



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$\{a_n\}$ - арифм. прогрессия

d - разность арифм. прогрессии

Тогда по определению прогрессии:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

номер n - первый элемент прогрессии

Тогда:

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 \\ a_1 + 4d = x^2 + 2x + 4x^2 \\ a_1 + 8d = 3x^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$a_1 = 3x + 3 - 2d = 3x + 3 - x^2 + x + 1 = -x^2 + 4x + 4$$

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 (*)$$

$$\begin{array}{c|ccc|c|c} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0! \end{array} \Rightarrow x = -1 \text{ - корень} \Rightarrow (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc|c|c} 1 & 3 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & -2 & 0! \end{array} \Rightarrow x = -1 \text{ - корень}$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Если $x = -1$:

$$d = 0,5$$

$$a_1 = -1$$

$$x = -1 + \sqrt{3}$$

$$d = \frac{4 - 2\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} - 1}{2} = 2 - 1,5\sqrt{3}$$

$$a_1 =$$

$$\text{Следовательно } x \in \{-1 - \sqrt{3}; -1; -1 + \sqrt{3}\}$$



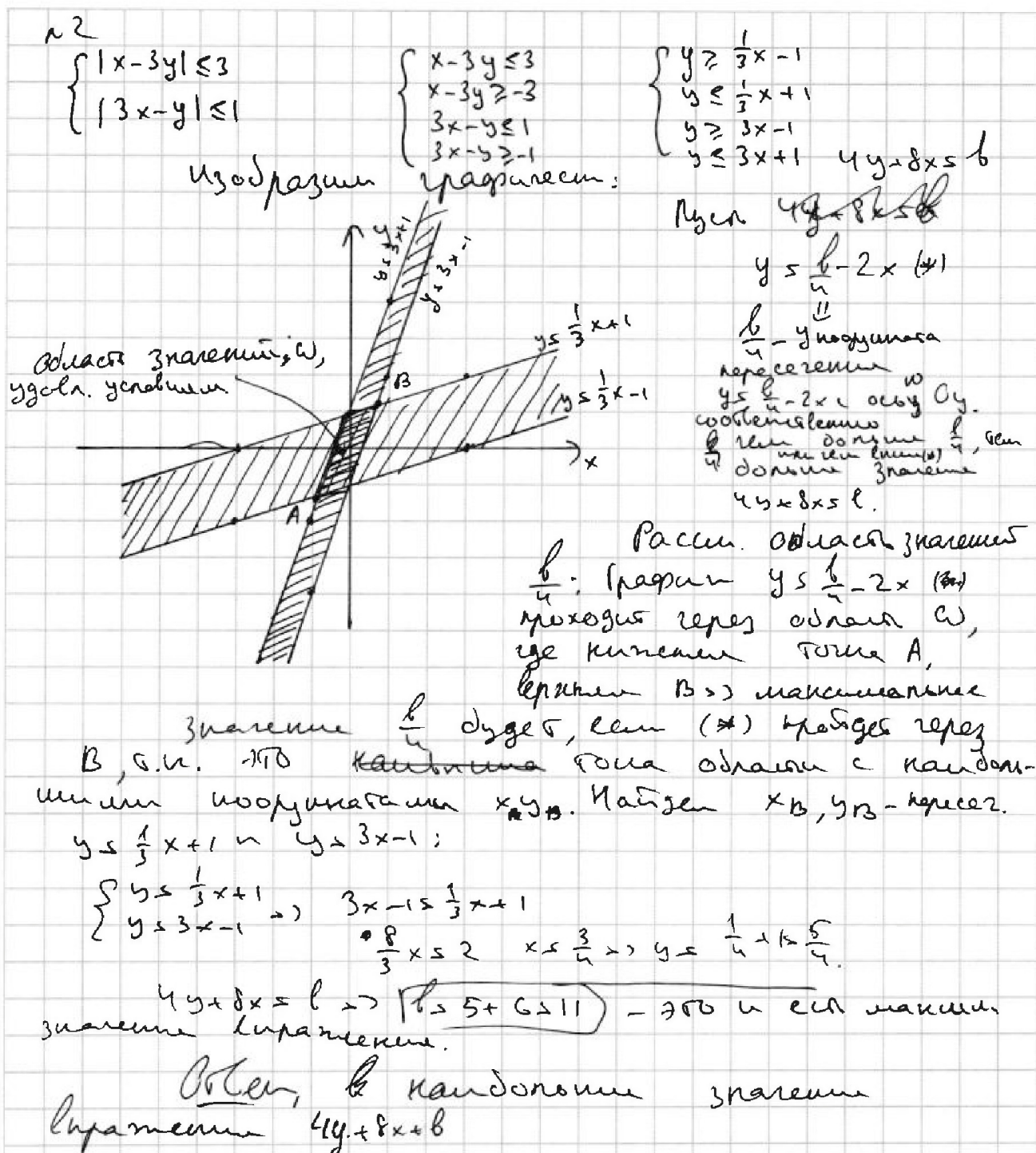
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n \pm (m+n)^2 - 9(m+n) \pm (m+n)(n+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn \pm mn(m+n-3)$$

1) Пусть $A = 13p^2$: $(m+n)(m+n-9) \pm 13p^2$, p - простое

$$\begin{cases} m+n \leq 13 \\ m+n-9 \leq p^2 \text{ (1)} \\ m+n \leq p^2 \\ m+n-9 \leq 13 \text{ (2)} \\ m+n \leq 13p \text{ (3)} \\ m+n-9 \leq p \text{ (4)} \\ m+n \leq p \\ m+n-9 \leq 13p \end{cases}$$

а) Рассмотрим (1):

$$\begin{cases} m+n \leq 13 \\ 4 \leq p^2 \Rightarrow p \geq 2 \text{ - простое} \end{cases}$$

находим пары:

(12; 1)	(6; 7)
(11; 2)	(5; 8)
(10; 3)	(4; 9)
(9; 4)	(3; 10)
(8; 5)	(2; 11)
(7; 6)	(1; 12)

б) (2): $\begin{cases} m+n \leq p^2 \\ m+n \leq 22 \end{cases}$ $p^2 \leq 22$
небольшое количество

в) (3): $\begin{cases} m+n \leq 13p \\ m+n-9 \leq p \end{cases}$
 $m+n \leq 13m + 13n - 11 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} 12m &\leq 12n + 11 \\ :12 &:12 \quad /12 \\ m &\leq n + \frac{11}{12} \\ m, n &\in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

г) (4): $\begin{cases} m+n \leq p \\ m+n-9 \leq 13p \end{cases}$

$$m+n-9 \leq 13m + 13n \Rightarrow 12m + 12n \leq -9$$

д) Рассмотрим B : $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m, n \in \mathbb{Z}$

Если $A = 13p^2$, то $B = 75q^2$, p, q - простые.

$$B = mn(m+n-3) = 75q^2$$

Проверим пары m, n (в.ч. $B = mn(m+n-3)$, но проверим попарно на, в.ч. для значений B на пары (12; 1) и (1; 12) не имеют разности.)

(12; 1) $\Rightarrow B = 12 \cdot 10 \cdot 12 = 75q^2$
 $q \in \mathbb{Z} \Rightarrow m, n \in \mathbb{Z}$

(11; 2) $\Rightarrow B = 22 \cdot 10 = 220 = 75q^2$
 $q \in \mathbb{Z} \Rightarrow m, n \in \mathbb{Z}$

(10; 3) $\Rightarrow B = 30 \cdot 10 = 300 = 75q^2$
 $q = 2$ - простое $\Rightarrow$ пара (10; 3) и (2; 10)
 является.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(9;4) \Rightarrow B \leq 36 \cdot 10 \leq 360 \Rightarrow 75q^2 \Rightarrow q \in \emptyset, m, n \in \mathbb{N}$$

$$(8;5) \Rightarrow B \leq 40 \cdot 10 \leq 400 \Rightarrow 75q^2 \Rightarrow q \in \emptyset, m, n \in \mathbb{N}$$

$$(7;6) \Rightarrow B \leq 42 \cdot 10 \leq 420 \Rightarrow 75q^2 \Rightarrow q \in \emptyset, m, n \in \mathbb{N}$$

2) $A \leq 75q^2$, тогда $B \leq 13p^2$, p, q — простые, тогда:

$$mn(m+n-3) \leq 13p^2 \quad (*)$$

$$(m+n)(m+n-9)$$

а) Найдем корни m и n , где $n \neq 1$:

$$\begin{cases} mn \leq 13 \\ m+n-9 \leq p^2 \end{cases} \quad [1]$$

$$\begin{cases} mn \leq p^2 \\ m+n-9 \leq 13 \end{cases} \quad [2]$$

$$\begin{cases} mn \leq 13p \\ m+n-9 \leq p \end{cases} \quad [3]$$

$$\begin{cases} mn \leq p \\ m+n-9 \leq 13p \end{cases} \quad [4]$$

б) Рассмотрим [1]:

$$\begin{cases} mn \leq 13 \\ m+n-9 \leq p^2 \end{cases} \Rightarrow \text{подходят корни } m, n: (13;1), (1;13), \text{ т.к. } 13 - \text{простое}$$

$$m+n \leq 14$$

$$14-9 \leq p^2 \Rightarrow p^2 \geq 5 \Rightarrow p \in \emptyset; m, n \in \mathbb{N}$$

в) Рассмотрим [2]:

$$\begin{cases} mn \leq p^2 \\ m+n \leq 22 \end{cases} \Rightarrow \text{либо } m \leq n \leq p^2 \text{ или } m \leq n \leq p$$

2) Рассмотрим [3]:

$$\begin{cases} mn \leq 13p \\ m+n \leq p+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \leq 13p \\ n \leq 1 \\ 13p+1 \leq p+9 \end{cases} \Rightarrow m \leq 1, n \leq 13p \text{ аналогично.}$$

$$\begin{cases} m \leq 13 \\ n \leq p \\ 13+p \leq p+9 \end{cases} \Rightarrow m \leq p, n \leq 13 \text{ аналогично}$$

$$\begin{cases} m \in \mathbb{N} \\ n \in \mathbb{N} \\ p \leq \frac{2}{3} \Rightarrow p \in \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \leq 0 \Rightarrow m, n, p \in \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \leq p^2 \\ n \leq 1 \\ p^2+1 \leq 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq p^2 \\ n \leq 1 \\ 2p \leq 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m, n \in \mathbb{N} \\ p \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \leq n \leq p \\ p \leq 11 \Rightarrow m \leq n \leq 11 \end{cases}$$

г) Рассмотрим [4]:

$$\begin{cases} mn \leq p \\ m+n-9 \leq 13p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \leq p \\ n \leq 1 \\ p+1-9 \leq 13p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq p \\ n \leq 1 \\ p \leq 10 \end{cases} \Rightarrow m, n, p \in \mathbb{N}$$

е) $A \leq 75q^2 \leq (m+n)(m+n-9)$ где $m, n \in \mathbb{N}$

Ближ рассматриваем

используя тот факт, что p и q — простые, а если поменяем местами m и n , то ничего не изменится.

Ответ: $(10;3), (3;10), (1;10), (10;1)$

$$p \leq \frac{2}{3} \Rightarrow m, n, p \in \emptyset$$

Все возможные случаи, найдем $(m;n)$



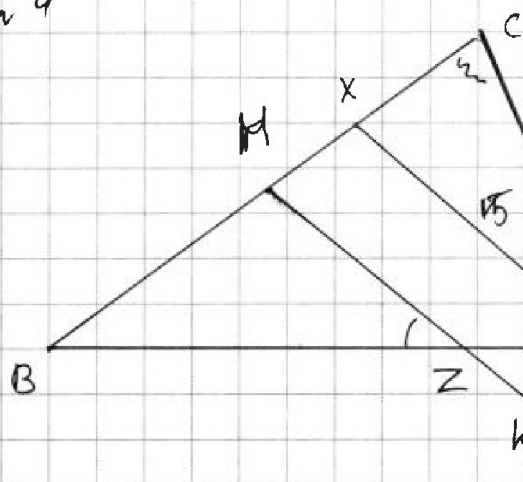
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4



$\angle A2Y \leq \angle M2B$ (верс.) $\Rightarrow \delta$
 $\delta \leq \angle XA2 \leq \angle CA2$ (since)
 $\Rightarrow \gamma \leq \angle XA2 \leq \angle M2B$ (свойс
 от парал.
 прямых)

$\angle CAB \leq 2\delta \leq \angle A2Y + \angle AY2 \leq$
 $\leq \gamma + \angle AY2$

$\angle AY2 \leq \delta$

$\triangle A2Y \sim \triangle M2B$

$AY \leq AZ \leq 6$

Д.м. $AK \parallel MX$
 $AK \parallel AX$

$\Rightarrow MX \parallel AK$ — параллельно
 $AK \leq MX, MK \leq AX. \Rightarrow X$

$\angle KAY \leq \angle M2Y$ (свойс), $\angle BM2 \leq \angle K2A$ (свойс).

$\triangle AKY \sim \triangle CA2$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{AC}{AY} \leq \frac{XA}{KY} \Rightarrow KY \leq \frac{X}{3}$

$\triangle ZKA \sim \triangle B22$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{AC}{AY} \leq \frac{XC}{KA} \Rightarrow KA \leq \frac{1}{3} XC \leq MX$

Пусть $X \leq a \Rightarrow MX \leq \frac{1}{3}a$

M — сеп. $BC \Rightarrow BM \leq MC \leq \frac{4}{3}a + \frac{1}{3}a = \frac{5}{3}a$

$\triangle ZKA \sim \triangle B22$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{BM}{KA} \leq \frac{B2}{ZA} \leq \frac{M2}{2K} \Rightarrow$
 $B2 \leq 2A \cdot Y \leq 2Y$

По определению суммы чисел: $BA \leq 30 \Rightarrow M2 \leq 42K$

$AX^2 \leq AB \cdot AC - BX \cdot XC$

$M2 + 2K \leq X \Rightarrow 2K \leq \frac{1}{5}X$

$M2 \leq 42K$

$2K + K \leq 8 \leq \frac{1}{5}X + \frac{1}{3}X \Rightarrow \frac{8}{15} \leq X \leq 15 \leq AX$

По определению суммы чисел:

$AX^2 \leq AB \cdot AC - BX \cdot XC$

$225 \leq 540 - (\frac{4}{3} + \frac{1}{3})a \cdot a$

$\frac{5}{3}a^2 \leq 315 \Rightarrow a \leq \sqrt{\frac{3 \cdot 315}{5}} = 9\sqrt{2} \Rightarrow BC \leq MB + MC = \frac{8}{3}a = 8\sqrt{2}$

Ответ: $BC \leq 8\sqrt{2}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$^{\wedge}5 \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 \leq 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1) \\ x^4 + 5x^2 - (y^4 - \sqrt{x} + 5y^2) \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 - (y^4 - \sqrt{x} + 5y^2)$$

$$\sqrt{x+1} - 2\sqrt{6+5x-y^2} + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 \leq 0$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 + 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} \leq 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x - y)(x + y) + \sqrt{x} - \sqrt{y} \leq 0$$

$$(x - y)(x + y)(x^2 + y^2) + 5(x - y)(x + y) + \sqrt{x} - \sqrt{y} \leq 0$$

$$(x - y)(x + y)(x + y)(x^2 + y^2) + 5(x + y)(x + y)(x - y) + (x - y) \leq 0$$

$$\begin{cases} ((x - y)((x + y)(x + y)(x^2 + y^2) + 5(x + y)(x + y) + 1)) \geq 0 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

$$x - y \geq 0$$

единственный вариант:

$$x \leq y$$

$$\begin{cases} x \leq y \\ x, y \geq 0 \end{cases} \rightarrow (1):$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 \leq 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x \leq y \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 \leq 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad (1) \\ x \leq y \\ x, y \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases}$$

1) Равн (1):

$$\text{Замени } a = \sqrt{x+1}, b = \sqrt{6-x} \rightarrow a^2 + b^2 \leq 7$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 \leq 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} - 5 \quad (1)$$

$$7 - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} \leq 4(6-x)(x+1) - 20\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} + 25$$

$$\text{Замени } t = \sqrt{6-x}\sqrt{x+1};$$

$$4t^2 - 18t + 18 \leq 0$$

$$\begin{cases} t \leq 1.5 \\ t \geq 3 \end{cases} \text{ не существует.}$$

Сдв. Замени:

$$a) \sqrt{6-x}\sqrt{x+1} \leq 3 \quad (1)$$

$$b) 6+5x-y^2 \leq 9$$

$$\begin{cases} -1 \leq x \leq 6 \\ x^2 - 5x + 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 \leq x \leq 6 \\ x^2 - 5x + 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5+\sqrt{13}}{2} \\ -1 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$\boxed{x \leq \frac{5+\sqrt{13}}{2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

8) $\sqrt{6+5x-x^2} \leq 1,5 \sqrt{2}$

$$6+5x-x^2 \leq 2,25$$

$$x^2-5x-3,75 \leq 0$$

$$D \leq 25+15 \leq 40 > 0$$

$$\begin{cases} x_{1,2} \leq \frac{5 \pm \sqrt{40}}{2}, 2,5 \pm \sqrt{10} \\ x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x \leq 2,5 + \sqrt{10}}$$

2) Вернемся к началу:

$$\begin{cases} x \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x \geq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ y \geq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ x \leq 2,5 + \sqrt{10} \\ y \leq 2,5 + \sqrt{10} \\ x \geq 2,5 - \sqrt{10} \\ y \geq 2,5 - \sqrt{10} \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x \geq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ y \geq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ x \leq 2,5 + \sqrt{10} \\ y \leq 2,5 + \sqrt{10} \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}; \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right), \left(\frac{5 - \sqrt{13}}{2}; \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right),$
 $(2,5 + \sqrt{10}; 2,5 + \sqrt{10}), (\underline{2,5 - \sqrt{10}; 2,5 - \sqrt{10}})$



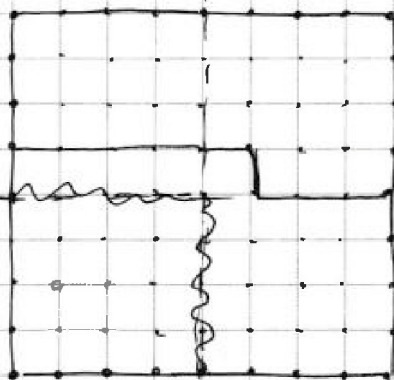
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6



почти водить в нем гла узла;
было в ок событий и 25 узлов;

$a \leq 25.24$.

Рассм. квадрат, в нем $\frac{1}{4}$ дорожки, квадрата.
(сложнее, сложнее, сложнее)
Евсем водить на нем пути - в гла узла и покрывать, то при некоторых дугах еще 3 там же не всегда раскрасим. Каждый, своим способом

Водим одну точку в этом квадрате и другую в фигуру, следя за симметрией - она состоит из 40 узлов, тогда разная вариация выбора; $b \leq 25.40$.
Так при других вариантах раскраски для нахождения дуг будут помехи те же самые помехи, но при этом вариантах а и не дана проанализировать узлы, на каждом а на всех симметрично: чтобы убрал миним. варианты, т.е. узлы, на каждом по оси симметрии, вместо могут быть помехи и способами а не 2, так все остальные по узлам в вариантах, значит нужно вносить такие варианты из общего количества. Мест где узлы на квадрате - 9, мест где узлы на фигуре, следя за симметрией покрываем - $8 \Rightarrow c \leq 8.9$
тогда, поперек след:

$N \leq a+b-c \leq 600 + 1000 - 72 \leq 1528$ (вариантов)

Всего $N \leq 1528$ вариантов.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

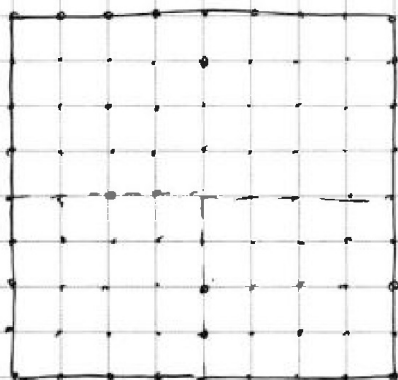
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$25.24 + 25.40 - 9.8$$

$$9.8$$

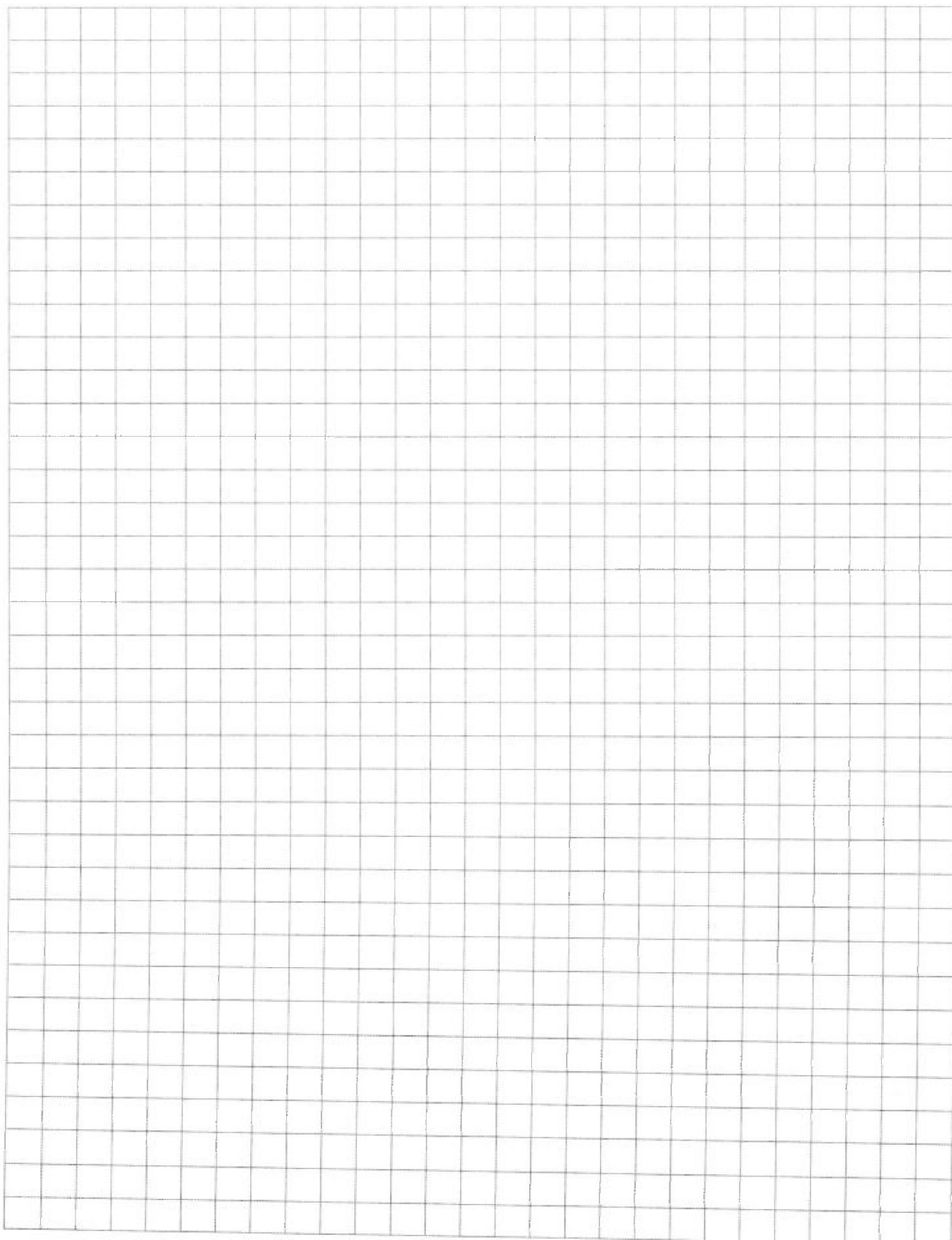


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



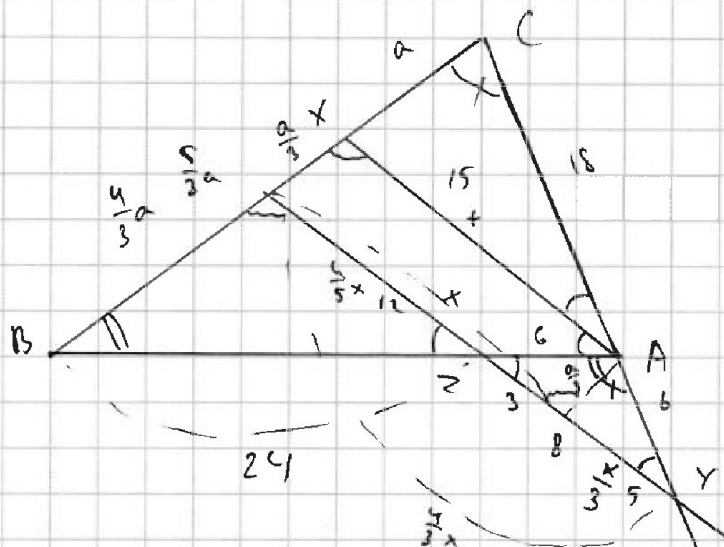


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\frac{5}{3}a}{\frac{5}{3}a} = \frac{x}{5}$$
$$y = \frac{5}{3}x$$

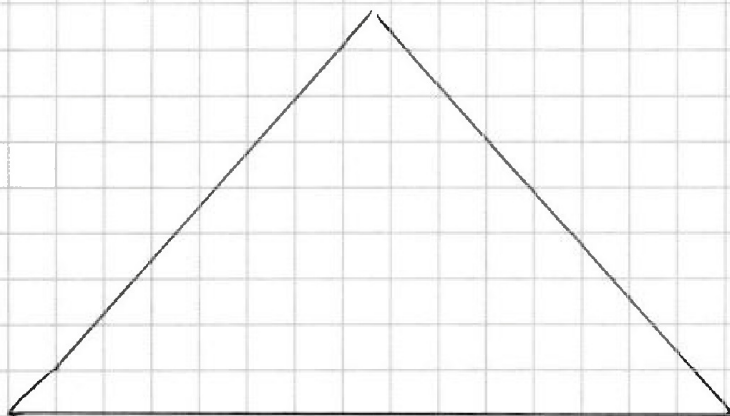
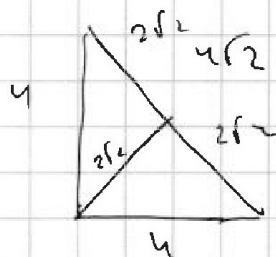
$$\frac{1}{5}x + \frac{x}{3} = 8$$

$$\frac{8}{15}x = 8$$
$$x = 15$$

$$15^2 = 30 \cdot 18 - \frac{5}{3}a \cdot a$$

$$225 = 540 - \frac{5}{3}a^2$$
$$315 = \frac{5}{3}a^2$$
$$189 = a^2$$

$$8 = 16 - 8$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 \leq 2\sqrt{6-x} \cdot \sqrt{x+1} - 5 \sqrt{1}$$

$$x+1 + 6-x - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1}$$

$$7 - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} \leq 4 \cdot (6-x)(x+1) + 25 - 20\sqrt{6-x}\sqrt{x+1}$$

$$4(6-x)(x+1) - 18\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} + 18 \leq 0$$

$$4t^2 - 18t + 18 \leq 0$$

$$2t^2 - 9t + 9 \leq 0$$

$$t \leq 81 - 72 \leq 9 \Rightarrow$$

$$t, 2 \leq \frac{9 \pm 3}{4} \Rightarrow t \leq 3 \Rightarrow$$

$$x^2 - 5x + 3 \leq 0$$

$$D = 25 - 12 \leq 13$$

$$x_{1,2} \leq \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$3,5 \quad 8,5$$

$$2,5 \leq \sqrt{10} - 1$$

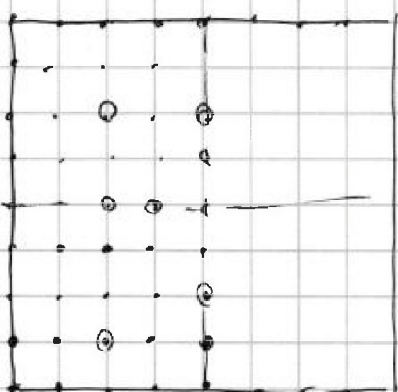
$$3,5 \geq \sqrt{10} - 1$$

$$1,5 \geq 10$$

$$4,5 \quad 2,5 + \sqrt{10} \leq 6$$

$$3,5 + \sqrt{10} \leq 3,5$$

$$5 + \sqrt{13} \quad 12$$



16 десок

$$25.24 \cdot \frac{1}{4}$$

$$32 \times 21 = 21 \times 7 \leq 81$$

$$81.80$$

$$16.45 + 16.16$$

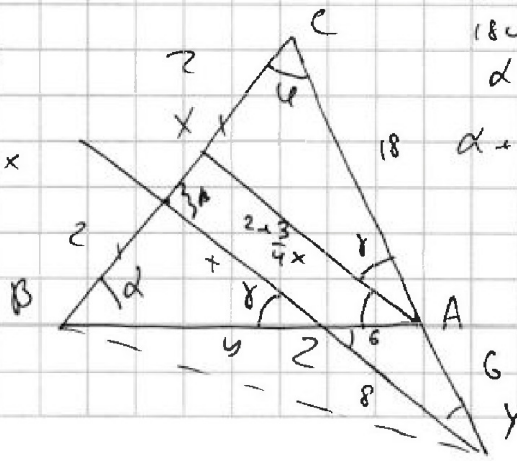
$$25.24 + 25.16$$



Ω Ω Ω

$$\frac{2 \cdot \frac{3}{4}x}{x} \geq \frac{5 \pm 6}{y}$$

$$2 \geq \frac{3}{4}x \geq xy + 6x$$



$$\alpha + \gamma \leq \beta$$

$$180 - \beta \leq \gamma + \alpha$$

$$\alpha + \gamma \leq 180 - 2\beta$$

$$\alpha + \gamma - 180 + 2\beta \geq \beta - \gamma \Rightarrow$$

$$\frac{24}{18} \leq \frac{8 \pm x}{5}$$

$$y \leq \frac{3}{4}x \geq \frac{3}{4}x$$

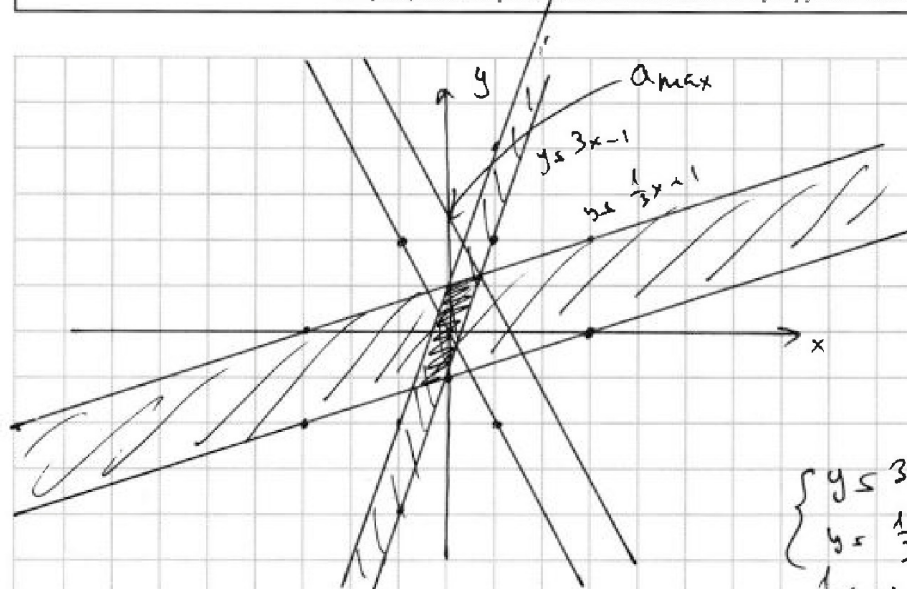


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4y + 8x = a$$

$$y \leq \frac{a}{4} - 2x$$

$$a \geq 0$$

$$y \leq -2x$$

$$\begin{cases} y \leq 3x - 1 \\ y \leq \frac{1}{3}x + 1 \end{cases} \quad \frac{8}{3} \leq 6 \quad (11)$$

$$\frac{1}{3}x + 1 \leq 3x - 1$$

$$\frac{2}{3}x \leq 2$$

$$x \leq 3, 75 \leq \frac{3}{2}$$

$$y \leq \frac{5}{4}$$

$$A \leq m^2 + 2mn + n^2 - 9n - 9n$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$A \leq (m+n)(m+n-9) \leq (13p)^2$$

$$B \leq (m^2n + mn^2 - 3mn)$$

$$B \leq mn(m+n-3)$$

$$75q^2 \quad 25 \cdot 3q^2$$

$$15 \cdot 5q^2$$

$$mn \leq 15$$

$$m+n-3 \leq 5q^2$$

$$mn \leq q^2$$

$$m+n-3 \leq 75$$

$$2q \leq 78$$

$$q \leq 39 \quad X$$

$$mn \leq 75$$

$$m+n-3 \leq q^2$$

$$73 \neq q^2$$

$$25 = q^2$$

$$d = 2 - 45f_3$$

$$a \leq -4 + 2f_3 + 4f_3 - 4 + 4$$

$$6f_3 - 4$$

$$4 \cdot 2f_3 + 2 + 2f_3 \quad 3f_3$$

$$6 \cdot 2f_3 + 2^2 \leq 4$$

$$1 \quad 75$$

$$3 \quad 25$$

$$5 \quad 15$$

$$75 \leq 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$$

$$mn \leq 25 \quad 5 \cdot 5$$

$$m+n-3 \leq 3q^2 \quad 25 \cdot 1 \quad X$$

$$mn \leq 3q^2 \quad \frac{3q}{3} \cdot \frac{q}{q^2}$$

$$m+n=28 \quad \frac{3}{3} \cdot \frac{q}{q^2}$$

$$4q \leq 21 \quad (q \leq 5)$$

$$q \leq 7$$

$$p \leq 13 \quad 13p \cdot p$$

$$13 \cdot p^2$$

$$m+n \leq 13$$

$$m+n-9 \leq 4 \quad \checkmark$$

$$m+n-9 \leq 13 \quad X$$

$$m+n \leq 22$$

$$m+n \leq 13p$$

$$m+n \leq p$$

$$m+n \leq 13m+13n-117$$

$$12m+12n \leq 117 \quad X$$

$$m \leq 75$$

$$n \leq 25 \quad \text{with number.}$$

$$n \leq 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = a$$

$$a_3 = a + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = a + 4d$$

$$a_9 = 3x^2 = a + 8d$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

β

$$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 2 = a + 2x^2 - 2x - 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2x + 2 = a$$

$$3x^2 = x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2x + 2 + 4x^2 - 4x - 4$$

$$3x^2 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 2x - 2$$

$$x^4 + x^3 + 6x^2 - 2x - 2 = 0 \quad x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$\begin{array}{r|rrrr|rr} 1 & 1 & 1 & 6 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 & 12 & & \\ 1 & 1 & 2 & 8 & 6 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 6 & & \\ -2 & 1 & -1 & 8 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrrr} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 5 & 8 & 6 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0! \Rightarrow x = -2 \\ 16 - 32 + 12 + 4 - 2 \end{array}$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$(-2)^4 + 4 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 - 2(-2) - 2$$

$$16 - 32 + 12 + 4 - 2$$

$$3x^2 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 2x - 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 \quad 4 \quad 3 \quad -2 \quad -2$$

$$-1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad -2 \quad 0$$

$$(x+1)(x+1)(x^3+3x^2-2)$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$4y + 8x$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} x & 3 \\ y & 0 \end{array} \begin{array}{l} -3 \\ -2 \end{array}$$

$$x - 3y \leq 3$$

$$3y \geq x - 3$$

$$y \geq \frac{1}{3}x - 1$$

$$y \leq \frac{1}{3}x + 1$$

$$9x - 3y \leq 3$$

$$x - 3y \leq 1$$

$$3x - y \leq 1$$

$$y \geq 3x - 1$$

$$y \leq 3x + 1$$

$$\begin{array}{r|l} x & 1 \\ y & 2 \end{array} \begin{array}{l} -1 \\ -4 \end{array}$$

