



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 1

для членов арифметической прогрессии a_n верно $a_n = a_1 + (n-1)d$
 d - разность прогрессии, a_1 - первый элемент

$$\begin{cases} 6x+18 = a_1 + 4d & (1) \\ (x^2-4x)^2 = a_1 + 6d & (2) \\ -3x^2 = a_1 + 10d & (3) \end{cases}$$

$$(3)-(1): -3x^2 - 6x - 18 = 6d \\ d = -\frac{1}{2}x^2 - x - 3$$

$$(2)-(1): (x^2-4x)^2 - (6x+18) = 2d$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^2 - x - 3\right)$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = -x^2 - 2x - 6$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

1	1 - 6 + 5 + 6	x
-1	-1 - 6 \cdot 1 - 5 + 6	x
2	8 - 6 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6	✓
-2		
3		
-3		
6		
-6		

$$x = 2$$

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 & x-2 \\ \hline -x^4 + 2x^3 & \\ \hline -6x^3 + 17x^2 - 4x - 12 & \\ -6x^3 + 12x^2 & \\ \hline 5x^2 - 4x - 12 & \\ -5x^2 + 10x & \\ \hline 6x - 12 & \\ -6x + 12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-2)^2(x^2-4x-3)=0 \quad \begin{array}{r|l} x^3 - 6x^2 + 5x + 6 & x-2 \\ \hline x^3 - 2x^2 & \\ \hline -4x^2 + 5x + 6 & \\ -4x^2 + 8x & \\ \hline -3x + 6 & \\ -3x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$|4x - 3y| \leq 6 \quad (1)$$

$$|3x - 4y| \leq 8 \quad (2)$$

$$1) \begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y \geq 0 \\ 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 3y < 0 \\ 3y - 4x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{4}{3}x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{4}{3}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{4}{3}x + 2 \\ y > \frac{4}{3}x \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 4y \geq 0 \\ 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y < 0 \\ 3x - 4y - 4y - 3x \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{3}{4}x \\ y \geq \frac{3}{4}x - 2 \end{cases}$$

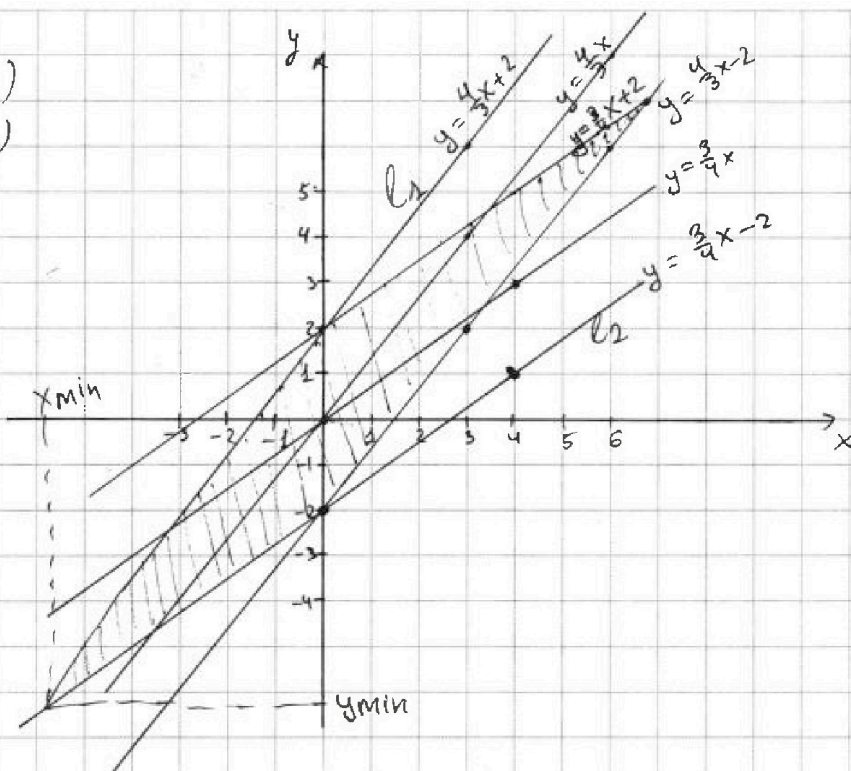
$$\begin{cases} y > \frac{3}{4}x \\ y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$$

$$x = -\frac{48}{7}$$

$$|4 \cdot (-\frac{48}{7}) - 3 \cdot (-\frac{50}{7})| \leq 6$$

$$|3 \cdot (-\frac{48}{7}) - 4 \cdot (-\frac{50}{7})| \leq 8$$

$$\text{Ответ: } -146$$



$$l_1 \cap l_2 = A$$

$$l_1: y = \frac{4}{3}x + 2$$

$$l_2: y = \frac{3}{4}x - 2$$

$$\frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2$$

$$x = -\frac{48}{7}$$

$$\frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2 \quad | \cdot 12$$

$$16x + 24 = 9x - 24$$

$$7x = -48$$

$$y = \frac{3}{4} \cdot (-\frac{48}{7}) - 2 = -\frac{36}{7} - 2 = -\frac{50}{7}$$

$$y = \frac{3}{4} \cdot (-\frac{48}{7}) - 2 = -\frac{36}{7} - 2 = -\frac{50}{7}$$

$$y_{\min}; x_{\min} \in \text{области допустим.}$$

$$14x + 4y \geq 14 \cdot (-\frac{48}{7}) + 4 \cdot (-\frac{50}{7}) = -146$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A = Задача №3

① $A = 13p^2$
 $B = 3q^2$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$\begin{cases} (m-n)(m-n+9) = 13p^2 & (1) \\ mn(m-n+3) = 3q^2 & (2) \end{cases}$$

(1)

m	n
чет	чет
неч	неч
неч	чет

 $\rightarrow$ лев. часть $\div 2 \Rightarrow p=2$
(единица четкое простое)

$$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 2^2$$

пусть $x = m-n \Rightarrow$

$$\begin{aligned} x(x+9) &= 13 \cdot 4 \\ x^2 + 9x - 52 &= 0 \quad D = 81 + 4 \cdot 52 \\ &= 289 \\ x_{1,2} &= \frac{-9 \pm 17}{2} \\ x_1 &= -13 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} m-n=4 & 1^* \\ m-n=-13 & 2^* \end{cases} \rightarrow \text{в (2)}$$

$$\begin{aligned} mn \cdot (-13+3) &= 3q^2 \\ -10mn &= 3q^2 \\ m > 0 \quad n > 0 \quad q^2 > 0 &\text{невозм.} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m = n+4 \quad 1^*$$

$$mn \cdot (m-n+3) = 3q^2$$

$$\begin{aligned} n(n+4) \cdot (4+3) &= 3q^2 \\ n(n+4) \cdot 7 &= 3q^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} (m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 4 \\ mn(m-n+3) = 3 \cdot 7^2 \end{cases}$$

лев. часть $\div 7 \Rightarrow$
прав. часть $\div 7 \Rightarrow q=7$

$$n^2 + 4n = 3 \cdot \frac{7^2}{7}$$

$$n^2 + 4n - 3 \cdot 7 = 0$$

$$n^2 + 4n - 21 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 16 + 4 \cdot 21 = 100 \\ n_{1,2} &= \frac{-4 \pm 10}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= -7; \quad m_1 = -3 \\ n_2 &= 3; \quad m_2 = 7 \end{aligned}$$

② $A = 3q^2$; $B = 13p^2$

$$(m+n)(m-n+3) = 3q^2$$

по четности нечетности аналогично

$$q=2 \text{ (простое } \div 2) \quad m-n=x$$

$$x(x+9) = 3 \cdot 4 \quad x^2 + 9x - 12 = 0$$

нет реш.

x - не целое
не погх по усл.
 $m-n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $(-3; -7)$ $(7; 3)$



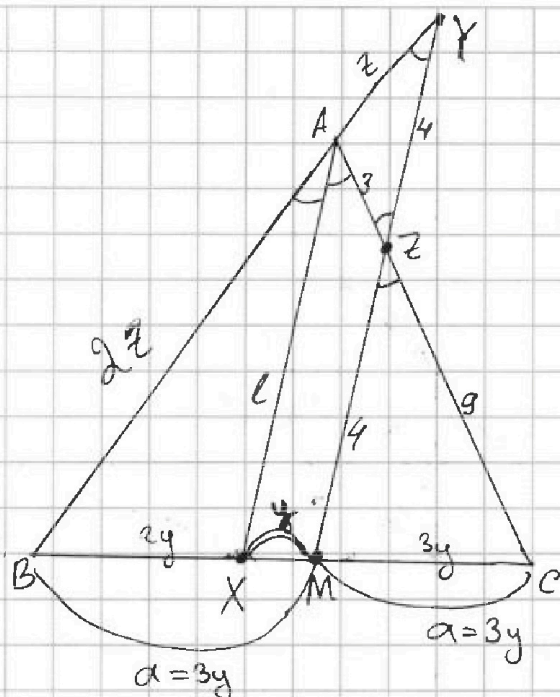
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} AC = 12 \\ AZ = 3 \\ CZ = 4 \\ BC = ? \end{cases}$$

Пусть $BM = MC = \alpha$ (M-середина BC)
 $MX = y$

т. Фалеса $\frac{CZ}{CA} = \frac{CM}{CX}$ ($MZ \parallel AX$)

$$\frac{4}{12} = \frac{CM}{CX} = \frac{\alpha}{\alpha + y}$$

$$\frac{12}{9} = 1 + \frac{y}{\alpha}$$

$$\frac{y}{\alpha} = \frac{12}{9} - \frac{9}{9} = \frac{1}{3}$$

$$3y = \alpha$$

$$\Rightarrow BX = 3y - y = 2y$$

$$CM = \alpha = 3y$$

Пусть $AY = z$

т. Менелая $\triangle ABC$ секущая MX

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

$$\frac{\alpha}{\alpha} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{AY}{YB} = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{AY}{YB} = \frac{1}{3}$$

$$YB = 3AY$$

$$YB = 2z \quad AY = z$$

По свойству биссектрис $\triangle ABC$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} \Rightarrow$$

$$\frac{2z}{9+3} = \frac{2y}{4y}$$

$$\Rightarrow z = 3$$

(покажем верно из $\triangle AYZ$ - равнобедр.)

$\triangle CMZ \sim \triangle$

т. Менелая $\triangle BYM$ секущая AC

$$\frac{2z}{z} \cdot \frac{4}{2M} \cdot \frac{MC}{CB} = 1$$

$$2 \cdot \frac{4}{MZ} \cdot \frac{3y}{6y} = 1$$

$$MZ = 4$$

$\triangle CMZ \sim \triangle CXA$:

$$\frac{MZ}{CZ} = \frac{9}{12} \Rightarrow$$

$$l = \frac{16}{3}$$

По формуле для биссектрис $\triangle ABC$

$$\frac{16}{3} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 12 - 2y \cdot 4y} \Rightarrow$$

$$y = \frac{7}{3}$$

$$(y > 0) \quad BC = 6y$$

Ответ: $BC = 14$

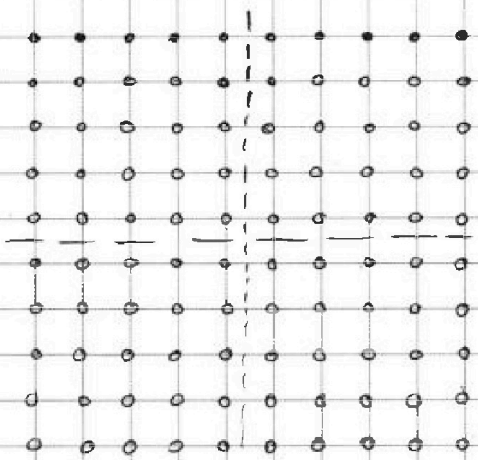


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

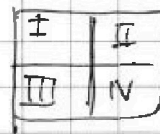


Задача №6

Разобьем квадрат на 4 части, в каждой 5x5=25 узлов

Возможны случаи ~~вза~~ расположения двух водр. точек

①

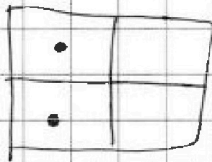


в одной области

~~5x5~~
$$\frac{25 \cdot 24}{2} = 25 \cdot 12 = 300$$

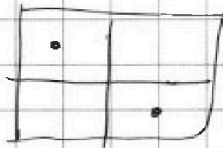
2 варианта
выбрать 2 точки

②



в двух областях по одной прямой
 $25 \cdot 25 = 25^2 = 625$ в.

③



по диагонали

$$25 \cdot 25 = 625 \text{ в.}$$

Все остальные положения получаются поворотом данных 3х; ①, ②, ③ никак не пересекаются

$\Rightarrow$ Всего $300 + 625 + 625 = 1550$ способов

Ответ: 1550

CN-CA

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$4x^2 + 9y^2$$

$$4x - 3y = 6$$

$$y = \frac{4x-6}{3} = \frac{4}{3}x - 2$$

$$y = \frac{3x-8}{4} = \frac{3}{4}x - 2$$

$$\begin{cases} 4|4x-3y| \leq 24 \\ 3|3x-4y| \leq 24 \end{cases}$$

$$4|4x-3y| - 3|3x-4y| \leq 0$$

$$4|4x-3y| \leq 3|3x-4y|$$

$$\begin{array}{c|c} 4x & y \end{array}$$

$$\begin{cases} 4x-3y \geq 0 \\ 3x-4y \geq 0 \end{cases}$$

$$3y-4x=6$$

$$y = \frac{4x+6}{3} = \frac{4}{3}x + 2$$

$$4y-3x=8$$

$$y = \frac{3x+8}{4} = \frac{3}{4}x + 2$$

$$\begin{cases} 3y-4x \leq 6 \\ 3y \leq 4x+6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-4y < 0 \\ 4x-3y \leq 6 \\ 4y-3x \leq 8 \end{cases}$$

$$3y-4x$$

$$4x-3y-(4y-3x) \leq 14$$

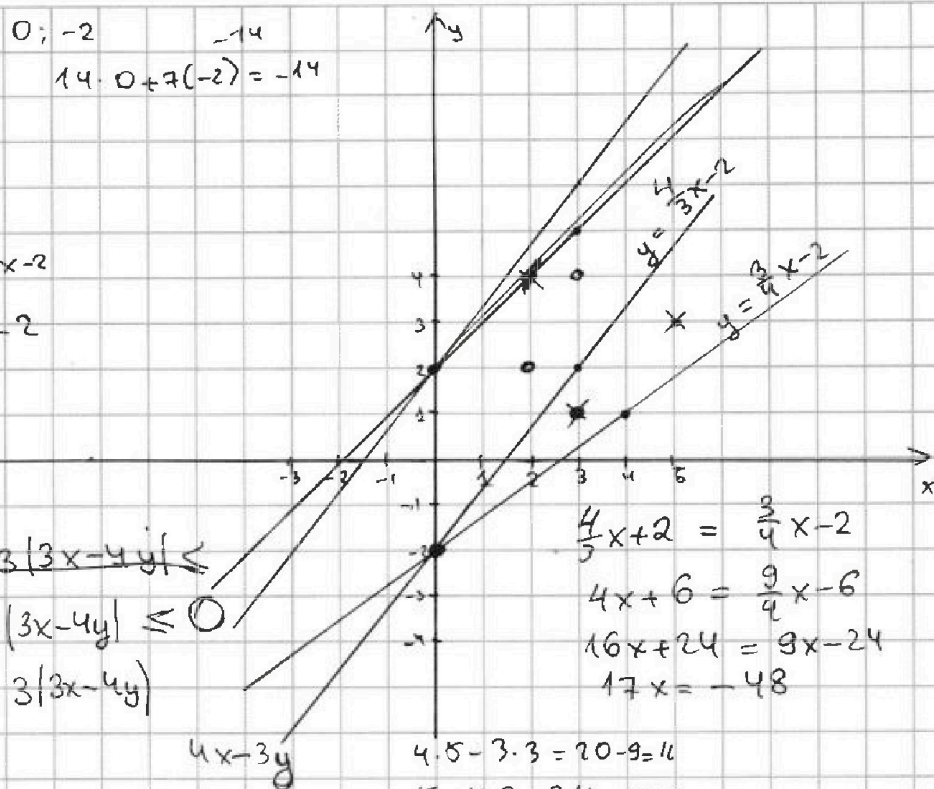
$$4x-3y-4y+3x \leq 14$$

$$7x-7y \leq 14$$

$$4x-3y \leq 6$$

$$4x-6 \leq 3y$$

$$y \geq \frac{4}{3}x - 2$$



$$\frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2$$

$$4x + 6 = \frac{9}{4}x - 6$$

$$16x + 24 = 9x - 24$$

$$17x = -48$$

$$4 \cdot 5 - 3 \cdot 3 = 20 - 9 = 11$$

$$4 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 12 - 12 = 0$$

$$2, 4 \quad 4 \cdot 2 - 3 \cdot 4 = 8 - 12 = -4$$

$$4 \cdot 3 - 3 \cdot 1 = 12 - 3 = 9$$

$$4 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = 4 - 6 = -2$$

$$3 \cdot 2 - 4 \cdot 4 = 6 - 16 = -10$$

$$3 \cdot 3 - 4 \cdot 4 = 9 - 16 = -7$$

$$4 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2$$

$$3 \cdot 2 - 4 \cdot 7 = 6 - 28 = -22$$

$$-3 - (-7) = 4, (4+9) = 13 \cdot 4$$

$$21 \cdot (4+9) = 21 \cdot 13 = 273$$

$$(m-n)(m-n+9) = 3q^2$$

$$mn(m-n+3) = -13p^2$$

$$x(x+9) = 3 \cdot 2^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \cdot (-48) - \frac{192}{7} + \frac{150}{7} = -\frac{42}{7} = -6$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 2 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$- \frac{144}{7} + \frac{200}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

$$14 - 48 \cdot 2 + 1 \cdot (-50) = -96 - 48 \cdot 2 - 50 = -96 - 50 = -(96 + 50)$$

$$\sqrt{3+6} - \sqrt{5-1} + 5 = 3 - 2 + 5 = 6$$

$$\begin{array}{l} x=3 \\ y=1 \end{array}$$

$$2\sqrt{30-3-1}$$

$$27-1=26$$

$$\sqrt{2+6} - \sqrt{5-(-4)} = 2 - 3 = -1$$

$$30 - (-2) - 1 =$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$30 - 27 - y^2 = n^2$$

$$27 - 4 = 23$$

$$27 - 9 = 18$$

$$x=3$$

$$27 - 16 = 11$$

$$27 - 25 = 2$$

$$30 - 3 = 27$$

$$x = -2$$

$$6 - 2 = 4$$

$$30 - (-2) - y^2 = n^2$$

$$6 - 5 = 1$$

$$32 - y^2 = n^2$$

$$25 +$$

$$32 - 9 =$$

$$35 - 9$$

$$30 - (-5) = 35$$

$$6 + 10$$

$$30 - 10 - y^2 = 20 - 2^2 = 16$$

$$x=10$$

$$\sqrt{10+6} - \sqrt{5-2} + 5 = 2\sqrt{30-10-}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = 13p^2$$

$$B = mn(m - n + 3) = 3q^2$$

$$A = 13p^2$$

$$A = 13p^2 \quad B = 3q^2$$

№ 1 ✓

№ 2 -

№ 3 ✓

№ 4 ✓

№ 5 ?

№ 6 ✓

№ 7 -

$$\begin{cases} (m-n)^2 + 9(m-n) = 13p^2 \\ mn(m-n+3) = 3q^2 \end{cases}$$

4 4

4 4

4 4

$$p=2$$

$$\begin{cases} (m-n)(m-n+9) = 13p^2 \\ mn(m-n+3) = 3q^2 \end{cases}$$

$$m-n = 4$$

$$m-n = 4$$

$$(x^2 - 4x - 3)(x - 2) =$$

$$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 2^2 = x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 8x - 3x + 6$$

$$= x^3 - 6x^2 + 5x + 6$$

$$mn(m-n+3) = 3 \cdot q^2$$

$$2) \begin{cases} (m-n)(m-n+9) = 3q^2 \\ mn(m-n+3) = 13p^2 \end{cases}$$

$$(m-n)(m-n+9)$$

$$mn(m-n+3) = 13p^2$$

4 4

$$(m-n)(m-n+9) = 3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$$

$$x \cdot (x+9) = 12$$

$$x^2 + 9x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 12}}{2}$$

$$mn(m-n+3) = 13p^2$$

$$x(x+9)$$

$$x(x+9) = 13 \cdot 4 = 40 + 12 = 52$$

$$x^2 + 9x - 52 = 0$$

$$\sqrt{D} = 17$$

$$D = 81 + 4 \cdot 52 = 81 + 208 = 289 \Rightarrow \sqrt{D} = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm 17}{2}$$

$$x_1 = \frac{-9 + 17}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-9 - 17}{2} = \frac{-26}{2} = -13$$

$$\begin{cases} m-n = 4 \\ m-n = -13 \end{cases}$$

$$4 \cdot (4+9) = 13 \cdot 4$$

$$-13 \cdot (-13+9) = -13 \cdot (-4) = 52$$

$$mn(4+3) = 3q^2$$

$$7mn = 3q^2$$

$$m > 0 \quad n > 0$$

$$m=7 \quad n=3$$

$$7n(n+4) = 3q^2$$

$$7n^2 + 28n = 3q^2$$

$$q=7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+10d - a-4d = -3x^2 - 6x - 18$$

$$6d = -3x^2 - 6x - 18$$

$$d = -\frac{3}{6}x^2 - \frac{6x}{6} - \frac{18}{6} = -\frac{1}{2}x^2 - x - 3$$

$$= -3x^2 - (x^2 - 4x)$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - (-3x^2) = 6d$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 + 3x^2 = -3x^2 - 6x - 18$$

$$x^4 + 16x^2$$

$$x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 3x^2 + 6x + 18 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 22x^2 + 6x + 18 = 0$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^2 - x - 3\right)$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = -x^2 - 2x - 6$$

$$x^4 - 8x^3$$

$$x^4 - 8x^3$$

$$x^4 - 8x^3$$

$$x^4 - 8x^3 = -16x^2 + 6x + 18 - x^2 - 2x - 6$$

$$x^4 - 8x^3 = -17x^2 + 4x + 12$$

$$-17x^2 + 4x + 12 + 22x^2 + 6x + 18 = 0$$

$$5x^2 + 10x + 30 = 0$$

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 6 < 0$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 + 3x^2 = -4d = -4 \left(-\frac{1}{2}x^2 - x - 3\right)$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 + 3x^2 = 2x^2 + 4x + 12$$

$$x^4 - 8x^3$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - (6x + 18) = 2d = 2 \left(-\frac{1}{2}x^2 - x - 3\right)$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = -x^2 - 2x - 6$$

$$x^4 - 8x^3 = -x^2 - 2x - 6 - 16x^2 + 6x + 18 = -17x^2 + 4x + 12$$

$$-17x^2 + 4x + 12 + 16x^2 + 3x^2 - 2x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 + 14x^2 - 8x^3 - 2x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 6$$

$$2^3 - 6 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + 6 = 8 - 6 \cdot 4 + 10 + 6 = 8 - 24 + 10 + 6 = 0$$

$$6 \cdot 2 + 18 = 12 + 18 = 30$$

$$5 \cdot 5$$

$$(4 - 4 \cdot 2)^2 = (4 - 8)^2 = 16$$

$$4 \cdot 4$$

$$-3 \cdot 4 = -12$$

$$1 \cdot 1$$

$$(14) = 2d \quad d = -7$$

$$12 + 16 = 20 + 8 = 28$$

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 2^2$$

$$mn(m-n-3) = 3q^2$$

m	n	
чет	чет	$q=2^2$
нечет	нечет	$q \neq 2$
чет	нечет	$q=2$

q - простое

неч. нечет - нечет - нечет = чет

m-n

m:3

n:3

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

✓

$$m:3 \quad n:3$$

$$1) \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \text{ не простое } \checkmark$$

$$2) \quad 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = 1 \quad q \neq 3 \quad \checkmark$$

$$m:3 \quad n:3$$

$$1) \quad 3 \quad \times$$

$$2) \quad 3nk(3k-n-3) = 3q^2$$

$$m:3 \quad n:3$$

$$6x+18 = a_1+4d$$

$$(x^2-4x)^2 = a_2+6d = x^4+16x^2-2 \cdot 4x^3$$

$$-3x^2 = a_3+10d$$

$$\begin{cases} 6x+18 = a_1+4d \\ x^4+16x^2-8x^3 = a_2+6d \\ -3x^2 = a_3+10d \end{cases}$$

$$-3x^2 - 6x - 18 = 6d$$

$$x^4+16x^2$$

$$3x^2+6x+18+6d=0$$

$$3(x^2+2x+9+2d)=0$$

$$x^2-4x+2x^2+10x+18+6d=0$$

$$x^2-4x+2(x^2+5x+9+3d)=0$$

$$x^4+16x^2-8x^3-6x+3x^2=-4d$$

$$x^4+16x^2-8x^3-(-3x^2)=6d-10d$$

$$x^4+16x^2-8x^3+3x^2=-4d$$

$$x(x^3+16x^2-8x^3+3x^2)$$

$$\frac{16}{3} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 12 - 2y \cdot 4y}$$

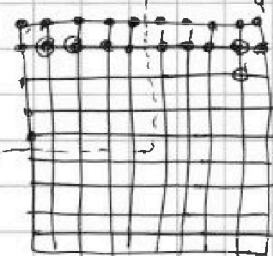
$$\frac{16}{3} = \sqrt{72 - 8y^2}$$

$$256 = 9 \cdot (72 - 8y^2)$$

$$256 = 16 \cdot 16 = 9 \cdot 9 \cdot 8 - 9 \cdot 8y^2$$

$$x^2-4x = x(x-2)$$

$$3(x^2+2x+1+8d)=0$$



$$5 \cdot 5 = 25$$

$$\frac{25 \cdot 24}{2} = 25 \cdot 12 = 300$$

$$25 \cdot 25 = 625$$

$$25 \cdot 25$$

$$16 \cdot 2 = 9 \cdot 9 - 4y^2$$

$$4y^2 = 81 - 32$$

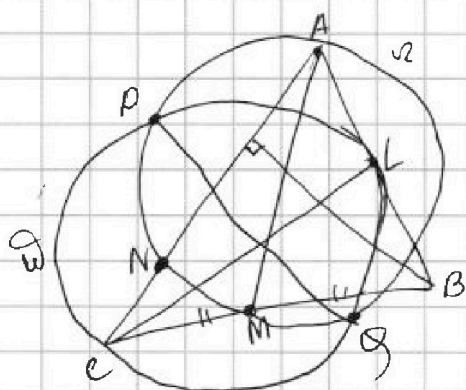


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AC, BC
AB = 26
AN = 20

$$AC, BC = ?$$

$$\frac{2 \left(\frac{t}{8h} \right) \cdot \frac{h}{e} = R}{\frac{t}{e} \cdot 8h} = \frac{2 \cdot \frac{h}{e}}{8h} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$2 - x \frac{h}{e} = R + x \frac{e}{h}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2 \sqrt{30-x-y^2}$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y$$

$$4(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + x - y + 5(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 \geq 0$$

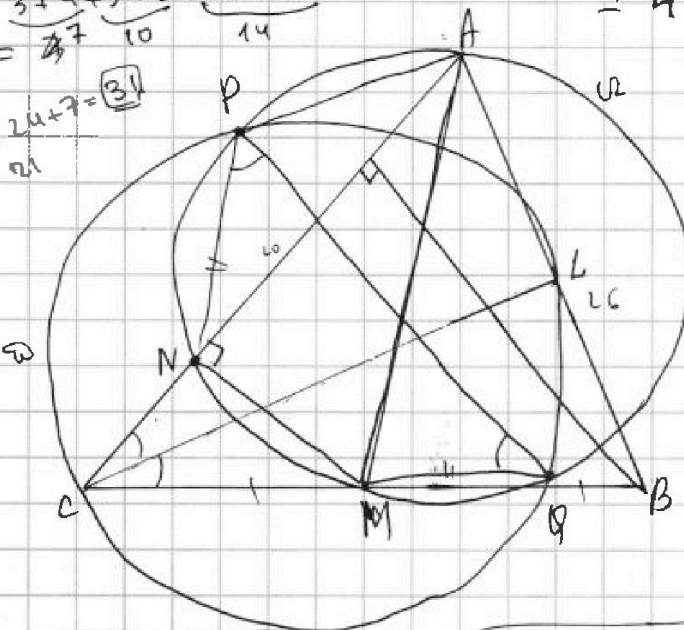
$$\frac{3+4+5+5+4+4+6}{24+7} = \frac{31}{31} = 1$$

$$4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} =$$

$$= 4 \cdot t^{16} + t^4 + 5t$$

$$\sqrt[4]{x} = t \quad t^4 = x \geq 0$$

$$= t(4t^{15} + t^3 + 5)$$



$$|4x - 3y| = 6a$$

$$4x - 3y = 0$$

$$4x - 3y \geq 0$$

$$a = x + 6$$

$$b = 5 - y$$

$$T = tZ + 82 -$$

$$E2 = \frac{t}{h9} \cdot e +$$

$$82 = n \cdot t =$$

$$\frac{t}{h \cdot 8h} =$$

$$\left(\frac{t}{h9} \right) \cdot e - \left(\frac{t}{8h} \right) \cdot h$$

$$091 =$$

$$= n9 - 96 =$$

$$h9 - (8h) \cdot 0 =$$

$$\left(\frac{t}{h9} \right) \cdot t + \frac{t}{8h} \cdot h$$

$$\frac{t}{h9} + h$$

$$h = n \cdot t = n \cdot h$$

$$h = n \cdot t = n \cdot h$$

$$98 = 6 \cdot h = \frac{t}{h9} \cdot h +$$

$$T2 = t \cdot 8 =$$

$$\left(\frac{t}{h9} \right) \cdot h - \left(\frac{t}{8h} \right) \cdot e$$

$$2 \sqrt{25 - y^2} + 5 - x = 2 \sqrt{(5-y)(5+y) + (6-x) - 1}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2 \sqrt{\quad}$$

$$|4x - 3y| \leq 6$$

$$4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \leq 6$$

$$3 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \leq 8$$

$$9 - 8 = 1$$

$$\frac{t}{h9} = \frac{t}{8h} = 2 + \frac{t}{8h} \cdot \frac{e}{h} = R$$

$$\frac{t}{8h} = x \quad h = 912 = n \cdot h - n \cdot e$$

$$h = n \cdot t = n \cdot h$$

$$8h = x \cdot t$$

$$h2 - x6 = n8 + x91$$

$$8 - x \frac{h}{e} = R + x \frac{e}{h}$$

$$2 \cdot 1$$

$$8 - x \frac{h}{e} = R + x \frac{e}{h}$$

$$\left(\frac{t}{h9} \right) \cdot h - \left(\frac{t}{8h} \right) \cdot e$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 14x + 7y &\leq \\ |4x - 3y| &\leq 6 \\ |3x - 4y| &\leq 8 \\ 4x - 3y &\geq 0 \end{aligned}$$

$$(4x - 3y)^2 \leq 36$$

$$16x^2 + 9y^2 - 2 \cdot 4x \cdot 3y \leq 36$$

$$16x^2 + 9y^2 - 24xy \leq 36$$

$$\left\{ \begin{aligned} 16x^2 + 9y^2 - 24xy &\leq 36 \\ 16x^2 + 9y^2 - 24xy &\leq 64 \end{aligned} \right.$$

$$16x^2 + 9y^2 - 24xy - (9x^2 + 16y^2 - 24xy) \leq 36 - 64$$

$$16x^2 + 9y^2 - 24xy - 9x^2 - 16y^2 + 24xy \leq 36 - 64$$

$$7x^2 - 7y^2 \leq 36 - 64$$

$$7(x - y)(x + y) \leq -28$$

$$7y^2 - 7x^2 \geq 28$$

$$x - y \geq \frac{4}{y + x}$$

$$y^2 \geq x^2 + 4$$

$$14x + 7y \geq 4x + 4(x + y)$$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = 13p^2$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = 3q^2$$

$$A = (m - n)^2 + 9(m - n) = (m - n)(m - n + 9) = 13p^2$$

$$B = mn(m - n + 3) = 3q^2$$

$$\text{если } m - n : 3$$

$$m - n : 3$$

$$\text{чет чет}$$

$$\text{нечеч}$$

$$\text{нечеч чет}$$

$$p = 2$$

$$p = 2$$

$$p = 2$$

$$\text{нечеч чет} = \text{неч}$$

$$(m - n)(m - n + 9) = 13 \cdot 4 = 40 + 12 = 52$$

$$mn(m - n + 3) = 13 \cdot 2^2$$

$$m : 3 \quad n : 3$$

$$m : 3 \quad n : 3$$

$$(m - n)(m - n + 9) : 3^2 \Rightarrow p = 3$$

$$q^2$$

$$p = 2^2$$

$$mn : 3$$

$$\text{неч. чет} \quad \text{нечеч} \quad p = 2$$

$$\text{нечеч чет} = \text{нечеч}$$

$$= \text{неч}$$

$$m - n + 3 : 3 \quad mn : 3$$

$$3^3 \text{ нечет}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6x+18 = a + 4d$$

$$(x^2-4x)^2 = a + 6d$$

$$-3x^2 = a + 10d$$

$$6d = -3x^2 - 6x - 18$$

$$x(x-4)^2$$

$$d = -\frac{1}{2}x^2 - x - 3$$

$$(x^2-4x)^2 = a - 3x^2 - 6x - 18$$

$$-3x^2 = a$$

$$\begin{cases} 6(x+3) = a + 4d \\ x^2(x-4)^2 = a + 6d \\ -3x^2 = a + 10d \end{cases}$$

$$x^2(x-4)^2 = a + 6d$$

$$-3x^2 = a + 10d$$

$$2d = -6d = -3x^2$$

$$2(-\frac{1}{2}x^2 - x - 3)$$

$$(x^2-4x)^2 - (-3x^2) =$$

$$-3x^2 - (x^2-4x)^2 = 4d = 4 \cdot (-\frac{1}{2}x^2 - x - 3)$$

$$-3x^2 - x^2(x-4)^2 = -2x^2 - 4x - 12$$

$$3x^2 + x^2$$

$$x^2$$

$$3x^2 + x^2(x-4)^2 = 2x^2 + 4x + 12$$

$$x^2(3 + (x-4)^2) = 2x^2 + 4x + 12$$

$$-3x^2 + x^2(3 + x^2 + 16 - 8x) = 2x^2 + 4x + 12$$

$$19x^2 - 8x^3 + x^4 = 2x^2 + 4x + 12$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = -x^2 - 2x - 6$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$1 - 8 + 17 - 4 - 12$$

$$-7 + 17 - 4 - 12$$

$$1 - 8(-1) + 17 + 4 - 12 = 1 + 8 + 17 + 4 - 12 = 13 + 17 - 12$$

$$8 - 8 \cdot 8 + 17 \cdot 4 - 4 - 12 = 8(1-8) - 56 + 40 + 28 - 12 - 12 - 8 \neq 0$$

$$16 - 8 \cdot 8 + 17 \cdot 4 - 8 - 12 = 16 - 64 + 40 + 28 - 20 =$$

$$= 56 - 64 + 8 = 0$$

$$64 - 6 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 6$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \\ -x^4 - 2x^3 \\ \hline \end{array}$$

$$-6x^3 + 17x^2 - 4x - 12$$

$$-6x^3 + 12x^2$$

$$5x^2 - 4x - 12$$

$$5x^2 - 10x$$

$$6x - 12$$

$$6x - 12$$

$$0$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ + 27 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x-2 \\ x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$x+10=6$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$1 - 6 + 5 + 6$$

$$-8 - 6 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 6 =$$

$$= -8 - 24 - 10 + 6 =$$

$$27 - 6 \cdot 9 + 5 \cdot 3 + 6 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 16x^2 + 9y^2 - 24xy \leq 6 \\ 9x^2 + 16y^2 - 24xy \leq 8 \end{cases}$$

$$14x + 7y \geq 7(2x + y) \geq 7$$

$$7x^2 - 7y^2 \leq -2$$

$$7y^2 - 7x^2 \geq 2$$

$$7(y-x)(y+x) \geq 2$$

$$7y^2 \geq 7x^2 + 2$$

$$y^2 \geq x^2 + \frac{2}{7}$$

$$(2x+y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$(2x+y)^2 = 4x^2 + y^2 + 4xy \geq$$

$$0 \leq |4x - 3y| \leq 6$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} 4x - 3y \geq 0 \\ 3x - 4y \geq 0 \end{cases}$$

$$4x - 7y \geq 0$$

$$7(x-y) \geq 0$$

$$x \geq y$$

$$4x - 3y \leq 6$$

$$3x - 4y \leq 8$$

$$7x - 7y \leq 14$$

$$4x - 3x - 3y + 4y \leq -2$$

$$7x - 7y \leq 14$$

$$4x - 3y = 6$$

$$y = \frac{4x-6}{3} = \frac{4}{3}x - 2$$

$$3x - 4y = 8$$

$$y = \frac{3x-8}{4} = \frac{3}{4}x - 2$$

$$\textcircled{1} \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 3 \\ \hline y & -2 & 2 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 4 \\ \hline y & -2 & 1 \end{array}$$

$$x=0$$

$$y=-2$$

$$4 \cdot 0 - 3 \cdot (-2) = 0 - 6 = 6$$

$$3 \cdot 0 - 4 \cdot (-2) = 8$$

$$4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 = 12 - 6 = 6$$

$$3$$

$$14 \cdot 0 + 7 \cdot (-2) = -14$$

$$m-n = -13$$

$$mn(-13+3) = 3q^2$$

$$-10mn = 3q^2$$

$$m > 0 \quad n > 0$$

$$m \text{ не } 6q^2$$

$$-10mn = -10 \cdot (-13) = 130$$

