



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть: a_5, a_4, a_{11} - пятый, седьмой, одиннадцатый члены прогрессии соответственно
 d - разность арифметической прогрессии

$$a_4 - a_5 = 2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$a_{11} - a_4 = 4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = -x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$2(a_4 - a_5) - (a_{11} - a_4) = \cancel{2 \cdot (x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18)} = 2 \cdot (x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18) - (-x^4 + 8x^3 - 19x^2) = 3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 =$$

$$\cancel{0} = 3 \cdot (x-2)^2 ((x-2)^2 + 1) = 2d \cdot 2 - 4d = 0 \Rightarrow$$

$$(x-2)^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Ответ: 2

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ (x-2)^2=1 \Rightarrow \cancel{x=1} \\ x=3 \end{cases} \text{ лишние корни}$$

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По св. модулей $|a|+|b| \geq |a+b| \Rightarrow |4x+4y| \geq$
 $|4x+4y| \leq |4x-3y|+|10x+10y| = |4x-3y|+10 \cdot |x+y|$
 $|x+y| \leq |4x-3y|+|3y-4x| = 6+8=14$
 $|4x+4y| \leq |4x-3y|+10 \cdot |x+y| = 6+10 \cdot 14 = 146 \Rightarrow$
 $-146 \leq 4x+4y \leq 146 \Rightarrow 4x+4y$ не может быть
меньше -146 .

Пример: $x = -\frac{48}{4}$; $y = -\frac{50}{4}$, тогда

$$|4x-3y|=6; |3x-4y|=8; 4x+4y=-146$$

Ответ: -146



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m - n)(m - n + 9)$$

$$A = 0 \Rightarrow m \neq n$$

$$B = m^2 n^2 - mn^2 + 3mn = mn(m - n + 3)$$

Пусть $t = m - n \Rightarrow A = \cancel{t+9} t \cdot (t+9)$, $t \neq 1$

(Потому что $10 \neq 3q^2$, $10 \neq 13p^2$)

1) Если $A = 3q^2$

a) $t = q$, $t + 9 = 3q \Rightarrow t = 4, 5$, но $t \in \mathbb{N}$

б) $t = 3$, $t + 9 = q^2 \Rightarrow q^2 = 12$, $\Rightarrow q = \sqrt{12}$, но $q \in \mathbb{N}$

в) $t = q^2$, $t + 9 = 3 \Rightarrow q^2 = -12$, но $q \in \mathbb{N}$

Противоречие $\Rightarrow A \neq 3q^2$

2) Если $A = 13p^2$

a) $t = p$, $t + 9 = 13p \Rightarrow t = \frac{9}{12}$, но $t \in \mathbb{N}$

б) $t = 13$, $t + 9 = p^2 \Rightarrow p = \sqrt{22}$, но $p \in \mathbb{N}$

в) $t = p^2$, $t + 9 = 13 \Rightarrow p = 2$, $t = 4$

$$B = mn(m - n + 3) = m(-t + m)(t + 3) =$$

$$= m(m - 4) \cdot 4 = 3q^2; B: 4 \Rightarrow 3q^2 : 4 \Rightarrow q = 4 \Rightarrow$$

$$m(m - 4) = 21, m \in \mathbb{N} \Rightarrow m = 4$$

$$m^2 - 4m + 21 = 0 \Rightarrow (m - 4)(m + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -3, \text{ но } m \in \mathbb{N} \\ m = 4 \end{cases}$$

$$m = 4, n = m - t = 3$$

Ответ: (3, 4)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AK \parallel MZ \Rightarrow \angle SKA = \angle CMZ, \angle KAC = \angle MZC \Rightarrow \triangle SKA$ подобен

$\triangle CMZ \Rightarrow \frac{KC}{MC} = \frac{AC}{ZC}$; $KC = MC + KM, ZC = AC - AZ = 9$

$$\frac{MC + KM}{MC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4MC = 3MC + 3KM.$$

По св. биссектрисы $\frac{AB}{AC} = \frac{BK}{CK} = \frac{BM - MK}{MC + MK} = \frac{2MK}{4MK} \Rightarrow$

$$AB = \frac{AC}{2} = 6$$

$\triangle SKA$ подобен $\triangle CMZ \Rightarrow \frac{AK}{MZ} = \frac{KC}{MC} = \frac{KM + 3KM}{3KM} = \frac{4}{3}$

$AK \parallel MZ \Rightarrow \angle BKA = \angle BMY; \angle BAK = \angle BYM \Rightarrow \triangle BAK$ подобен $\triangle BYM$

$$\frac{YM}{AK} = \frac{ZM + YM}{AK} = \frac{ZM + 4}{AK} = \frac{BM}{BK} = \frac{3MC}{3MC - MC} = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{4 + 2M}{AK}\right) \cdot \left(\frac{AK}{2M}\right) = \frac{4 + 2M}{2M} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2 \Rightarrow 4 + 2M = 2 \cdot 2M \Rightarrow 2M = 4$$

$$\frac{AK}{MZ} = \frac{4}{3} \Rightarrow AK = \frac{4}{3} MZ = \frac{16}{3}$$

По св. биссектрисы $AK^2 = AB \cdot AC - BK \cdot KC \Rightarrow$

$$\frac{256}{9} = 42 - (BM - KM)(MC + KM) = 42 - 8MK^2 \Rightarrow$$

$$MK = \sqrt{\frac{42 - \frac{256}{9}}{8}} = \sqrt{\frac{81 - 32}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$

$$BC = 2MC = 6MK = 6 \cdot \frac{7}{3} = 14$$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$4x^4 + x$~~ В уравнении есть $\sqrt[4]{x}$, $\sqrt[4]{y} \Rightarrow x \geq 0, y \geq 0$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \Rightarrow$$

$$4x^4 + 5\sqrt[4]{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y, \text{ при } x \geq 0 \text{ при}$$

при $x \geq 0, y \geq 0$ если $x > y$, то $4x^4 > 4y^4, x > y, 5\sqrt[4]{x} > 5\sqrt[4]{y} \Rightarrow$

$4x^4 + 5\sqrt[4]{x} + x \neq 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y$, аналогично при $x < y \Rightarrow$

$$x = y; \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 =$$

$$2\sqrt{30-x-x^2} = 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 - 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x} = 0$$

$$-2\sqrt{x+6} \sqrt{5-x} = (\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x})^2 - 11$$

Положим $t = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x}$, тогда

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 - 2\sqrt{x+6} \sqrt{5-x} = t + 5 + t^2 - 11 = (t-2)(t+3) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=-3 \end{cases} \quad \sqrt{x+6} \geq 0, \sqrt{5-x} \geq -\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} \geq -\sqrt{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \neq -3 \Rightarrow t=2 \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2$$

$\sqrt{x+6}$ - возраст. функ., $-\sqrt{5-x}$ - возрастающая

функ. $\Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2$ имеет не более одного

$$\text{корня. } 2\sqrt{30-x-x^2} = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = t+5 = 7 \Rightarrow$$

$$30-x-x^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow x^2+x-\frac{41}{4} = 0 \Rightarrow, x \geq 0 \Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{2} \cdot 6}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{-1+\sqrt{2} \cdot 6}{2}; y = \frac{-1+\sqrt{2} \cdot 6}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если при повороте
отметь A, B - белые точки, O - центр квадрата.

Если при повороте раскраска пересекла сама
в себя, то $\angle AOB = 180^\circ - \angle AOB$, $OA = OB \Rightarrow$
и угол поворота 180°
точки противоположны. Выбрать две проти-
воположные точки можно $\frac{10 \times 10}{2} = 50$ способами.
Если точки противоположны, то есть только одна
(совпадающ. при пов. на 30° или 150°)
одинаковая с ними раскраска. В остальных слу-
чаях есть 3 таких же раскраски. Выбрать
противоположные точки можно $\frac{10 \times 10}{2}$ способами,
а ~~все~~ противоположные $\frac{100 \times 99}{2} - \frac{10 \times 10}{2} = \frac{100 \times 98}{2}$
Всего разных раскрасок $\frac{100 \times 98}{2} + \frac{10 \times 10}{2} = 1250$
Ответ: 1250



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

PQ - рад. ось Γ и ось ω O_1 - сер AM, O_2 - сер CL.

PQ - рад. ось окр. Γ и $\omega \Rightarrow PQ$ перпенд. линии центров $\Rightarrow PQ \perp O_1 O_2$, PQ - высота из B перпен. паралл.

AC, PQ перпенд. высоте $\Rightarrow PQ \perp AC \Rightarrow PQ \perp AC \Rightarrow$

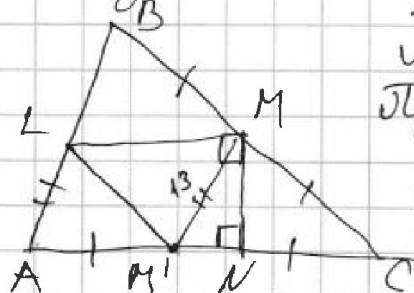
$O_1, O_2 \parallel AC$. O_1 - сер AM, O_2 - сер CL $\Rightarrow ML \parallel AC$.

Прямая прох. через сер BC и паралл AC - средняя линия $\Rightarrow L$ - сер. AB.

По свой. биссектрисы $\frac{AL}{LB} = \frac{AC}{CB} = 1 \Rightarrow AC = CB$

Угол $\angle ANM$ опирается на дугу AM в Γ .

AM - диаметр $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$



Пусть M' - сер AC $\Rightarrow M'M = AL = \frac{AB}{2} = 13$
Пусть $x = BM \Rightarrow x = MC$, $x = AM' = M'C$

По теор. Пифагора для $\triangle M'MN$ и

$\triangle NMC$

$$MN^2 = M'M^2 - M'N^2 = 13^2 - (20 - x)^2 = 13^2 - (20 - x)^2$$

$$MN^2 = MC^2 - NC^2 = x^2 - (AC - AN)^2 = x^2 - (2x - 20)^2 \Rightarrow$$

$$13^2 - (20 - x)^2 = x^2 - (2x - 20)^2 \Rightarrow 2x^2 - 40x + 13^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 1082}}{4}$$

$$AC + BC = 4x > AB = 26 \Rightarrow x = \frac{40 + \sqrt{258}}{4}$$

$$\Rightarrow AC = BC = 2x = 20 + \sqrt{62}$$

$$\text{Ответ: } AC = 20 + \sqrt{62}, BC = 20 + \sqrt{62}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n)(m-n+3) \Rightarrow m \neq n$$

$$1) B = 13P^2$$

$$13P \cdot h(m-n+3) \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2 \sqrt{30-x-y^2}$$

$$4x^4 + x + 5\sqrt{x^2} - (4y^4 + y + 5\sqrt{y}) = 0$$

$$x_1, y_1, x_2, y_2$$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow y_1 < y_2$$

~~13P~~

$x \uparrow \sqrt{x+6}$ растёт

$y \uparrow -\sqrt{5-y}$ растёт

$\sqrt{30-x-y^2}$ уменьшается

$\sqrt{x}$

$$4x^4 + x + 5\sqrt{x^2}$$

$$24 \rightarrow 9 \rightarrow -3$$

~~13P~~

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$13t = t + 3$$

$$12t = 3$$

$$x=1, y=1, y=4$$

$$-1, -16$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 38$$

$$49 - 42 + 9 + 63 - 24$$

$$3$$

$$x^4 - 8x^3 + 14x^2 - 4x - 12$$

$$32 - 64 + 88 - 8 - 12$$

$$16$$

$$30 - 12$$

$$14 - 28$$

$$68$$

$$16$$

$$84$$

$$8052 = 52 = 13 \cdot 4$$

$$49 \cdot 3 - 8 \cdot 4 + 8 \cdot 4$$

$$8x^4 - 8x^3 + 14x^2 - 4x - 12$$

$$= (x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6)$$

$$= (x-2)^2(x^2 - 4x + 3)$$

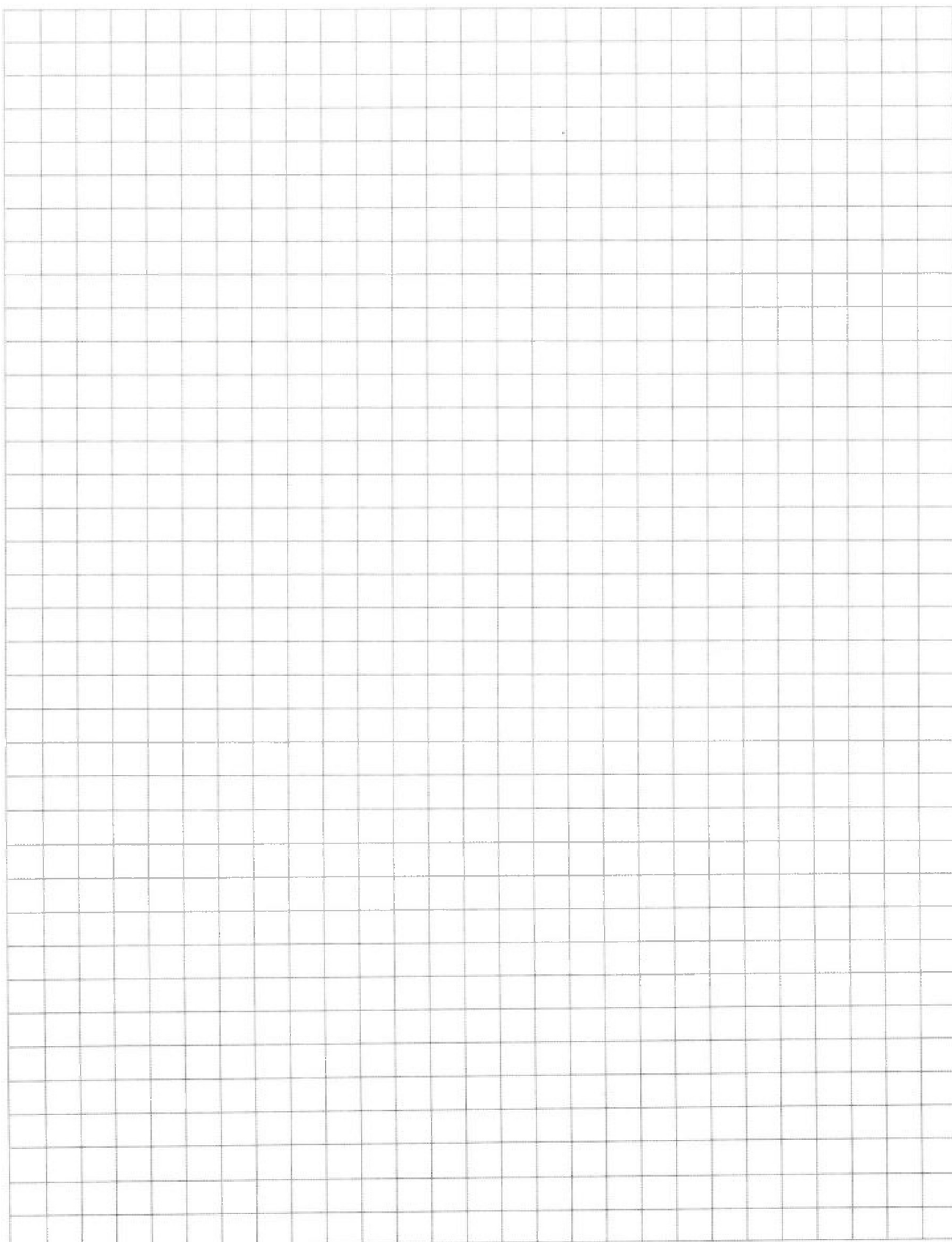


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{5-x} + \sqrt{6+x}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 - 2\sqrt{30-x-x^2} = 0$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x})^2 = -2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x}) = t$$

$$t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+3) = 0$$

$t=2$ $t=-3$

$$\sqrt{x+6} > 0 \Rightarrow \sqrt{5-x} \geq 3$$

$$\sqrt{x+6}$$

$$\sqrt{x+6} - 2\sqrt{30-x-x^2} + 5 - x = 4$$

$$\sqrt{30-x-x^2} = \frac{4}{2}$$

$$30-x-x^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow x^2 + x - \frac{41}{4} = 0$$

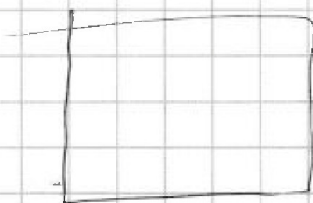
$$x^2 + x$$

$$D \neq \frac{-1 + \sqrt{1+41}}{2}$$

$$129 - 49$$
$$30 - \frac{49}{4}$$

$$D = 1 + 4 \cdot \frac{41}{4}$$

$$D = 42$$
$$\sqrt{42} = \sqrt{2 \cdot 3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

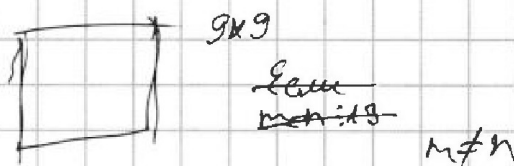
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$256 \div 8 = 32$$

$$\sqrt{\frac{81-32}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$



$$\begin{cases} \sqrt{x+8} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y \end{cases}$$

$$(m-n)(m-n+9) \neq 0 \Rightarrow$$

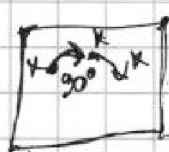
$$m \cdot n(m-n+3) = 13p^2$$

$$p^2(3) = 3p+3$$

~~(2x+3)~~

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x$$

3.4



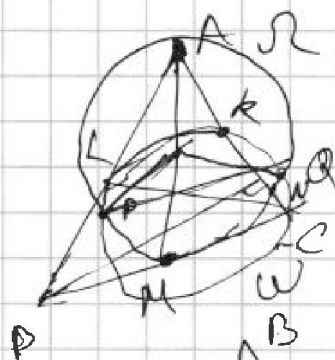
$$|X \setminus G| = \frac{\sum_{x \in X} x}{|G|}$$

$$3p(3-p+3)$$

$$m = 3 \cdot 9(9-9+3)$$

$$(9-3)(9-3+9) = 9^2 - 3 \cdot 9 + 18$$

$$13p^2$$



$$PQ \perp AC$$

$$AB = 26$$

$$AN = 20$$

AM

$$PQ \perp AC$$

$$PQ \perp AC \Rightarrow \text{каждое из } \angle A \text{ и } \angle C$$

линия центра перпендикулярна AC

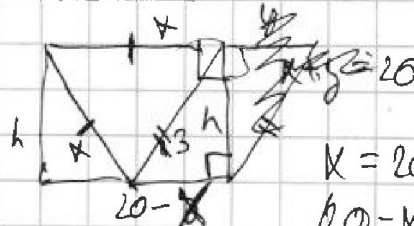
$$13^2 - (20-x)^2 = x^2 - (2x-20)^2$$

$$2x^2 - 40x - 13^2 = 0$$

$$2x^2 - 40x + 169 = 0$$

$$\Rightarrow ML \parallel AC$$

$$AC = BC$$



$$x = 20 - x + \sqrt{x^2 - h^2}$$

$$(20-x)^2 + h^2 = 169$$

$$2x - 20 = \sqrt{x^2 - h^2}$$

$$13x^2 - 80x + 400 + h^2 = 0$$

$$x^2 - 40x + 400 - 169 + h^2 = 0$$

$$2x^2 - 40x + 169 = 0$$

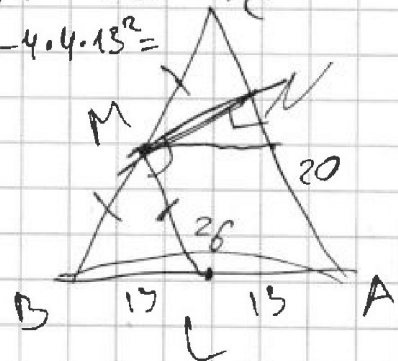
$$D = 1600 - 4 \cdot 2 \cdot 169 =$$

$$= 8 \cdot 31$$

$$x = \frac{40 \pm \sqrt{8 \cdot 31}}{2} = 10 \pm \frac{\sqrt{31}}{\sqrt{2}}$$

$$D = 1600 - 4 \cdot 4 \cdot 13^2 =$$

$$= 16$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$4d = (x^2 - 4x)^2 + 3x^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 3x^2 = x^4 - 8x^3 + 19x^2$$

$$4d = x^4 - 8x^3 + 19x^2 - 12x - 36 = x^4 - 8x^3 + 20x^2$$

$$D = 1600 - x^4 - 8x^3 + 19x^2 - 12x - 18 = 0$$

$$-8 \cdot 169 = -1352$$

$$= 8 \cdot 31 = 248$$

$$40 = 8 \cdot 5 = 40$$

4

$$2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$4d = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$2d - 2 = 4d \Rightarrow 3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$3(x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12)$$

$$(x-2)^2(x^2-4x-3) = (x-2)^2(x-2)(x+6)$$

$$\begin{cases} 14x - 3y \leq 6 \\ 13x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$x + y = -\frac{98}{4} = -14$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 48 + 50 \\ 96 + 50 \\ \hline 146 \end{array}$$

$$|14x + 4y| \leq |14x - 3y| + |10x + y|$$

$$|a| + |b| \geq |a+b|$$

$$|14x + 4y| \leq 6 + 10 \cdot 14 = 146$$

$$14x - 3y =$$

$$-48 \cdot 4 + 150$$

$$24, 9, 3$$

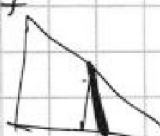
$$30, 16, -12$$

$$\begin{cases} 4x - 3y = -6 \\ 3x - 4y = -8 \\ x + y = -14 \end{cases}$$

$$4x = -14 - 6 - 14 \cdot 3$$

$$x = -\frac{48}{4}$$

$$y = -\frac{50}{4}$$



$$A = (m-n)^2 + 8(m-n) = (m-n)(m-n+8)$$

$$B = m^2n - n^2m + 3mn = (m-n)(mn+3)$$

$$BX = BM - XM = 2MC$$

$$XC = CM + XM = 4MC$$

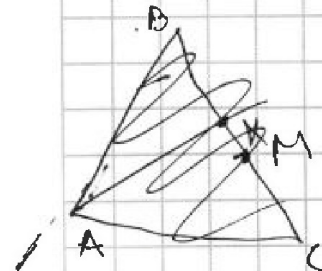
$$\frac{XC}{MC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$3MC + 3XM = 4MC$$

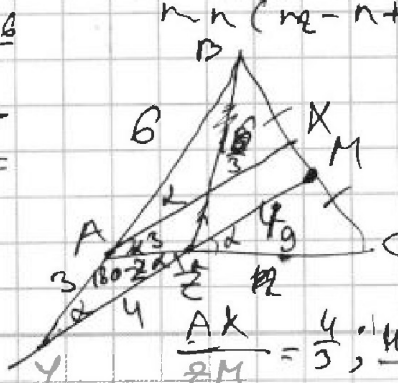
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} = \frac{2}{3}$$

$$AB = \frac{AC}{2} = 6$$

$$\frac{4+2M}{2M} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4+2M = \frac{8}{3} \cdot 2M \Rightarrow 2M = \frac{4}{3}$$



$$\frac{8}{3} \cdot 6 = 6 \cdot 2$$



$$\frac{AX}{2M} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{4+2M}{2M} = \frac{4}{3}$$