



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дан П.к. проведена арифметическая составили систему ур-ний

$$\begin{cases} a + 3d = 6 - 9x & (1) \\ a + 5d = (x^2 - 2x)^2 & (2) \\ a + 9d = 9x^2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5d = (x^2 - 2x)^2 & (2) \\ a + 9d = 9x^2 & (3) \end{cases}$$

~~вычитаем~~

из (3) вычитаем (1) $6d = 9x^2 + 9x - 6$
 $d = 1,5x^2 + 1,5x - 1$

$$a + 3d + d = 1,5x^2 - 7,5x + 5 \quad (*)$$

$$a + 9d - 3d = 7,5x^2 - 4,5x + 3 \quad (**)$$

$$2a + 4d = 6x^2 - 12x + 8$$

$$(a + 5d) = 3x^2 - 6x + 4$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = 3x^2 - 6x + 4$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

По м. Безу выписываем делители: $\pm 4; \pm 2; \pm 1$

Проверка: $x = 1$

$$1 - 7 \cdot 1 + 1 + 6 \cdot 1 - 4 = 0$$

$$0 = 0$$

$$(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) / (x - 1) = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x - 1 \\ x^3 - x^2 \\ \hline -3x^2 + x^2 \\ -3x^2 + 3x^2 \\ \hline -2x^2 + 6x \\ -2x^2 + 2x \\ \hline 4x - 4 \\ 4x - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

легко заметить, что $x = 1$ это корень и кубическое ур-ние

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x - 1 \\ x^3 - x^2 \\ \hline -2x^2 - 2x \\ -2x^2 + 2x \\ \hline -4x + 4 \\ -4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(x - 1)^2 (x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$x = 1$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0; \quad D = 4 + 16 = 20$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{2 - 2\sqrt{5}}{2} = 1 - \sqrt{5}$$

Ответ: $1; 1 + \sqrt{5}; 1 - \sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 2y \leq 2(1) \\ 2 - 2y \geq -2(3) \\ 2x - y \leq 1(4) \\ 2x - y \geq -1(2) \end{cases}$$

$$(1): x - 2y \leq 2 \quad x \leq 2y + 2 \quad 6x \leq 12y + 12$$

↓ +

$$(2): 2x + 1 \geq y \quad 3y \leq 6x + 3$$

$$6x + 3y \leq 12y + 6x + 15$$

$$-9y \leq 15$$

$$y \geq -\frac{5}{3}$$

$$(3): \begin{cases} x \geq 2y - 2 \\ 6x \geq 12y - 12 \end{cases}$$

$$+ \quad 6x + 3y \geq 12y + 6x - 15$$

$$(4): \begin{cases} y \geq 2x - 1 \\ 3y \geq 6x - 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 15 &\geq 9y \\ \frac{5}{3} &\geq y \end{aligned}$$

$$\frac{5}{3} \geq y \geq -\frac{5}{3}$$

(1) и (4)

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ 2x - y \leq 1 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 2 + 2y \\ x \leq \frac{2+y}{2} \end{cases}$$

$$x_{\max}, \text{ when } y_{\max}, \begin{cases} x \leq \frac{16}{3} \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow x \leq \frac{7}{3}$$

$$y = \frac{5}{3}$$

$$6x + 3y \leq 6 \cdot \frac{7}{3} + 3 \cdot \frac{5}{3}$$

$$6x + 3y \leq 15$$

$$6x + 3y \leq 15 \Rightarrow \text{правое значение } 13$$

Ответ: 13.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2 + n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

Число A состоит из двух множителей $m+2n$ и $m+2n-7$

Заметим, что они разной четности. Ч - четный
НЧ - нечетный

$$\begin{array}{l} \text{Пусть } m+2n-7 = \text{НЧ} \\ m+2n = \text{Ч} \end{array} \Rightarrow m+2n-7 = \text{НЧ}$$

$$\text{Ч} \cdot \text{НЧ} = \text{Ч}$$

Получается, что число A - четное, а $m+2n-7$ равно либо $1p^2$, либо $75q^2$, а они могут быть четными, если

p или q - четные. А p и q - простые числа. А единственное простое четное число - "2" $\Rightarrow$ или

$$A = 44$$

или

$$A = 300$$

Число B состоит из 2-х множителей mn и $(m+2n+9)$

Если множитель $mn = 4$, то m и n само число $B = 4$.

Если множитель $mn = 44$, то m и n - нечетные числа.

$$\text{Тогда } m+2n+9 = \text{НЧ} + \underbrace{4 + 4}_{=4} + 4 = 4 - \text{будет четным} \Rightarrow$$

$$B = 44$$

$$\text{или } B = 300$$

И тогда у нас получится 2 пары уравнений

$$\begin{cases} A = 44 \\ B = 300 \end{cases} (1)$$

$$\begin{cases} B = 44 \\ A = 300 \end{cases} (2)$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение (1)

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 44; \\ mn(m+2n+9) = 300; \quad (2) \end{cases}$$

Положим $m+2n = x$

$$x(x-7) = 44$$

$$x^2 - 7x - 44 = 0; D = 49 + 4 \cdot 44 = 176 + 176 = 352 \quad \sqrt{D} = 18$$

$$x_1 = \frac{7+18}{2} = 12.5$$

$$x_2 = \frac{7-18}{2} = -5.5$$

$$\begin{cases} m+2n=12.5 \\ m+2n=-5.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=12.5-2n \\ m=-5.5-2n \end{cases} \text{ подставляем в (2)}$$

$$\begin{cases} (12.5-2n)n \cdot 20 = 300; \\ (12.5-2n)n \cdot 15 = 300; \end{cases} \begin{cases} 12.5n - 2n^2 = 15; \\ -4n - 2n^2 = 60; \end{cases} \begin{cases} 2n^2 - 12.5n + 15 = 0 \quad (1) \\ 2n^2 + 4n + 60 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1): D = 12.5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 156.25 - 120 = 36.25 \quad \sqrt{D} = 6$$

$$\begin{cases} n = \frac{12.5 \pm 6}{2 \cdot 2} = 3 \\ n = \frac{12.5 \pm 6}{2 \cdot 2} = 5.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -6 \end{cases} \Rightarrow (5; 3) \text{ и } (-6; 5.5)$$

$$(2): D = 16 - 2 \cdot 4 \cdot 60 < 0, \Rightarrow \text{нет корней}$$

Решение (2)

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 300; \\ mn(m+2n+9) = 44; \end{cases} \text{ Положим } m+2n = y$$

$$y(y-7) = 300 \quad y^2 - 7y - 300 = 0$$

Проверим на арг. суп.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решаем 3 задачи

$$D = 49 + 300 \cdot 7 = 1249, \quad \sqrt{1249} - \text{не целое}$$

$$1249 \notin N \Rightarrow \sqrt{1249} - \text{число иррациональное} \Rightarrow$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

тогда числа иррациональные $\Rightarrow m + 2n$ тоже

иррациональное, а оно состоит из 2-х

целых. Неполучивших чисел $\Rightarrow$ такое невозможно $\Rightarrow$ одна из корней 1 пара.

Ответ: (5; 3)

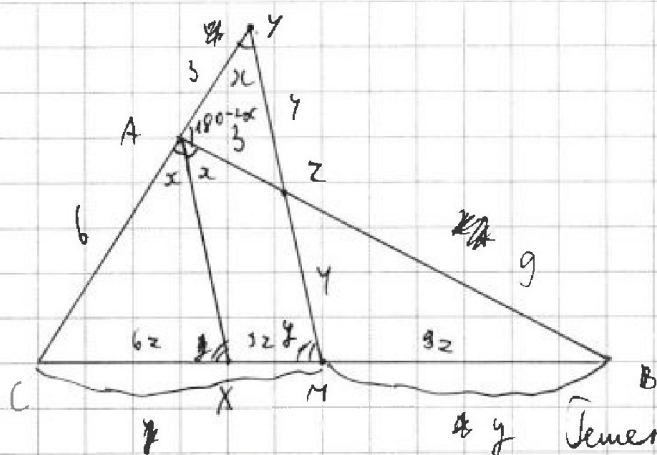


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$, AX — биссектриса, $MY \parallel AX$, $MY \perp AB = Z$, M — середина BC , $AC = 6$,
Найти: BC , $AZ = 3$, $YZ = 4$

Решение:

1. По условию $\angle CAX = 2$, $\angle CAX = \angle BAX = x$ (AX — биссектриса)

2. $AX \parallel YM$, секущая CY , $\angle CAX = \angle CYM$ (как соответственные)

6 — стороны 1 $\Rightarrow$

3. $\triangle AYZ$, $\angle YAZ = 180 - 2x$ ($\angle ZAC$ — внешний)

$$\angle YZA = 180 - (180 - 2x) - x = x \Rightarrow \triangle AYZ - \text{равнобедренный} \Rightarrow AY =$$

$$YZ = 3$$

4. По т. Менелая $\triangle CYM$, секущая AB ,

$$\frac{CA}{AY} \cdot \frac{YM}{ZM} \cdot \frac{MB}{BC} = 1$$

$$ZM = 4$$

5. По т. Менелая $\triangle CBA$, секущая YM ,

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{AC} = 1$$

$$BZ = 9$$

$$6. \text{ По т. Менелая } \triangle ABC, \text{ секущая } YZ, \text{ тогда } YZ = \sqrt{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1} = 2\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7. \frac{S_{ABYZ}}{S_{AYM}} = \frac{AY \cdot YZ}{CY \cdot YM} = \frac{3 \cdot \pi}{8 \cdot 82} \Rightarrow S_{ABYZ} = 12\sqrt{5}$$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$\begin{cases} x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y} \end{cases} - \text{в этом ур-нии, если мы } x \text{ за-}$$

меним на y и наоборот, то ничего не изменим $\Rightarrow$

$x = y$, $\Rightarrow$ подставим в (1)

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2} - 7$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 7 \\ 14+5x-x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$x+2 - 2\sqrt{14+5x-x^2} + 7-x = 56 + 10x - 4x^2 + 49 - 28\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\text{Положим } \sqrt{14+5x-x^2} = t, \quad t \geq 0$$

$$2 - 2t + 7 = 105 + 10x - 4x^2 - 28t$$

$$4x^2 - 10x - 96 = 30t$$

$$2x^2 - 10x - 48 = 15\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\begin{aligned} 4x^4 + 100x^3 + 250x^2 - 40x^3 - 192x^2 + 960x &= 3150 + 1125x - 225x^2 \\ 4x^4 - 40x^3 + 133x^2 - 165x - 846 &= 0 \end{aligned}$$

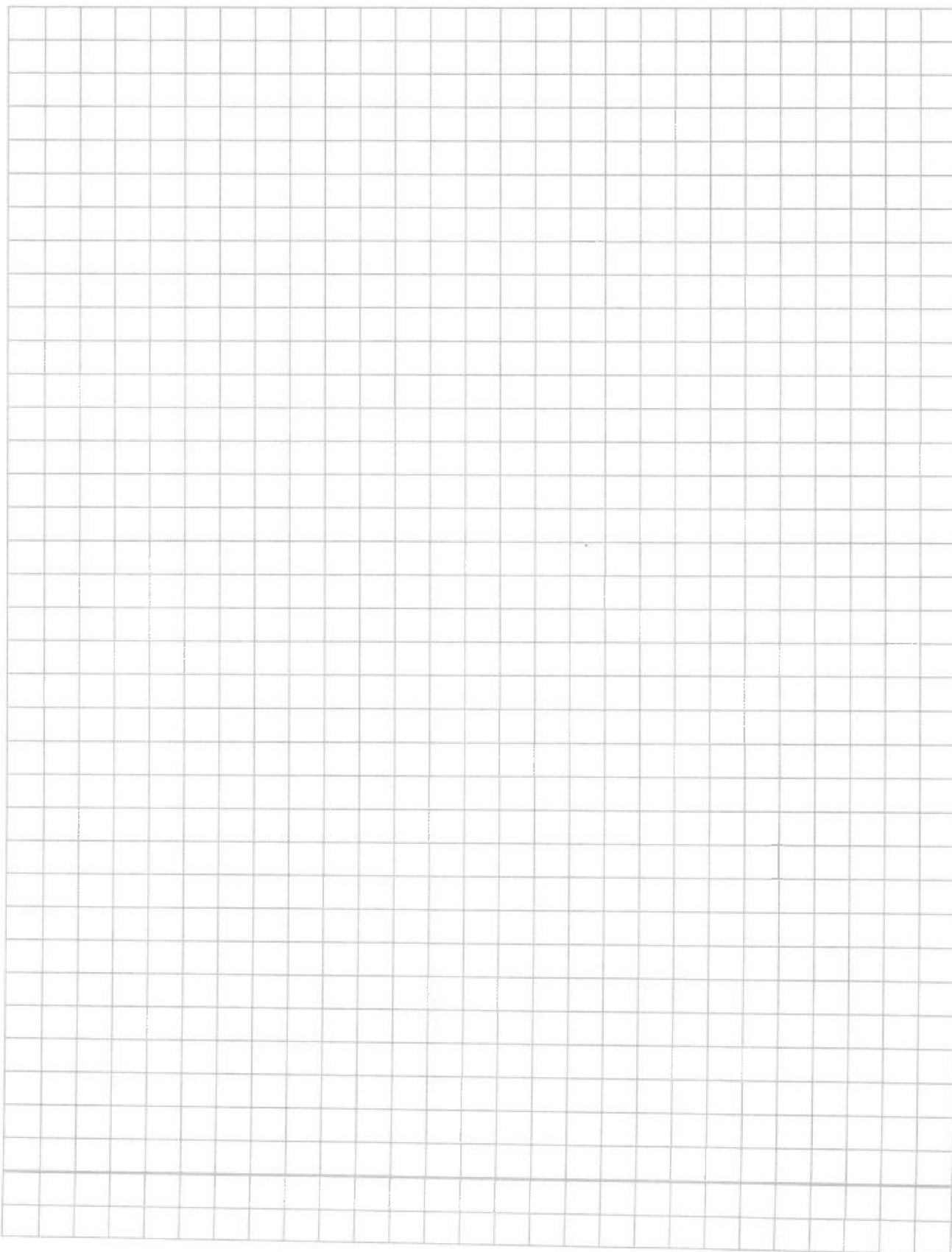


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



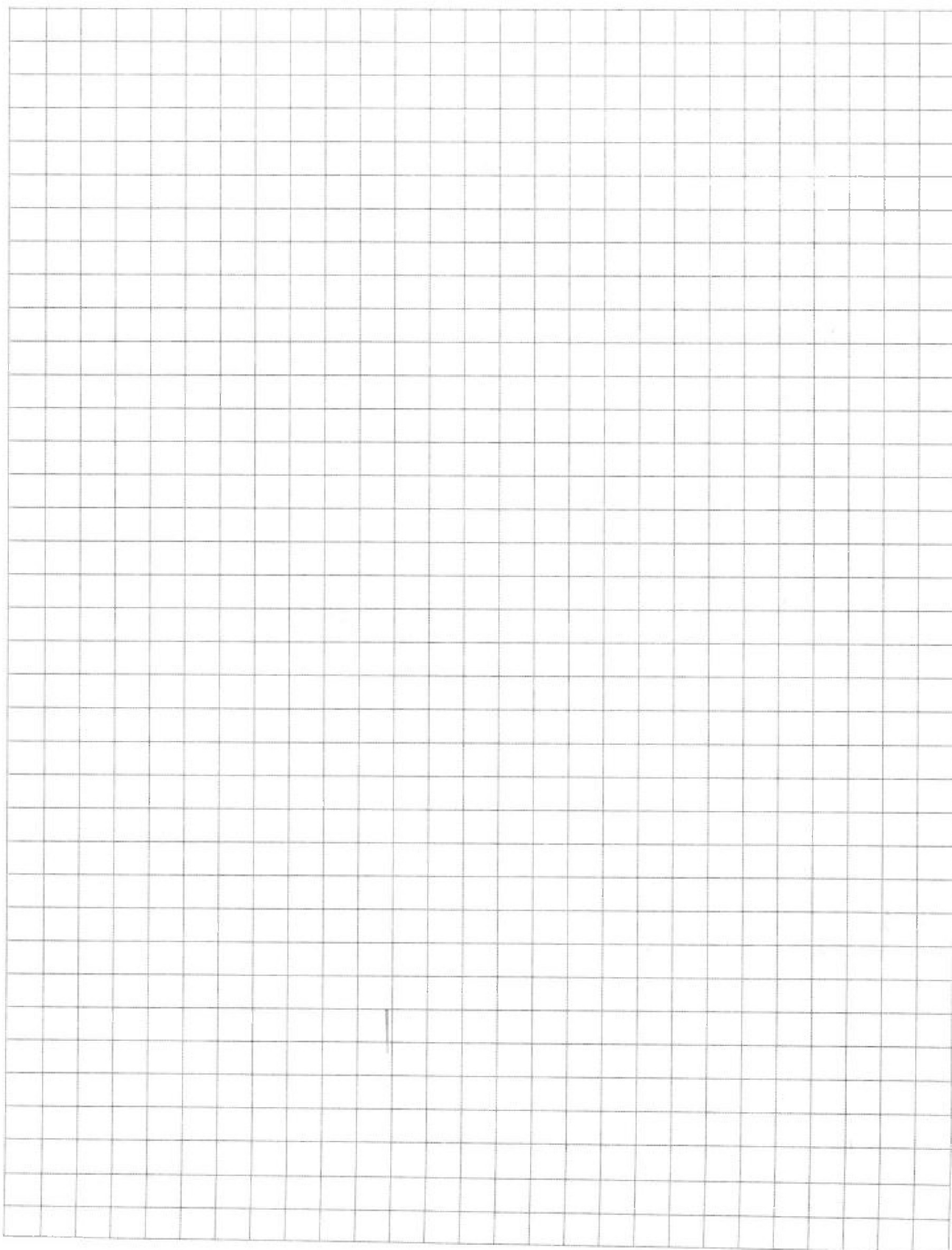


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

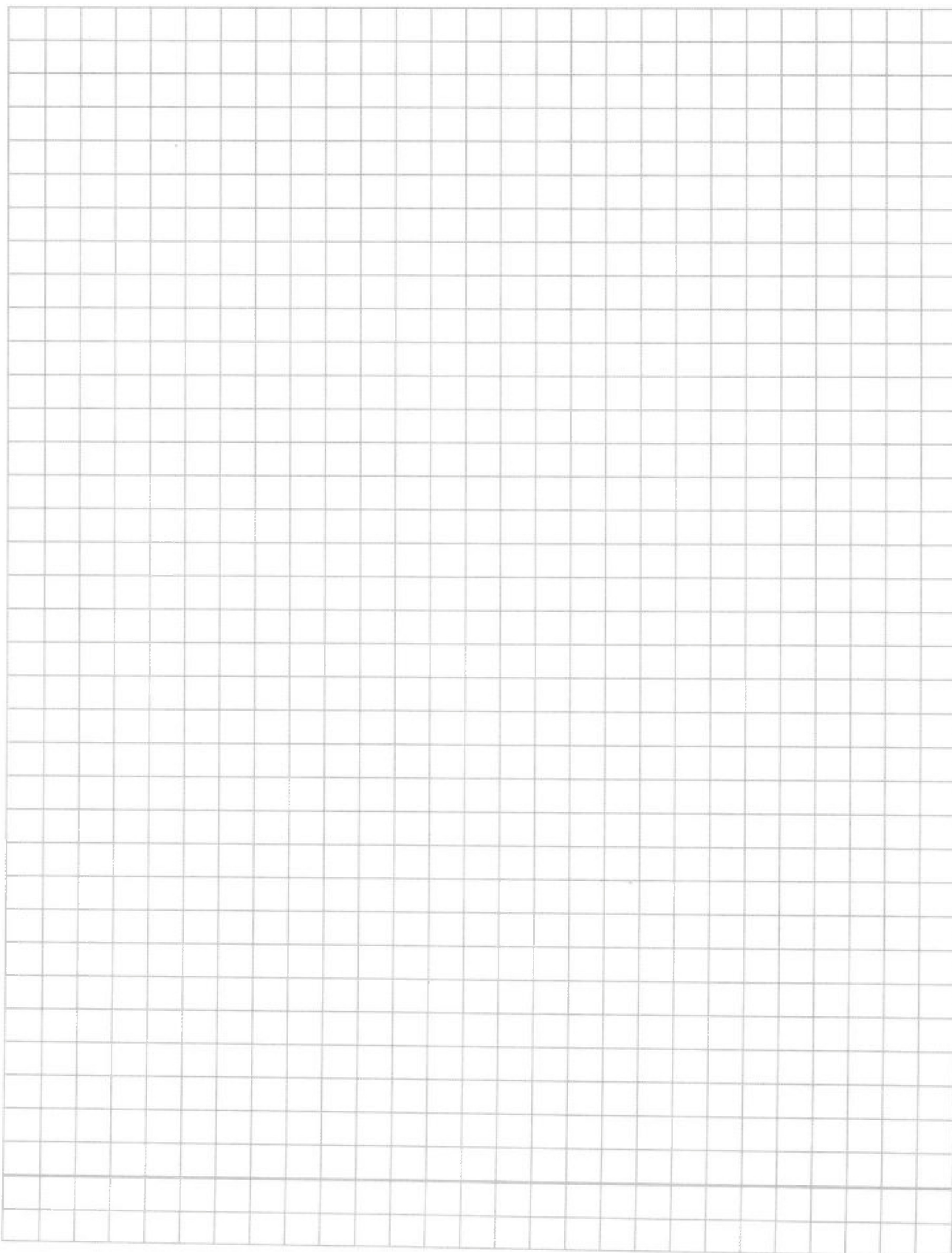
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



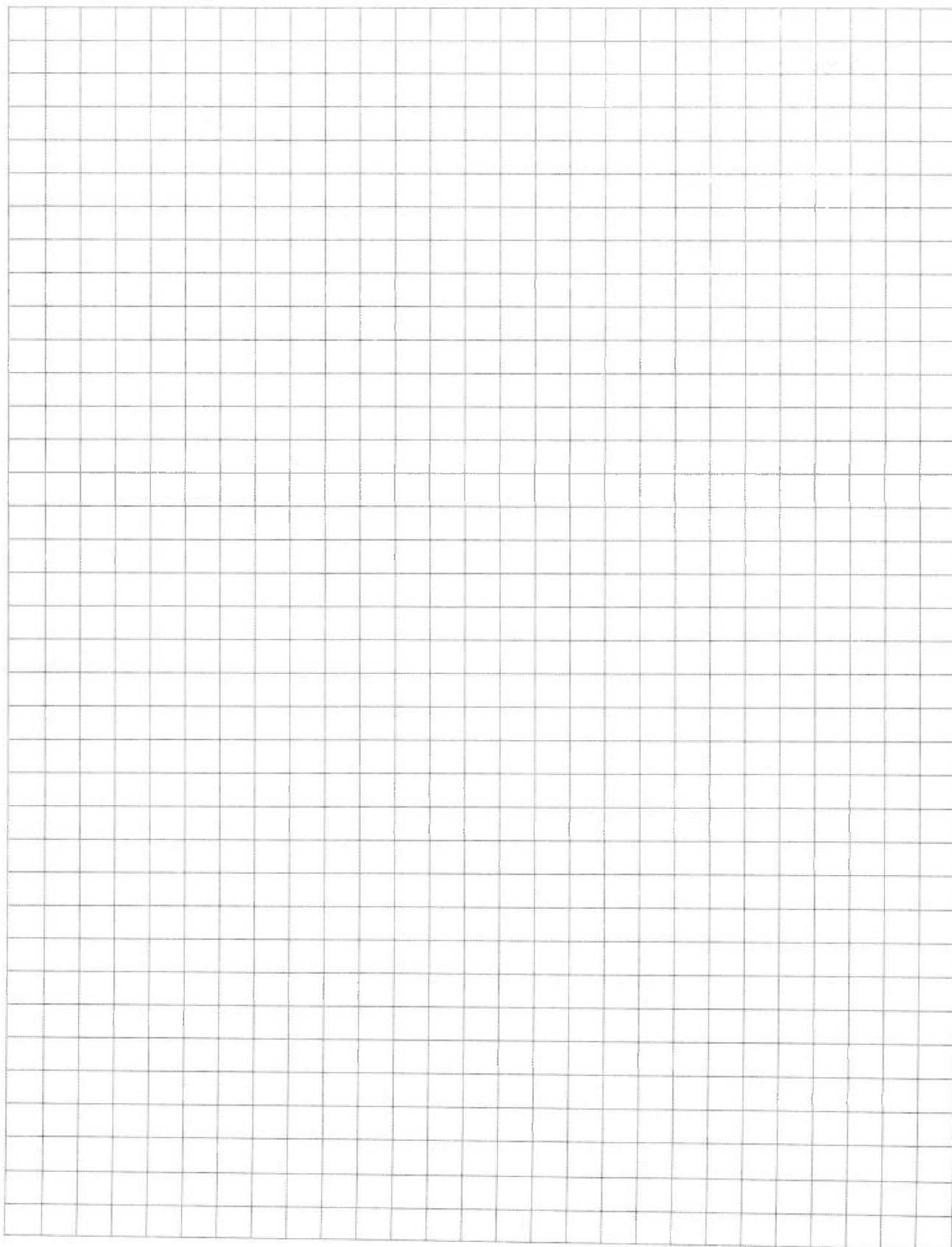


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9) =$$

$$p = 2$$

$$N = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

№ 6

$$44$$

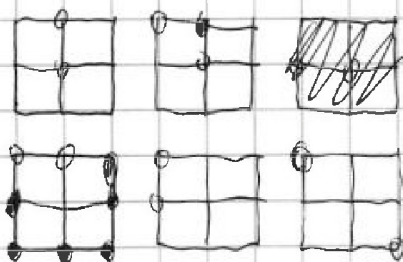
$$300$$

$$1 \times 1 \quad 1$$

$$2 \times 2 \quad 4$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 37 \\ \hline 224 \\ 960 \\ \hline 1184 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 37 \\ \hline 224 \\ 960 \\ \hline 1184 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 33 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6x \geq 12y + 12 \\ 3y \geq 6x - 3 \\ 6x + 3y \geq 12y + 6x + 15 \\ -15 \\ 15 \geq 3y \\ 5 \geq y \\ \frac{5}{3} \geq y \end{array}$$

$$x - 2y \leq 2$$

$$x - 2y \geq -2$$

$$6x \leq 12 + 12y$$

$$6x \geq 12y - 12$$

$$2x + 1 \leq y$$

$$2x + 1 \geq y$$

$$2x + 1 \geq y$$

$$x + y \leq 2x + 2y + 3$$

$$x + y \geq 2x + 2y - 3$$

$$6x + 3y \leq 12y + 6x + 15$$

$$-9y \leq 15$$

$$y \leq$$

$$2x - y \leq 1$$

$$2x - y \geq -1$$

$$2x - 1 \leq y$$

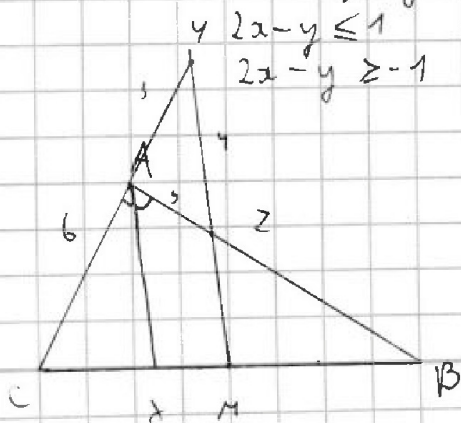
$$2x + 1 \geq y$$

$$6x - 3 \leq 3y$$

$$6x + 3 \leq 3y$$

$$3y \geq 6x - 3$$

$$3y \leq 6x + 3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

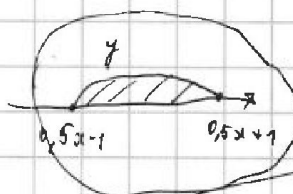
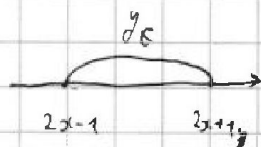
$$\{x - 2y \in \mathbb{Z}\}$$

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2; \\ x - 2y \geq -2; \\ 2x - y \leq 1; \\ 2x - y \geq -1; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x - 2 &\leq 2y \\ x + 2 &\geq 2y \\ 0,5x & \\ 0,5x - 1 &\leq y \\ 0,5x + 1 &\geq y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &\leq 2 + 2y \\ x &\geq 2y - 2 \\ x &\leq 0,5y + 0,5 \\ x &\geq 0,5y - 0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 1 &\leq y \\ 2x + 1 &\geq y \end{aligned}$$



$$6x - 3 \leq 3y \leq 6x + 3$$

$$x \geq -1$$

$$\sqrt{x+2} - 2\sqrt{14+5x-y} + \sqrt{7-y} = -7$$

$$x(y+2)(7-y) = 7y - y^2 + 14 - 2y$$

$$x \geq -1$$

$$y \leq 7$$

$$14 + 5x - y^2 \geq 0$$

$$2x + 2 \quad x + 2 - 2\sqrt{(x+2)(7-y)} + 7 - y = 7$$

$$x^2 + 3x + \sqrt{2x} = y^2 + 23y + \sqrt{2y}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} - 2\sqrt{(x+2)(7-y)} = -7$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} - 2\sqrt{(x+2)(7-y)} = -7$$

$$a - b - 2ab = -7$$

$$a(1-2b) = \frac{b-7}{1-2b}$$

$$\frac{5}{3} \geq y \geq -\frac{5}{3}$$

$$x \leq 2 + 2y$$

$$\leq \frac{10}{3}$$

$$\frac{16}{3}$$

$$x \geq 2y - 2$$

$$x \leq \frac{y+1}{2} \quad \frac{y}{3}$$