



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7. Пусть $a_n = a_1 + (n-1)d$ — арифметическая прогрессия, тогда:

$$a_3 = a_1 + 2d = 3(x+1)$$

$$a_5 = a_1 + 4d = x^2(x+2)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2, \text{ тогда:}$$

$$\begin{aligned} \frac{a_9 + a_3}{2} &= \frac{a_1 + a_5}{2} = a_1 + 5d = \frac{a_1 + 4d}{2} + d = \frac{x^2(x+2)^2 + d}{2} = \\ &= \frac{3x^2 + 3x + 3}{2}, \text{ знаменатель } d = \frac{3x^2 + 3x + 3 - 2x^4 - 8x^3 - 8x^2}{2} = \\ &= \frac{-2x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 3x + 3}{2}, \text{ тогда:} \end{aligned}$$

$$a_9 - a_5 = 4d = -(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2) = -x^4 - 4x^3 - x^2.$$

$$\rightarrow -(x^4 + 4x^3 + x^2) = 4d = \left(\frac{-2x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 3x + 3}{2} \right) \cdot 4 =$$

$$-4x^4 - 16x^3 - 4x^2 + 6x + 6,$$

$$3x^4 + 12x^3 + 4x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0; \quad (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0; \quad (x+1)^2(x+1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3}) = 0$$

Проверим, что при данных x и a_1, a_5, a_9 являются членами арифметической прогрессии:

$$x = -1: \quad a_n = -1 + \frac{(n-1)}{2}; \quad a_3 = 3(-1+1)/2 = 0 = -1 + \frac{2}{2} \checkmark$$

$$a_5 = (-1)^2(1)^2 = 1 = -1 + \frac{4}{2} = 1 \checkmark$$

$$a_9 = 3(-1)^2 = 3 = -1 + \frac{8}{2} = 3 \checkmark$$

$$x = -1 - \sqrt{3}: \quad a_n = -6\sqrt{3} - 4 + (n-1)\left(2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right); \quad a_3 = -3\sqrt{3} = -6\sqrt{3} - 4 + 4 + 3\sqrt{3} =$$

$$a_5 = (-1-\sqrt{3})^2(1-\sqrt{3})^2 = 4 = -6\sqrt{3} - 4 + 8 + 6\sqrt{3} = 4 \checkmark = -3\sqrt{3} \checkmark$$

$$a_9 = 3(-1-\sqrt{3})^2 = 12 + 6\sqrt{3} = -6\sqrt{3} - 4 + 12 + 12\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 8 \checkmark$$

$$x = \sqrt{3} - 1: \quad a_n = 6\sqrt{3} - 4 + (n-1)\left(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right); \quad a_3 = 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 4 + 4 - 3\sqrt{3} =$$

$$a_5 = 4 = 6\sqrt{3} - 4 + 8 - 6\sqrt{3} = 4 \checkmark = 3\sqrt{3} \checkmark$$

$$a_9 = 12 - 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 4 + 12 - 12\sqrt{3} = 12 - 6\sqrt{3} \checkmark$$

Ответ: $-1; -1 - \sqrt{3}; \sqrt{3} - 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

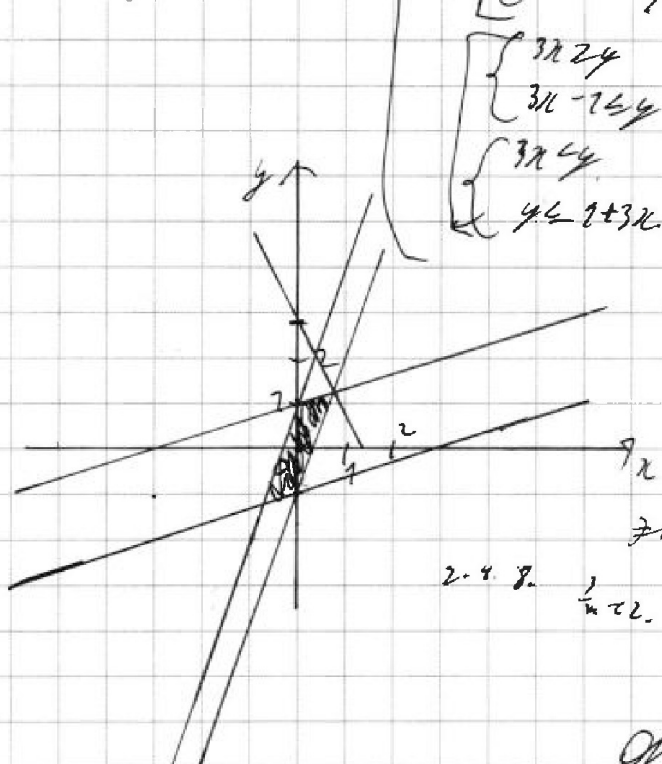
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 3y \\ x \leq 3y \\ y \leq 1 + \frac{x}{3} \\ y \geq 1 + 3x \end{cases}$$



— Построим линии — в этих точках.
В координатах — так:

$$\text{Прямая } 4y + 3x = a.$$

$$y = \frac{a}{4} - \frac{3}{4}x$$

найдём a — ?

Очевидно что так a ,
это $a = 17$.

$$2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \frac{1}{4} = 2.$$

(Прямая $y = \frac{17}{4} - \frac{3}{4}x$
пересекает обе линии.
в т. $(\frac{3}{4}; \frac{5}{4})$.)
Ответ: 7



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2): m+n=p, \text{ тогда } A = p(p-9) = p^2 - 9p = 23p^2$$

$$27 - 9p = 12p^2 \Rightarrow 0$$

$$(3): m+n=p^2, \text{ тогда } A = p^2(p^2-9) = p^4 - 9p^2 = 23p^2$$

$$\Rightarrow p^4 = 24p^2 \quad | : p^2 (\neq 0) \quad p^2 = 22 \Rightarrow p = \sqrt{22} \notin \mathbb{N} \Rightarrow 0$$

$$(4): m+n=23p; \text{ тогда } A = 23p \cdot (23p-9) = 769p^2 - 207p = 23p^2$$

$$\Rightarrow 756p^2 = 207p \quad | : p (\neq 0) \quad p = \frac{207}{756} < 1, \text{ но } p \geq 2 \Rightarrow 0$$

$$(5): m+n=23p^2; \text{ тогда } A = 23p^2(23p^2-9) = 769p^4 - 207p^2 = 23p^2$$

$$\Rightarrow 769p^4 = 207p^2 \quad | : p^2 (\neq 0) \quad p^2 = \frac{207}{769} < 1, \text{ но } p \geq 2 \Rightarrow 0$$

Поэтому мы получили, что

Проверка:

$$A = 20 \cdot 3 \quad \begin{cases} m=3 \\ n=20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=20 \\ m=20 \\ n=3 \end{cases}$$

$$A = (10+3)(10+3-9) = 23 \cdot 4 = 23(2)^2 \quad (2=p - \text{простое число})$$

$$B = 20 \cdot 3(20+3-3) = 300 = 75(2)^2 \quad (2=q - \text{простое число} - \checkmark)$$

$$2) \begin{cases} m=20 \\ n=3 \end{cases} : A = (10+3)(3+20-9) = 23 \cdot 4 = 23 \cdot (2)^2$$

$$p = 2 - \text{простое число} - \checkmark$$

$$B = 20 \cdot 3(10+3-3) = 300 = 75(2)^2$$

$$(2=q = 2 - \text{простое число} - \checkmark)$$

Ответ: $(3; 20); (20; 3)$

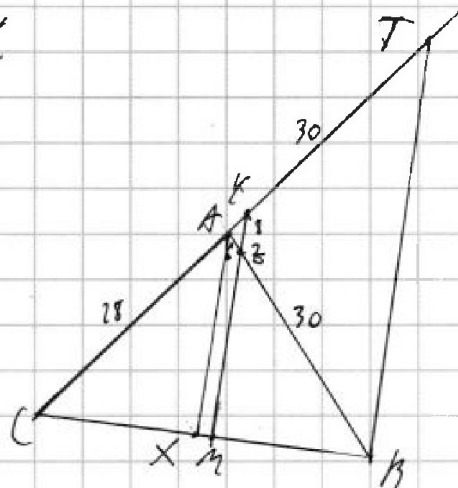


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

24.



Решение:

Дано $AT \in AC$: $AT \parallel AX$, тогда

~~AT~~ $AT \parallel AX \parallel AY$

$AT \parallel AY$
 A -оп. BC $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow AY$ -ср. линия $\triangle ABC$
 (попр.-ку ср. линии).

$\rightarrow$ по определению:

Y -оп. CT , ~~тогда~~

$XY \parallel AT \parallel AC$

2) $\angle XAC = \angle XAB$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{п.к.} \end{array} \right.$ $ZY \parallel AX$, то

как напр. лежащие углы: $\angle AZY = \angle XAZ$

как соотв. углы: $\angle CAX = \angle CYA$

$\rightarrow \angle AZY = \angle XAZ$

$\angle AZY = \angle XAB = \angle XAC =$
 $= \angle ZYA$

$\rightarrow \angle AZY = \angle ZYA \rightarrow \triangle ZAY$ - μ , σ μ - μ (по μ -ку), значит

$AZ = AY = 6$ (по σ -у):

3) $YT = CY = AC + AY = 18 + 6 = 24 \rightarrow TY = 24$

$\rightarrow AT = TY + AY = 30$

4) $ZY \parallel AT \rightarrow$ как соотв. углы: $\angle AZY = \angle ATB$ $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ \angle ZYA = \angle ATB \end{array} \right.$

$\rightarrow \triangle ABT \sim \triangle ZY$ (по 2 углам) $\rightarrow \frac{AZ}{AY} = \frac{AT}{AB}$ ($AZ = AY = 6$)

$\rightarrow \frac{AB}{AT} = 1 \rightarrow \triangle ABT$ ~~равнобедренный~~ $AB = AT = 30$

5) по т. косинусов (в $\triangle ZAY$):

$$ZY^2 = AZ^2 + AY^2 - 2AZ \cdot AY \cdot \cos \angle ZAY$$

$$\rightarrow \cos \angle ZAY = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{1}{9}; \angle CAB = 180^\circ - \angle ZAY \rightarrow$$

$$\rightarrow \cos \angle CAB = -\cos \angle ZAY = -\frac{1}{9}$$

$$6) \text{ по т. косинусов (в } \triangle CAB): BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 7 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25.
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - y^4 = y^4 - 2x + 5y^2 & (2) \end{cases}$$
 выбрав из системы рассмотрим (2) ум-м:

(x; y 20)

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + 2x - 2y = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + 2x - 2y = 0 \quad (x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) = (x-y)(x+y))$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 2(x-y) = 0 \Rightarrow (x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 2 = 0 \Rightarrow x-y = 0 \Rightarrow x=y$$

Поэтому, из (2) ум-я & мы имеем: $x=y$ (x; y 20).
 Перейдем к системе:

$$\begin{cases} \sqrt{y+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5y-y^2} & (1) \\ x=y & (2) \end{cases}$$
 выбрав из системы рассмотрим (1) ум-м:

$$\sqrt{y+1} + 5 = 2\sqrt{6+5y-y^2} + \sqrt{6-y} \quad | \cdot 2$$

$$y+1+25+20\sqrt{y+1} = 4(6+5y-y^2) + 6-y + 4\sqrt{6-y}\sqrt{6+5y-y^2}$$

$$y+1+25+20\sqrt{y+1} = 24+20y-4y^2+6-y+4(6-y)\sqrt{7+y}$$

$$4y^2 - 17y - \frac{1}{2}y + 20\sqrt{7+y} - (20-24+4y) = 0$$

$$4y^2 - 17y - 2 + \sqrt{7+y}(2y-7) = 0$$

$$y = \frac{17 \pm \sqrt{153}}{8}$$

$y = \frac{17 + \sqrt{153}}{8}$ или $y = \frac{17 - \sqrt{153}}{8}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{y+1}(2y+1) = 2+9y-2y^2 \\ y \leq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} (y+1)(4y^2+4y-2y^2) = (2y^2-2-4y)^2 \\ 2y^2-9y-2 \leq 0 \\ y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y^3+4y^2-2y^2+4y^2+4y-2y^2 = 4y^3+8y^2+4y-8y^2-36y^2+36y^2 \\ (y-\frac{5+\sqrt{13}}{2})(y-\frac{5-\sqrt{13}}{2}) \leq 0 \\ y \leq 6 \end{cases}$$

$$4y^3-40y^2$$

$$\sqrt{y+1}-\sqrt{6-y}+6y+11y-2=2\sqrt{6-y}(7y)$$

$$\sqrt{y+1}(\sqrt{y+1}+1)+\sqrt{6-y}(\sqrt{6-y}-1)$$

$$(\sqrt{y+1}-1)(\sqrt{6-y}+1)+(\sqrt{1+y}-1)(\sqrt{7+y}+1)=$$

$$=\sqrt{6-y}(\sqrt{1+y}+1)+\sqrt{1+y}(\sqrt{6-y}-1)$$

$$(\sqrt{6-y}-1)(\sqrt{1+y}-\sqrt{6-y}-1)+(\sqrt{1+y}+1)(\sqrt{6-y}-\sqrt{1+y}+1)=0$$

$$(\sqrt{1+y}+1)(\sqrt{6-y}+1-\sqrt{1+y})-(\sqrt{6-y}-1)(\sqrt{6-y}+1-\sqrt{1+y})=0$$

$$(\sqrt{6-y}+1-\sqrt{1+y})(\sqrt{1+y}+1-\sqrt{6-y})=0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sqrt{6-y}+1=\sqrt{1+y} \\ \sqrt{1+y}+1=\sqrt{6-y} \end{cases} \quad \begin{cases} 6-y+1+2\sqrt{6-y}=1+y \\ 1+y+1+2\sqrt{1+y}=6-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{6-y}=y-3 \\ 4\sqrt{1+y}=1-2y \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 3 \\ 6-y=y^2-6y+9 \\ 8 \leq \frac{1}{2} \\ 26+26y=4y^2-4y+1 \end{cases} \quad \begin{cases} y^2-5y+3=0 \\ y \leq 3 \\ y \leq \frac{1}{2} \\ 4y^2-20y-15 \geq 0 \end{cases}$$

$$1-2y \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5-\sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5}{2} - \sqrt{10} \end{cases}$$

вернемся к системе:

$$\begin{cases} y = \frac{5-\sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5}{2} - \sqrt{10} \\ \sqrt{2y+1} = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5-\sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5}{2} - \sqrt{10} \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2}\right)$



1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7. Пусть $a_n = a_1 + (n-1)d$ — арифметическая прогрессия, тогда

$$a_3 = a_1 + 2d = 3(x+1)$$

$$a_5 = (x(x+2))^2 = a_1 + 4d$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

$$\begin{aligned} x &= -1 - \sqrt{3} & (x+1) &= -\sqrt{3} \\ a_3 &= -2\sqrt{3} & d &= 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ a_5 &= 4 & a_1 &= a_3 - 4 - 3\sqrt{3} = -6\sqrt{3} - 4 \\ a_9 &= 12 + 6\sqrt{3} & & \\ a_5 &= a_1 - 4 - 6\sqrt{3} + 8 + 6\sqrt{3} = 4 \end{aligned}$$

$$a_5 = x^2(x+2)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 = x^4 + 4x^2(x+1) = x^4 +$$

$$\frac{a_3 + a_5}{2} = \frac{3x^2 + 3x + 3}{2} = a_1 + 5d = x^4 + 4x^2(x+1) + d$$

$$d = \frac{3x^2 + 3x + 3 - 2x^4 - 8x^3 - 8x^2}{2} = \frac{-2x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 3x + 3}{2} \quad (1)$$

$$a_9 - a_5 = 4d = \frac{3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2}{2} = \frac{-x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 6x + 6}{2} \quad (2)$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ -x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \end{array}$$

$$-3x^3 + 3x^2$$

$$-2x - 2$$

$$-2x - 2$$

$$0$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2) = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \end{array}$$

$$-2x^2 + 2x$$

$$-2x - 2$$

$$-2x - 2$$

$$0$$

$$\Rightarrow x = -1; -1 \pm \sqrt{3}$$

$$x = -1: \quad a_3 = 0, \quad a_5 = 1, \quad a_9 = 3$$

$$(2(2-1))^2 = 1$$

$$a_9 = -1 + 8 \cdot \frac{1}{2} = 3 \quad \checkmark$$

$$a_3 = x = \sqrt{3} - 1$$

$$a_3 = 3\sqrt{3}$$

$$a_5 = (x(x+2))^2 = 4$$

$$a_5 = (2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)^2 = 4$$

$$a_9 = 3(x(x+2))^2 = 12$$

$$a_9 = 3(2\sqrt{3} - 1)^2 = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$d = 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

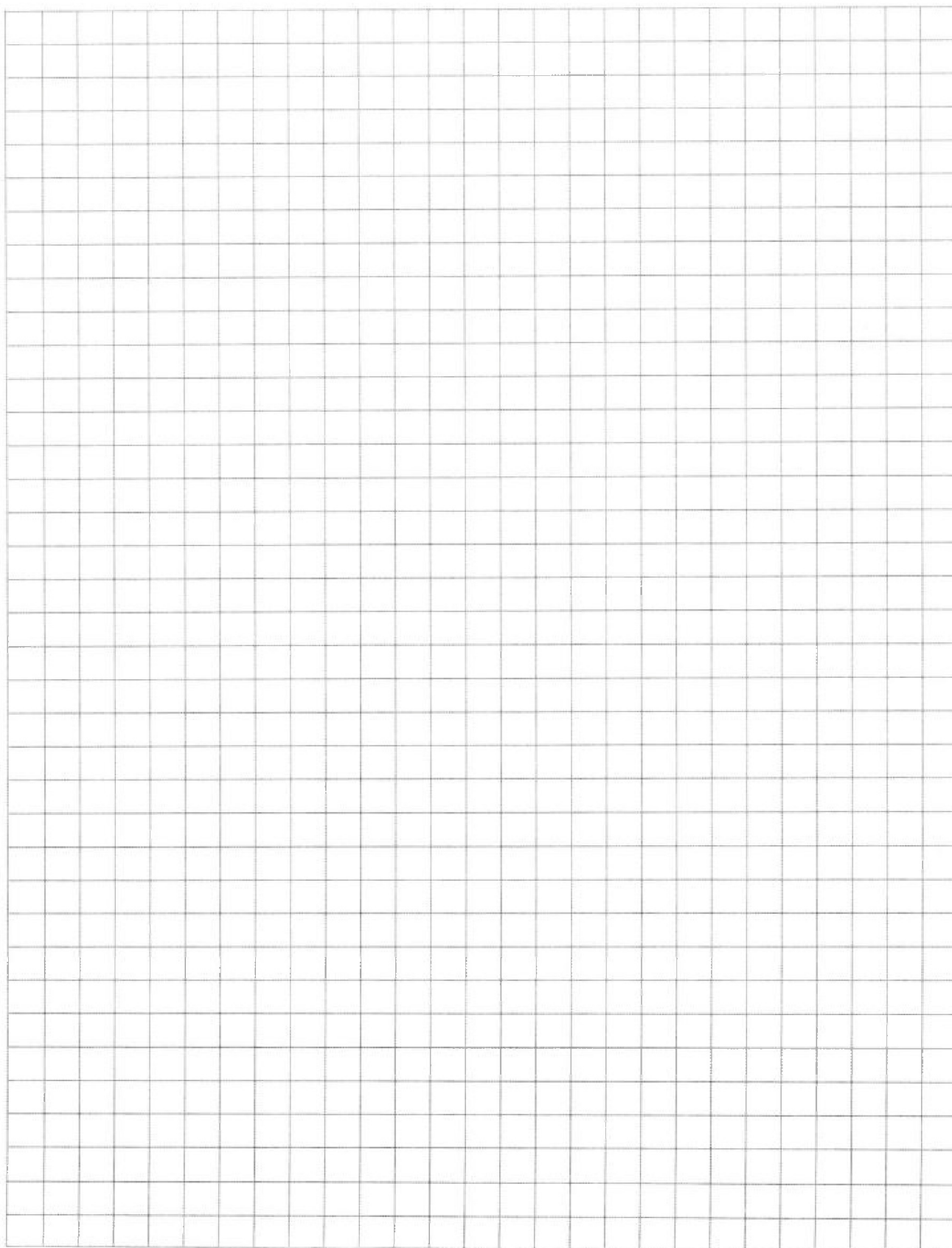
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \frac{m^2 + 2mn + n^2 - 9(m+n)}{(m+n)^2} = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn(m+n) - 3mn = mn(m+n-3)$$

1-й. Когда $A = 759^2$
 $B = 73p^2$, тогда рассмотрим A :

$A = (m+n)(m+n-9)$, заметим, что $m+n \equiv m+n-9 \pmod{9}$,
значит, если $m+n \equiv 3$, то $m+n-9 \equiv 3$,
если $m+n \equiv 9$, то $m+n-9 \equiv 9$, но $A = 759^2 \equiv 3$,

значит, сразу из условия $\equiv 3$ ($500 \equiv m+n \equiv 3$), тогда

2-ой пункт - для $m+n \equiv 3$ ($m+n-9 \equiv 3$), тогда

$A = 759^2 \equiv 9$, значит $9^2 \equiv 3 \Rightarrow 9 \equiv 3$ (9 - простое число)

но тогда $A \equiv 759^2 \equiv 75 \cdot 9 \equiv 27 \Rightarrow 600 \equiv m+n \equiv 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow m+n-9 \equiv 9 \Rightarrow A = 75 \cdot 9 \equiv 81$, но $75 \cdot 9 \not\equiv 81$
 $25 \cdot 3$

$\Rightarrow$ переберем $m+n$.

2-й. Когда $A = 73p^2$, рассмотрим A :
 $B = 759^2$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 73p^2 > 0 \Rightarrow m+n > 9, \text{ значит,}$$

$m+n-9 = 73$ (1)
 $m+n-9 = p$ (2)
 $m+n-9 = p^2$ (3)
 $m+n-9 = 73p$ (4)
 $m+n-9 = 73p^2$ (5)

(1): $m+n = 73$, тогда $B = mn(m+n-3) = mn \cdot 70 = 759^2$
 $70 \cdot mn = 759^2 \Rightarrow mn = 30$
 $\begin{cases} m+n = 73 \\ mn = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=70 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m=70 \\ n=3 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} &= \sqrt{324 + 900 + 2 \cdot 78 \cdot 30 \cdot \frac{1}{3}} = \sqrt{324 + 900 + 720} = \\ &= \sqrt{900 + 444} = \sqrt{7344} = 2\sqrt{336} = 4\sqrt{84} = 8\sqrt{21}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AC = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$49x^3 - 40x^2 + 96x - 45 = 0$$

$$-76 + 560 = 60$$

$$-76 + 560 = 60$$

$$\sqrt{11x}(\sqrt{2\sqrt{6-x}} - 1) = 5 - \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{11x}$$

$$4 - 49 = 24x + 6x$$

$$\sqrt{11x} - \sqrt{11x} + 4 + 6 - 2 = 2\sqrt{11x}$$

$$\sqrt{11x} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{11x}(\sqrt{11x} - \sqrt{6-x}) = \sqrt{11x}(11x - 6 + x)$$

$$(\sqrt{11x})^2 + 11x - 11x$$

$$11x - 2 + 11x$$

$$(\sqrt{11x} - 1)(\sqrt{11x} + 1) = 2\sqrt{11x}$$

11

$$(\sqrt{11x} - 1)(\sqrt{11x} + 1) = \sqrt{11x}(\sqrt{11x} - 1) + \sqrt{11x}(\sqrt{11x} + 1)$$

$$(\sqrt{11x} - 1)(\sqrt{11x} + 1)$$

$$(\sqrt{11x} - 1)(\sqrt{11x} + 1)$$

$$(\sqrt{11x} - 1)(\sqrt{11x} + 1) - (\sqrt{11x} - 1)(\sqrt{11x} + 1) = (\sqrt{11x} - 1)(\sqrt{11x} + 1) = 0$$

$$\sqrt{11x} - 1 - \sqrt{11x} + 1 = 0$$

$$6 - x + 7 + 2\sqrt{6-x} = x + 1$$

$$\sqrt{6-x} = x - 3$$

$$6 - x = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x - 2 = 25 \pm 49 = 10 \text{ or } -10$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$x/4 = 20 \pm 60$$

$$x/4 = 200 + 60 = 260$$

$$25 - 72 = 73$$

$$\frac{70 \pm 4\sqrt{73}}{4}$$

$$x \geq \frac{5 \pm \sqrt{73}}{2}$$

$$\frac{x \pm \sqrt{73}}{2} \leq 8$$

$$\frac{5 \pm 2\sqrt{73}}{2} = 2.5 \pm \sqrt{73} \leq \frac{7}{2} = 3.5$$

$$2 \pm \sqrt{73} \leq 0 \Rightarrow 2 - \sqrt{73} \leq 0$$

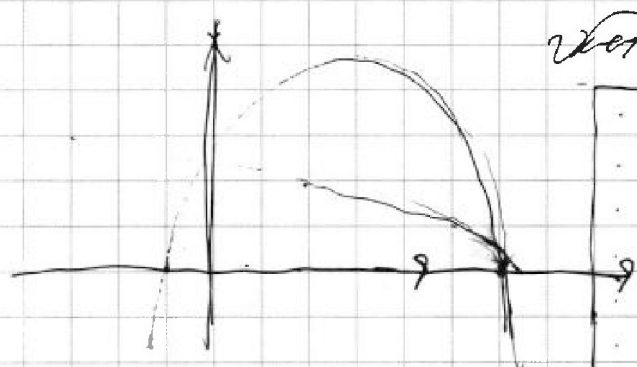


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x-1} - \sqrt{6-2x} + 5 = \sqrt{6+5x-x^2}$$
$$x^2 - 5x - 6 = 0$$
$$x = 2 \cdot \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{25 - 4 \cdot (-6)}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}$$
$$\left(\frac{x-5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = 0$$

$$x \in \left[\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right] \uparrow$$

$$\left[\frac{5}{2}; 6\right] \downarrow$$

$$x \in \left[\frac{5}{2}; 6\right] \downarrow$$

$$x \in 6 \pm 3\sqrt{6}$$

$$36 \pm 54$$

$$x = \frac{5}{2}; \quad \frac{10}{2} + \frac{10}{2} + 5 = \sqrt{10} + 5 = \frac{7}{2}$$

$$6 \pm \frac{5}{2}$$

$$12-5$$

$$2-2\sqrt{3}+5=2\sqrt{4+3}=2$$

$$BL = \frac{20}{AB}$$

4:

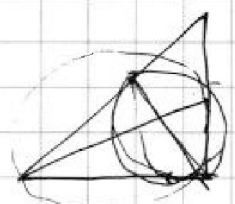
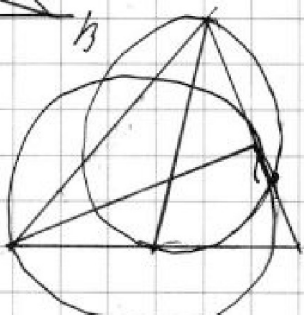
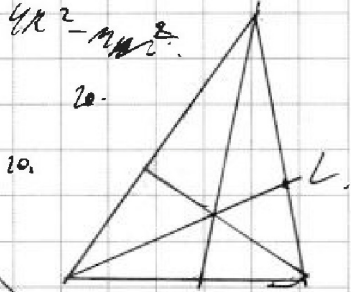
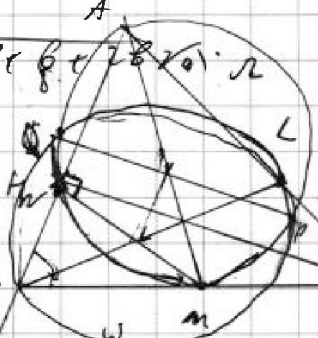
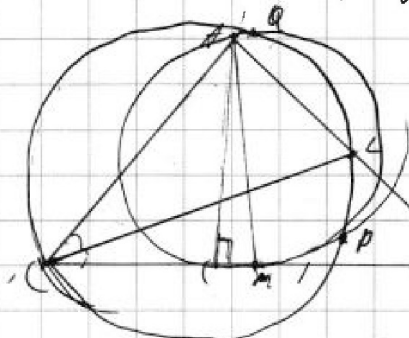
$$\sqrt{a^2+b^2}$$

$$5:$$

$$\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\sqrt{a^2+b^2} + 5 = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$a + 2\sqrt{a^2+b^2} = a + b + 2\sqrt{a^2+b^2}$$



$$CL + LC = CL \cdot (CL + AB)$$

$$BP \cdot AM = BP \cdot AB$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+n)(m+n-9) = 23p^2$$

$$B = m(n+m-3) = 75q^2$$

$$m+n-3 = 5$$

$$m+n = 8$$

$$m+n = 8$$

$$m+n = 159^2$$

$$6^2 - 86 + 75q^2 = 0$$

$$64 = 64 - 75q^2 \geq 0$$

$$m+n = 4 \pm 2 = 6; 2 \Rightarrow n = 4$$

$$6 \cdot 2(5) = 60 - \phi$$

$$m+n = 36.25$$

$$m+n = 13$$

$$m+n = p$$

$$m+n = p^2$$

$$m+n = 23p$$

$$m+n = 73p^2$$

$$p(p-9) = 11p^2$$

$$p^2 - 9p \pm 73p^2$$

$$p = 22p^2 \Rightarrow p^2 = 22 - \phi$$

$$p^2(p^2-9) = p^4 - 9p^2 = 73p^2$$

$$p^4 = 22p^2 \Rightarrow p^2 = 22 - \phi$$

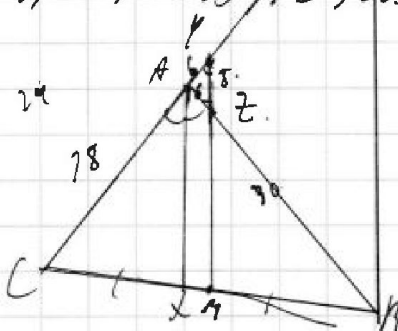
$$73p(13p-9) = 269p^2 - 217p = 73p^2$$

$$756p^2 = 217p$$

$$m+n = 73p^2(73p^2-9) = 269p^2 - 217p^2 = 73p^2 \quad | : p^2$$

$$20 \cdot 3(20+3-3) = 300 = 75 \cdot 4 = 300 \quad \checkmark$$

$$p^2 = \sqrt{\frac{217}{756}} \quad \checkmark \quad \phi$$



$$67.2 \cdot 2 = 336.4 = 84 \cdot 76 = 27.64 \Rightarrow AC = 8\sqrt{27}$$

$$\sqrt{27} \cdot \sqrt{6-4} + 5 = 2\sqrt{6+54-42} \quad \sqrt{47} - \sqrt{6-4} + 5 = \sqrt{6+54-42}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{4} = 47 - \sqrt{2} + 542$$

$$y^2 - 5y \pm \sqrt{6+54-y^2} \sqrt{6-4(7+9)}$$

$$\sqrt{47} - \sqrt{2} + 5 = \sqrt{47}$$

$$(4+1)(4+6) 6.242 - 1.46 [-116]$$

$$8+7+6 = 6+54-42+25 = 20\sqrt{6+54-42}$$

$$8 - \sqrt{2} \sqrt{47} + 18.6$$

$$8 - 2\sqrt{6+54-42}$$