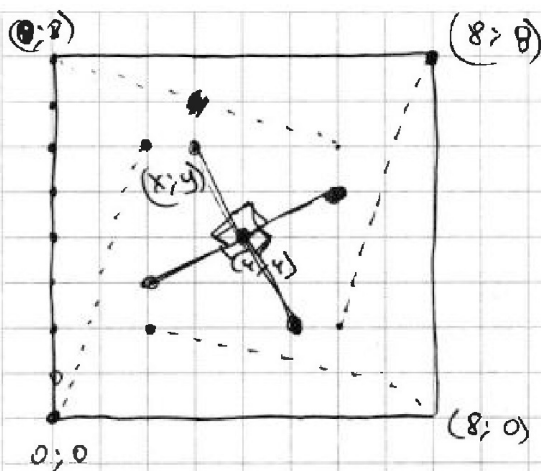


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

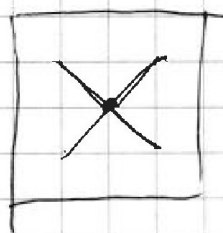
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1) 3
- 2) 4
- 3) 5
- 4) 5
- 5) 4
- 6) 4
- 7) 6



$$(y; 8-x)$$

$$(8-x; 8-y)$$

$$(8-y; x)$$

$$\begin{matrix} x_1 y_1 \\ x_2 y_2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} (y_1; 8-x_1) \\ (y_2; 8-x_2) \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} (8-x_1; 8-y_1) \\ (8-x_2; 8-y_2) \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} (8-y_1; x_1) \\ (8-y_2; x_2) \end{matrix}$$

81.79

$$\frac{80}{2} + 80 + \frac{80 \cdot 77}{4} = 40 + 80 + 20 \cdot 77 =$$

$$= 20(2 + 4 + 77) = 20 \cdot 83 = 1660$$

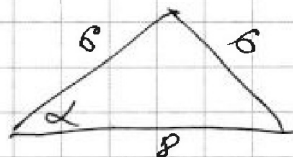
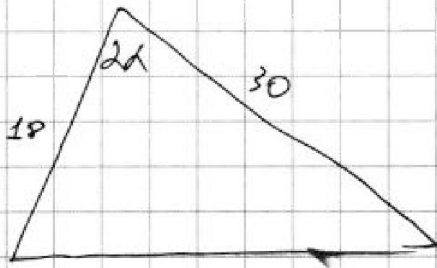


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$$

$$= \frac{1}{9} - \frac{8}{9} = -\frac{7}{9}$$

$$BC^2 = 18^2 + 30^2 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{9} =$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

~~$$= 324 + 900 + 2 \cdot 2 \cdot 30$$~~
~~$$= 324 + 900 + 120$$~~

$$3^4 \cdot 2^2 + 5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 + 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$2^2 \cdot 3 (3^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5)$$

$$2 \cdot 56$$

$$2^2 \cdot 3 \cdot (27 + 75 + 10)$$

$$2 \cdot 2 \cdot 28$$

$$= 2^3 \cdot 3 \cdot 112$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 14$$

$$= 2^2 \cdot 3 \cdot 2^4 \cdot 7$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$$

$$= 2^6 \cdot 3 \cdot 7$$

$$BC = 2^3 \sqrt{21} = 8\sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha = 64$$

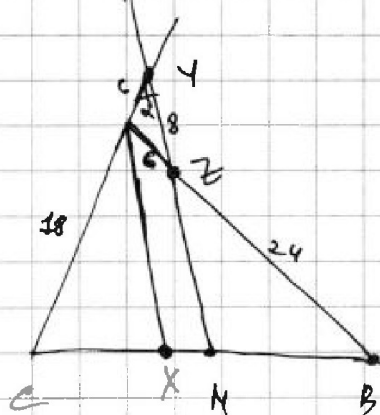
$$3 \cos \alpha = 2$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\cos \alpha =$$

$$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$



$$\cos(\alpha + \beta) =$$

$$= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos$$

$$\cos 60^\circ = \cos 30^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 90^\circ = \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$\cos 60^\circ = \cos 30^\circ \cdot \sin 30^\circ - \cos 30^\circ \cdot \sin 30^\circ =$$

$$= 0$$



$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 18^2 + 24^2 - 2 \cdot 18 \cdot 24 \cdot \cos \alpha = \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 3^4 \cdot 2^2 + 2^6 \cdot 3^2 - 2^5 \cdot 3^3 \cdot \frac{1}{9} = 3^4 \cdot 2^2 + 2^6 \cdot 3^2 + 2^5 \cdot 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} -64 + 3 \cdot 16 + 2 \\ -8 + 12 + 2 \\ 3x + 3 \end{aligned}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + 2d$$

$$x^4 + 2x^2 + 4x^3 = 3x + 3 + 2d$$

$$x^4 + 2x^2 + 4x^3 = 3x + 3 + x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 2x^2 + 4x^3 = 2x + x^2 + 2$$

$$x^4 + 4x^3 + x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x^3 + 3x^2 + 2)(x+1) = 0$$

$$3x + 3 + 6d = 3x^2$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$\begin{aligned} x^3(x+1) + 3x^2(x+1) \\ + 2(x+1) \end{aligned}$$

-1

$$\cancel{1 - 4 + 3 - 2 + 2}$$

$$\cancel{x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 2}$$

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_4 = 3x^2$$

$$3x + 3 + 6d = 3x^2$$

$$x + 1 + 2d = x^2$$

$$x^2 - x - 1 = 2d$$

$$3x + 3 + x^2 - x - 1 =$$

$$= (x^2 + 2x)^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2x)^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^2 + 4x^3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$1 - 4 + 3 - 2 + 2$$

$$\begin{array}{r|l} x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 2 & x+1 \\ -x^4 + x^3 & \\ \hline 3x^3 + 3x^2 & \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2x)^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 2(x+1) = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 2(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 8 + 8 = 16 \quad \sqrt{16} = 4$$

$$x_1 = \frac{-2 + 4}{2} = -1 + 2$$

$$x_2 = \frac{-2 - 4}{2} = -1 - 2$$

$$(x+1)^2(x+1-2)(x+1+2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 + 2 \\ x = -1 - 2 \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3x^2 - 2 & x+1 \\ \hline x^3 + x^2 & \\ \hline 2x^2 + 0x & \\ + 2x^2 + 2x & \\ \hline -2x - 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 & x+1 \\ \hline x^3 + x^2 & \\ \hline 2x^2 + 0x & \\ + 2x^2 + 2x & \\ \hline -2x - 2 & \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)(m+n-9) = 75q^2$$

$75q^2$	1	-
$25q^2$	3	-
$15q^2$	5	-
$5q^2$	15	-
$3q^2$	25	-
q^2	75	-

$$75q^2 \quad 9 -$$

$$25q^2 \quad 3q -$$

$$15q^2 \quad 5q -$$

$$5q^2 \quad 15q -$$

$$3q^2 \quad 25q -$$

$$q^2 \quad 75q -$$

$$75 \quad q^2 - \quad q^2 + 9 = 75 \quad q^2 = 64 \quad q = 8, \text{ так } q \text{ должно быть кратно}$$

$$25 \quad 3q^2 - \quad 3q^2 + 9 = 25$$

$$15 \quad 5q^2 - \quad 5q^2 + 9 = 25$$

$$5 \quad 15q^2 - \quad 15q^2 + 9 = 25$$

$$3 \quad 25q^2 -$$

$$1 \quad 75q^2 -$$

$$(mn)(m+n-3) = 13p^2$$

$$1 \quad 13p^2$$

$$p \quad 43p$$

$$p^2 \quad 13$$

$$13 \quad p^2$$

$$43p \quad p$$

$$13p^2 \quad 1$$

$$(m+n)(m+n-9) \neq 75q^2$$

$$\text{Если } m+n \div 3, \Rightarrow$$

$$m+n-9 \div 3 \Rightarrow$$

$$(m+n)(m+n-9) \div 9$$

$$\text{Если } m+n \div 3 \Rightarrow$$

$$m+n-9 \div 3 \Rightarrow$$

$$(m+n)(m+n-9) \div 3,$$

$$\text{но } 75q^2 = 3 \cdot 25q^2,$$

$$\text{то } 75q^2 \div 3 \quad (?)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x-3y \leq 2 \\ 3x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$m(13-m)=30$$

$$p^2=22$$

$$13m-m^2 \quad 13+9=22$$

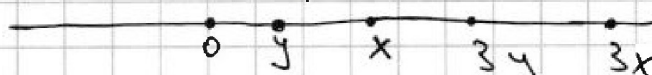
$$13p+9=p \quad 9=12p \quad (?)$$

$$x, y > 0$$

$$13p^2+9=1 \quad (?)$$

$$p^2+9=13$$

$$x > y$$



$$x < y$$

$$x=y$$

$$169-60=109$$

$$p^2=4$$

$$p=2$$

$$A=m^2+2mn+n^2-9m-9n = (m+n)^2-9(m+n)=$$

$$=(m+n)(m+n-9)$$

$$B=m^2+n^2-3mn=m \cdot n \cdot (m+n-3)$$

$$(m+n)(m+n-9)=13p^2$$

$$m \cdot n \cdot (m+n-3)=759^2$$

$$13p^2$$

$$1$$

$$13p$$

$$p$$

$$13$$

$$p^2$$

$$\sqrt{p=2}$$

$$p^2$$

$$13$$

$$p$$

$$13p$$

$$1$$

$$13p^2$$

$$m \cdot n \cdot 10 = 759^2$$

$$m \cdot n \cdot 10 = 75 \cdot 4$$

$$m \cdot n = 15 \cdot 2$$

$$m \cdot n = 30$$

$$m+n=13$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)(m+n-9) = 75 \cdot 3^2$$

$$x(x-9) = 3^3 \cdot 5^2$$

$$x^2 - 9x - 3^3 \cdot 5^2 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 =$$

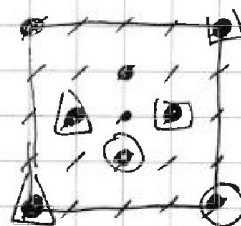
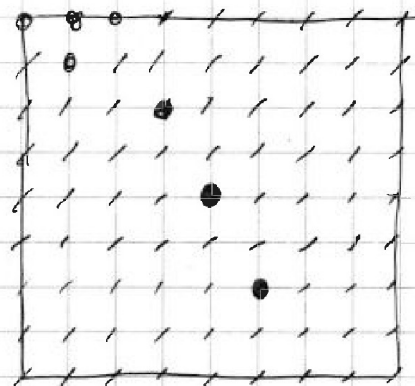
$$= 3^4 + 4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 =$$

$$= 3^3 (3 + 4 \cdot 5^2) = 3^3 \cdot (3 + 100) = 3^3 \cdot 103$$

$$3\sqrt{309}$$

$$x_1 = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2}$$

$$x_2 = \frac{9 - 3\sqrt{309}}{2}$$



но $x = m+n$ и они натуральные.

$$x(x-9) = 75 \cdot 9$$

$$x^2 - 9x = 3^3 \cdot 5^2$$

$$x^2 - 9x - 3^3 \cdot 5^2$$

$$D = 81 + 4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 =$$

$$= 3^4 + 4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 =$$

$$= 3^3 (3 + 4 \cdot 5^2) =$$

$$= 3^3 \cdot 103$$

$$\sqrt{D} = 3\sqrt{309}$$

$$x_1 = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2}$$

x.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)(m+n+9) = 13p^2$$

1

$$13p^2$$

$$13p^2 + 9 = 1$$

$$13p^2 = -9$$

$$(!) p^2 = -\frac{9}{13}$$

13

$$p^2$$

$$p^2 + 9 = 13$$

$$p^2 = 4 \quad p = 2$$

(✓)

p

$$13p$$

$$13p + 9 = p$$

$$9 = -12p$$

(?!)

$$p = -\frac{3}{4}$$

p²

$$13$$

$$13 + 9 = p^2$$

$$p^2 = 22$$

(?!)

$$p = \sqrt{22}$$

13p

p

$$p + 9 = 13p$$

$$12p = 9$$

$$p = \frac{3}{4} \quad (!)$$

13p²

1

$$1 + 9 = 13p^2$$

$$p^2 = \frac{10}{13}$$

$$p = \sqrt{\frac{10}{13}} \quad (!)$$

$$p = 2$$

$$m+n = 13$$

$$mn = 30$$

$$B = 759^2$$

$$m+n = 13$$

$$mn = 30$$

$$13^2 - 4 \cdot 30 = (m-n)^2$$

$$169 - 120 = 49$$

$$m-n = 7$$