



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2}$; $a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2}$; Δ Наша пр-ия имеет вид:

$$\Rightarrow 2a_4 = a_2 + a_6;$$
$$2a_4 = a_2 + \frac{a_4 + a_8}{2};$$
$$4a_4 = 2a_2 + a_4 + a_8;$$
$$3a_4 = 2a_2 + a_8;$$

Тогда $3(x^4 + 8x^3 + 16x^2) = 2(12 - 12x) + (-6x^2);$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0;$$
$$(x+2)^2(3x^2 + 12x - 6) = 0;$$
$$(x+2)^2(x+2+\sqrt{6})(x+2-\sqrt{6}) = 0;$$

Тогда либо $x = -2$; либо $x = -2 + \sqrt{6}$; либо $x = -2 - \sqrt{6}$.

$\begin{cases} x = -2, \\ x = -2 + \sqrt{6}, \\ x = -2 - \sqrt{6}. \end{cases}$

Ответ: $-2; -2 \pm \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 0 \leq |2x-3y| \leq 6, \\ 0 \leq |3x-2y| \leq 4. \end{cases}$$

т.к. $|a|+|b| \geq |a+b|$, то.

$$10 \geq |2x-3y| + |3x-2y| \geq |5x-5y|;$$

$$\begin{cases} 36 \geq 4x^2 + 9y^2 - 12|xy|, \\ 16 \geq 4y^2 + 9x^2 - 12|xy|. \end{cases}$$

(1cn) $2x-3y \geq 0 \Rightarrow 6 \geq 2x-3y \geq 0$

$3x-2y \geq 0 \Rightarrow 4 \geq 3x-2y \geq 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 \geq 12x-8y \geq 0 \\ 6 \geq 2x-3y \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10 \geq 10x-5y.$$

$10x-5y=10$
достигается
при $x=1; y=0$.

$$\begin{aligned} 2x-3y &= 2 \geq 0 \\ 3x-2y &= 3 \geq 0 \end{aligned}$$

удовл.

(2cn) $2x-3y \leq 0, \quad 3x-2y \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} 6 \geq -2x-3y \geq 0 \\ 4 \geq 2y-3x \geq 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 \geq -x-y \\ 10+x+y \geq 0 \\ 30 \geq 10x-15y. \end{cases}$$

$$100+10x+10y \geq 0$$

Ответ: 10



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m, n \in \mathbb{N}. \quad \sqrt{3}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = m^2 + m(13 - 4n) + (4n^2 - 26n);$$

решим относительно m : $D = 169 - 104n + 16n^2 - 16n^2 + 104n = 169.$

$$m_1 = \frac{4n - 13 + 13}{2} = 2n; \quad m_2 = \frac{4n - 13 - 13}{2} = 2n - 13;$$

$$\Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13);$$

Заметим, что одна из скобок обязательно чётна, т.к. значения в этих скобках отличаются на 13 и они являются н.ч. числами $\Rightarrow A : 2$

1сл) $A = 17p^2; B = 15q^2 \Rightarrow 17p^2 : 2$, т.к. p -простое

$\Rightarrow$ Это может быть только при $p = 2$

$\Rightarrow A = 17p^2 = 17 \cdot 4 = 68$. Рассмотрим все делители числа $A: 1; 2; 4; 17; 34; 68$.

Заметим, что делителями, отличающимися на 13 могут быть только 4 и 17 ($17 - 4 = 13$)

$$\Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13) = 4 \cdot 17; \Rightarrow m - 2n = 4.$$

Тогда $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2) = 15q^2$

$$B = mn(4 - 2) = 2mn = 15q^2$$

Т.к. q -простое $\Rightarrow$ Это может быть только при $q = 2$.

$$\Rightarrow B = 4 \cdot 15 = 60. \Rightarrow mn = \frac{B}{2} = 30;$$

$$\begin{cases} m - 2n = 4, \\ mn = 30 \end{cases} \quad m, n \in \mathbb{N}. \quad \Rightarrow \begin{cases} m = 2n + 4; \\ (2n + 4)n = 30; \end{cases}$$

$$\begin{cases} n^2 + 2n - 15 = 0. \\ D = 4 + 60 = 64. \end{cases}$$

$$n_1 = \frac{-2 + 8}{2} = 3 \in \mathbb{N} \Rightarrow m = 2n + 4 = 10.$$

$$n_2 = \frac{-2 - 8}{2} = -5 < 0 \Rightarrow n \notin \mathbb{N} - \text{Противоречие.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3 (продолжение)

$$2en) A = 15q^2; B = 17p^2;$$

$$\Rightarrow A = (m-2n)(m-2n+13) : 2 \Rightarrow A = 15q^2 : 2 \Rightarrow \text{Это может быть только при } q=2 \Rightarrow A = 15 \cdot 4 = 60.$$

Рассмотрим все делители $A=60$: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60.

Заметим, что делителями, отличающимися на 13 могут быть только 2 и 15 ($15-2=13$) (т.к. $20-13=7 \notin$; $30-13=17 \notin$; $60-13=47 \notin$)

$$\Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 2 \cdot 15$$

$$\Rightarrow m-2n=2; \text{ Тогда } B = mn(m-2n-2) = mn(2-2)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 17p^2 = 0 \Rightarrow p=0, \text{ но } p\text{-простое Противоречие}$$

$\Rightarrow A$ может принимать значение только 60, а $B=60$

$\Rightarrow$ Есть только одна пара m, n , где $m=10$; $n=3$.

Ответ: $m=10$; $n=3$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1) $\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$

(2) $2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$

П.к. x и y определён (присутствует $\sqrt[4]{3y}$ и $\sqrt[4]{3x}$) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow x \geq 0; y \geq 0$.

(2) $2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$.

$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x+y) + (\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y}) = 0$.

умножим обе части на $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \geq 0$

$(x-y) \left[2(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 4(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) + (\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \right] = 0$.

Заметим, что вторая скобка $[\]$ положительна, т.к.
 $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0; (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \geq 0; x+y \geq 0; x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 \geq 0;$
 $\sqrt[4]{3} > 0. \Rightarrow$ Поделим на неё обе части.

$\Rightarrow x-y=0$. Тогда (1): $\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$;
 $x=y$.

$3t = \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x}$; Тогда $t^2 = 7 - 2\sqrt{12-x-x^2}$;
 $2\sqrt{12-x-x^2} = 7 - t^2$.

(1): $t+5 = 7 - t^2$;
 $t^2 + t - 2 = 0$;
 $\Delta = 9$. $t = \frac{-1 \pm 3}{2}$.
 $(t-1)(t+2) = 0$.

1с) $t = 1$;
 $\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{3-x}$
 $\begin{cases} x+4 = 1+3-x+2\sqrt{3-x} \\ 3-x \geq 0, \\ x+4 \geq 0. \end{cases}$

$\begin{cases} 2x = 2\sqrt{3-x} \geq 0, \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 4x^2 = 12-4x \\ 3 \geq x \\ x \geq -4 \\ x \geq 0. \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 (продолжение).

$$\begin{cases} x^2 = 3 - x, \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x - 3 &= 0. \\ D &= 1 + 12 = 13. \end{aligned}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \sqrt{3}$$

$$y_1 = x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} - \text{удовл.} \quad 3 \geq x \geq 0$$

$$y_2 = x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \text{ не удовл.} \quad x_2 < 0$$

2сл) $t = -2$.

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} + 2 = \sqrt{3-x} \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$x + 4 + 4 + 4\sqrt{x+4} = 3 - x.$$

$$4\sqrt{x+4} = -2x - 5; \quad (4\sqrt{x+4} \geq 0)$$

$$16(x+4) = 4x^2 + 20x + 25;$$

$$4x^2 + 4x - 39 = 0.$$

$$D = 16 + 16 \cdot 39 = 16 \cdot 40.$$

$$y_3 = x_3 = \frac{-4 + 8\sqrt{10}}{8} = -\frac{1}{2} + \sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} + \sqrt{10} &\sqrt{3} \\ \sqrt{10} &\sqrt{\frac{7}{2}} \\ 10 &\sqrt{\frac{49}{2}} \\ 40 &\sqrt{49} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3 \geq -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \geq 0 \Rightarrow \text{удовл.} \quad 3 \geq x \geq 0;$$

$$y_4 = x_4 = \frac{-4 - 8\sqrt{10}}{8} = -\frac{1}{2} - \sqrt{10} < 0 \text{ не удовл.}$$

Ответ:

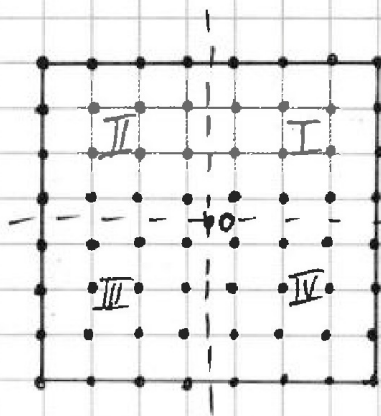
Таким образом все решения: $\left(\frac{1}{2} - \sqrt{10}; -\frac{1}{2} + \sqrt{10}\right);$
 $\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{10}; -\frac{1}{2} + \sqrt{10}\right);$
 $\left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}\right);$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



56.

Заметим, что всего узлов $8^2 = 64$.
Разделим "узловой" квадрат на 4 четверти.

Не учитывая 0 - центр симметрии "узловой" кв-та.
Рассмотрим случаи для четверти I.
Тогда возможны 2 случая:
1) Когда выбранные 2 белых узла находятся в одной четверти:

Тогда кол-во способов $= C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 120$.

2сл) Когда 2 белых узла находятся в соседних по стороне четвертях: кол-во способов $= 16^2 = 256$.

3сл) Когда 2 белых узла нах-ся в противоположных четвертях (симметричных относительно 0): кол-во способов $= 16^2 = 256$.

Заметим, что в 1сл. в каждой из остальных трёх четвертей новых способов не будет, т.к. они все будут образовываться из поворота отн. бел. узлов во II квт.

Аналогично для пар узлов в соседн. квт-тах (2сл)

Все будут получаться из поворота для I-II квт-ей.

В 3случае для всех выбр. пар белых узлов четвертей

I-III сопоставляется пара для квт-ей II-IV $\Rightarrow$

Новых способов не появится $\Rightarrow$ Всего кол-во способов

перекрасить 2 узла $= 120 + 2 \cdot 256 = 512 + 120 = 632$

Ответ: 632.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$$

Т.м. не А/

$$m^2 + m(13 - 4n) + (4n^2 - 26n)$$

8-13
80+24

17p²;

15q²;

p, q - пр.

$$\Delta = 169 - 104n + 16n^2 - 16n^2 + 104n = 169$$

$$m_1 = \frac{4n - 13 + 13}{2} = 2n$$

$$m_2 = \frac{4n + 13 - 13}{2} = 2n - 13$$

$$A = (m - 2n)(m - 2n + 13) - 2$$

$$B = m^2n - m \cdot 2(n^2 + n)$$

$$\Delta = 4(n^4 + 2n^3 + n^2) - 4n =$$

$$= 4n^4 + 8n^3 + 4n^2 - 4n$$

$$B = mn(m - 2n - 2)$$

$$1 \text{ а)} A = 17p^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13) - 2 \text{ и т.д.}$$

$$\Rightarrow p = \text{чет} \Rightarrow p = 2 \Rightarrow A = 68.$$

Делители A: 1, 2, 4, 17, 34, 68.

$$\Rightarrow \begin{cases} m - 2n = 4 \\ m - 2n + 13 = 17. \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = mn(m - 2n - 2) = 2mn = 15q^2$$

$$\Rightarrow q = 2 \Rightarrow B = 60 = 2mn$$

$$\Rightarrow mn = 30$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m - 2n = 4 \end{cases}$$

$$m = 2n + 4$$

$$(2n + 4)n = 30$$

$$2n^2 + 4n - 30 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0.$$

$$\Delta = 4 + 60 = 64$$

$$n_1 = \frac{-2 + 8}{2} = 3$$

$$n_2 = \frac{-2 - 8}{2} < 0$$

$$n = 3 \Rightarrow m = 10$$

$$2 \text{ а)} A = 15q^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13) - 2 \text{ и т.д.}$$

$$\Rightarrow q = 2 \Rightarrow A = 60.$$

3 · 5 · 2 · 2

Делители A: 1, 2, 3, 4, 5, 6;

10, 12, 15, 20, 30, 60;

$$\Rightarrow B = mn(m - 2n - 2) = 17p^2$$

2, 15

$$m - 2n = 2 \Rightarrow B = 0 - \text{против}$$

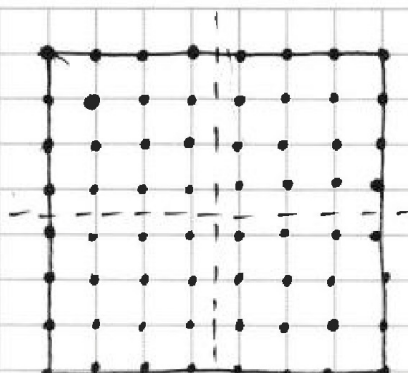


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$144 + 72 \quad 216$$

$$\frac{32 \cdot 64 + 3 \cdot 32}{4} \quad \frac{67 \cdot 32}{4}$$

$$\frac{36 \cdot 34}{2} + 32$$

$$(x^2 + 4x + 4)(3x^2 + 12x - 6) = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 - 6x^2 + 12x^3 + 48x^2 - 24x + 12x^2 + 48x - 24$$

$$256 \cdot 2 + 120$$

$$512 + 120$$

$$632$$

$$12 - 12x \geq 0$$

$$-2 + \sqrt{6}$$

$$622$$

$$16 \cdot 31$$

$$12 + 24 - 12\sqrt{6}$$

$$36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_2$$

$$10 - 6\sqrt{6}$$

$$a_4$$

$$4$$

$$a_6$$

$$a_8 - 60 + 24\sqrt{6}$$

$$a_5 6\sqrt{6} - 12$$

$$a_6 12\sqrt{6} - 284 + 6 - 4\sqrt{6}$$

$$a_7 16\sqrt{6} - 44$$

$$-60 + 24\sqrt{6}$$

$$\frac{12\sqrt{6} - 32}{2}$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2} - 32$$

$$4$$

$$+ 16$$

$$\frac{32 \cdot 63}{4} - 8 + 16$$

$$16 \cdot 63 + 8$$

$$8\sqrt{6} - 16$$

$$16 \cdot 31 + 16 \cdot 30$$

$$16 \cdot 61 =$$

$$\frac{32 \cdot 31}{2} + \frac{32 \cdot 30}{2}$$

$$16 \cdot 31 + 16 \cdot 30$$

$$16(61)$$

$$976$$

Они не симметричны относительно центра центрального квадрата

$$16 + 16 + 10$$

$$36$$

$$C_{36}^2$$

$$\frac{36 \cdot 35}{2}$$

$$C_{64}^2 - C_{32}^1$$

$$4$$

$$+ C_{32}^1$$

$$2$$

$$63$$

$$436$$

$$64 \cdot 63$$

$$2$$

$$4$$

$$+ 32$$

$$48 \cdot 5$$

$$536$$

$$536$$

$$64 \cdot 63 - 32 + 32$$

$$2$$

$$4$$

$$32 \cdot 63 - 32 + 32$$

$$4$$

$$8 \cdot 62 + 32$$

$$(x^2 + 4x) \geq 0$$

$$-6x^2 < 0$$

$$4 - 8$$

$$\frac{-12 \pm 6\sqrt{6}}{6}$$

$$-2 \pm \sqrt{6}$$

$$-2 + \sqrt{6}$$

$$36 \cdot 16$$

$$a_2 a_4$$

$$a_4 a_8$$

$$a_8 a_{12}$$

$$4 - 4\sqrt{6} + 6 - 8 + 4\sqrt{6}$$

$$2$$

$$\frac{32 \cdot 31}{2} + \frac{32 \cdot 30}{2}$$

$$16 \cdot 31 + 16 \cdot 30$$

$$16(61)$$

$$976$$

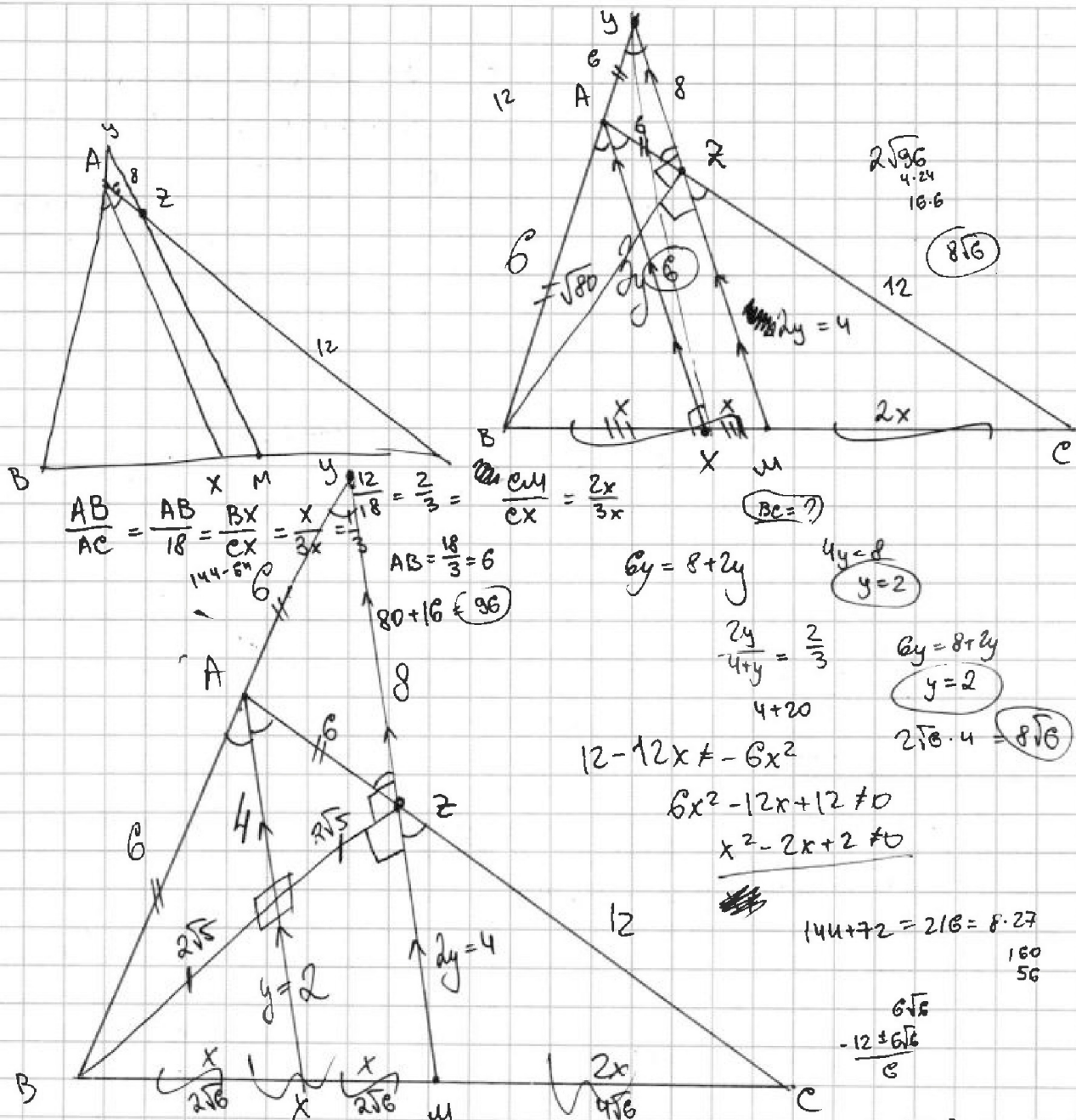


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(x+2)^2(3x^2+12x-6)=0$$

$$(x^2+4x+4)(3x^2+12x-6)$$

$$3x^4+12x^3-6x^2+12x^3+48x^2-24x+12x^2+48x-24=0$$

$$3x^4+24x^3+54x^2+24x-24=0$$

$$-2 \pm \sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x;$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2;$$

$$a_8 = -6x^2$$

$$a_1 + 3d$$

$$2a_1 + 8d$$

$$a_8 + a_2 = 2a_1 + 8d$$

$$a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2} = \frac{12 - 2x + \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2}}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 4x + 24}{4}$$

$$a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 4x + 24 - 6x^2}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 4x^2 - 4x + 24}{2}$$

$$2(x^4 + 8x^3 + 10x^2) = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2} - 2x + 12; \quad 8 \cdot 24 = 192$$

$$-12 \quad 4x^4 + 32x^3 + 84x^2 = x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 4x + 24;$$

$$144 \quad 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 4x - 24 = 0; \quad (36) \quad (10)$$

$$-24 \quad 48 - 192 + 216 - 8 \cdot 24 =$$

$$-24 \quad 243 - 648 + 486 - 12 \cdot 24$$

$$a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2}$$

$$a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2}$$

$$2a_4 = a_2 + a_6 = a_2 + \frac{a_4 + a_8}{2}$$

$$4a_4 = 2a_2 + a_4 + a_8$$

$$3a_4 = 2a_2 + a_8;$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 = 24 - 24x - 6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0;$$

$$48 - 192 + 216 - 8 \cdot 24 =$$

$$243 - 648 + 486 - 72 \cdot 24$$

$$729 - 96 - 648$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \quad | \quad x+1$$

$$-3x^4 + 3x^3$$

$$21x^3 + 54x^2 + 24x - 24$$

$$-21x^3 + 21x^2$$

$$33x^2 + 24x - 24$$

$$-33x^2 + 33x$$

$$(x+2)(3x^3 + 18x^2 + 18x - 12) = 0$$

$$(x+2)^2(3x^2 + 12x - 6) = 0$$

$$x_1 = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 72}}{6} = \frac{-12 \pm \sqrt{168}}{6} = \frac{-12 \pm 2\sqrt{42}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{42}}{3}$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \quad | \quad x+2$$

$$-3x^4 + 6x^3$$

$$18x^3 + 54x^2 + 24x - 24$$

$$-18x^3 + 36x^2$$

$$18x^2 + 24x - 24$$

$$-18x^2 + 36x$$

$$-12x - 24$$

$$-24 + 72 - 36 - 12$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 12 \quad | \quad x+2$$

$$-3x^3 + 6x^2$$

$$12x^2 + 18x - 12$$

$$-12x^2 + 24x$$

$$-6x - 12$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25-64

(-39)

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{2-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - 4\sqrt{3x+4y^2} \end{cases}$$

$$x^5 - y^5 = (x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

$$12 - x - y^2 \geq 0$$

$$12 \geq x + y^2$$

$x, y \geq 0$

$$2(x-y)(x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4)+4(x-y)(x+y) + \sqrt[4]{3}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0.$$

$$\begin{aligned} 3-y &\geq 0 \Rightarrow 3 \geq y \\ x+4 &\geq 0 \Rightarrow x \geq -4 \end{aligned}$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})$$

$$+ \sqrt{3} (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

$$(x-y)(2(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)^{\sqrt[4]{3}}(x-y) + 4/x^2y^2)$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} = t \quad \checkmark$$

$$t^2 = 7 + x - y - 2\sqrt{3x - 4y + 12 - xy}$$

$$\textcircled{x=y} \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = t \Rightarrow t^2 = 7 - 2\sqrt{(2-x)(2+x)}$$

$$t + 5 = 7 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t = 1$$

$$t = -2$$

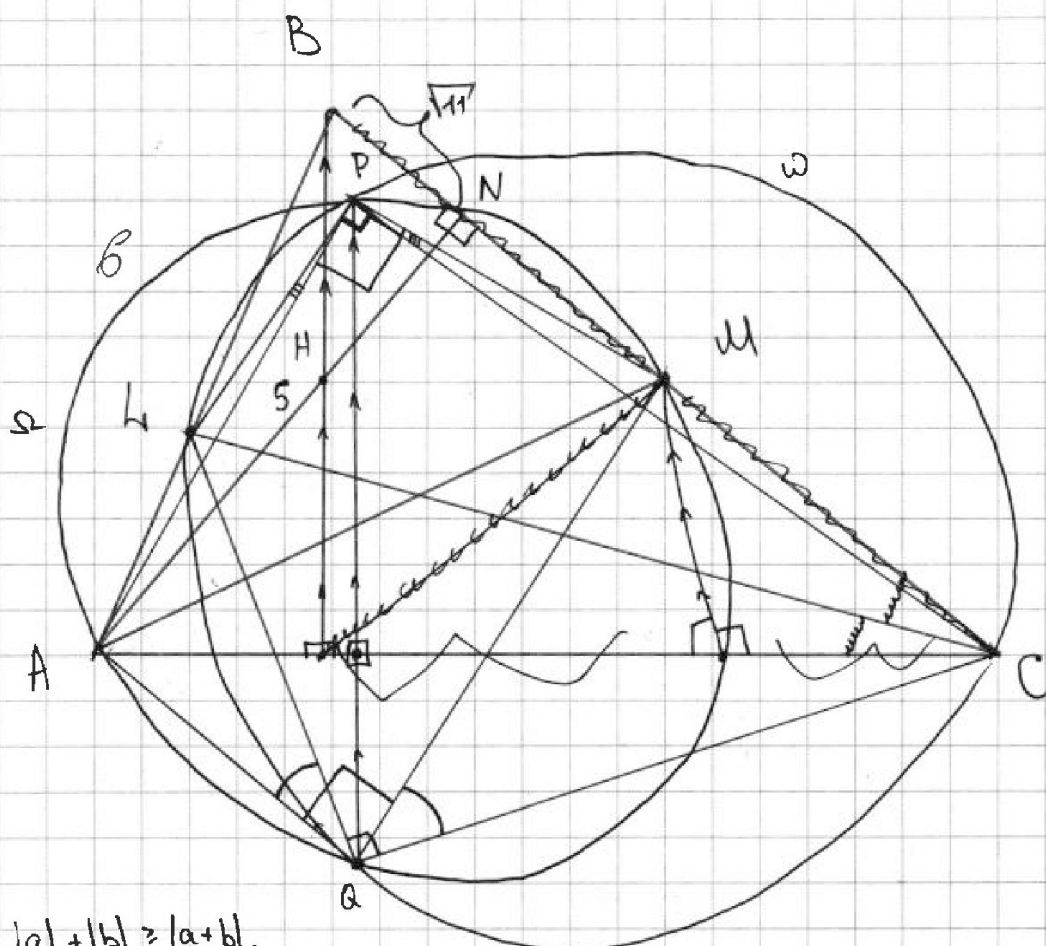


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|a| + |b| \geq |a + b|.$$

$$|a - b| \geq |a| - |b|.$$

$$6 \geq |2x - 3y| \geq 0$$

$$4 \geq |3x - 2y| \geq 0$$

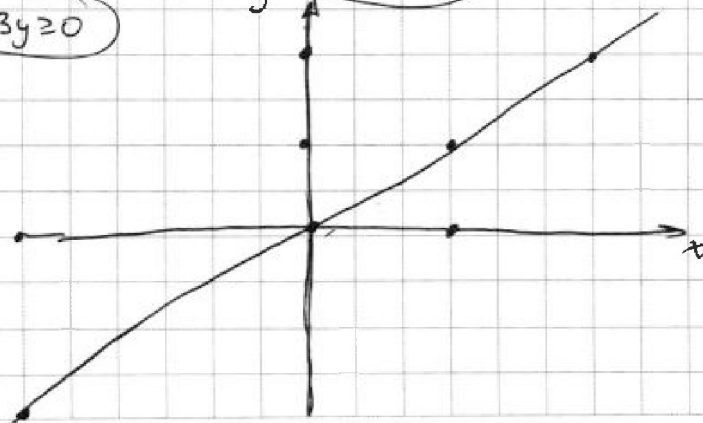
$$(1cn) \quad 6 \geq 2x - 3y \geq 0$$

$$10 \geq |2x - 3y| + |3x - 2y| \geq |5x - 5y| \geq 0.$$

$$(1cn) \quad 5x - 5y \geq 0 \Rightarrow 10 \geq 5x - 5y$$

$$2x - 3y \geq 0$$

$$y \quad 2 \geq x - y \quad 2 + y \geq x$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$
$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt{3x} - \sqrt{3y} = 0$$
$$(3x)^{\frac{1}{4}} - (3y)^{\frac{1}{4}}$$

$$\begin{array}{r} x+7-y \\ 2\sqrt{3x-xy+12-4y} \\ \hline 9-6y+y^2 \quad y^2-9 \end{array}$$

