



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} 14x + 7y \rightarrow \min \\ |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \geq 8 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

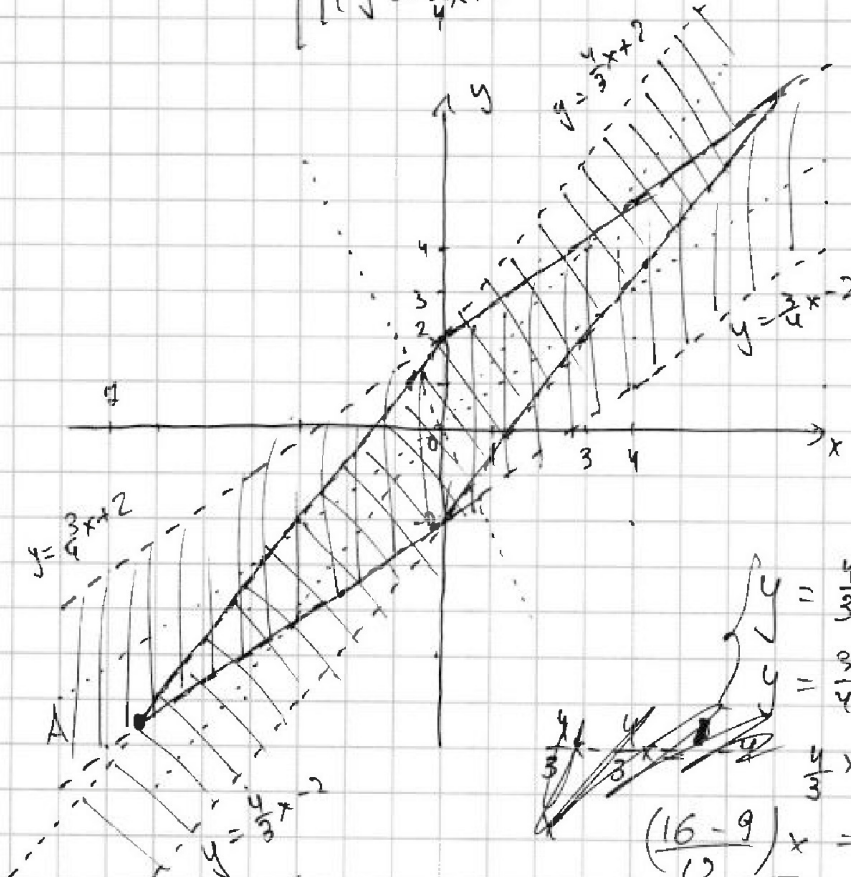
$$\begin{cases} y \leq \frac{4}{3}x \\ y \geq \frac{4}{3}x - 2 \\ y \geq \frac{4}{3}x \\ y \leq \frac{4}{3}x + 2 \\ y \leq \frac{3}{4}x \\ y \geq \frac{3}{4}x - 2 \\ y \geq \frac{3}{4}x \\ y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$$

Пусть $14x + 7y = a$

$$y = \frac{a - 14x}{7} = -2x + \frac{a}{7}$$

т.е. $a \rightarrow \min$, то из семейства прямых с наклоном -2 нужно выбрать самую нижнюю, имеющую точку в допустимой области.

Такая прямая пересекается с областью в т. А, ее уравнение:



$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 2 \\ y = \frac{3}{4}x - 2 \end{cases}$$

$$\frac{4}{3}x - \frac{3}{4}x = -4$$

$$\left(\frac{16-9}{12}\right)x = -4$$

$$x = \left(\frac{-48}{7}\right)$$

$$y = -\frac{3}{4} \cdot \frac{48}{7} - 2 = -\frac{36}{7} - 2 = \left(\frac{-50}{7}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим координ. А в урав-е:

$$14 \cdot \left(1 - \frac{48}{7}\right) + 4 \cdot \left(-\frac{50}{7}\right) = a$$

$$2(-48) - 50 = a$$

$$a = -(50 + 96) = -146$$

Ответ: -146



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$$

$$B = m^2n + 3mn - mn^2$$

$$13p^2 \quad 3q^2$$

$$A = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m+n+3)$$

Предположим что $m-n=p$, $m-n+9=13p$,
какого бы не было, о.и

$$9 = 12p - \text{ка раш в } \mathbb{N}$$

~~Анализировать то же самое $\Rightarrow 13p$ или $m-n+9=13p$ или $m-n+9=13p$ или $m-n+9=13p$~~

Пусть $m-n=p^2$
 $m-n+9=13$, тогда

$$p^2 = 4 \Leftrightarrow p = 2, \text{ о.и. } p \in \mathbb{N}$$

тогда $m = n + 4$.

Если $m-n+9=1$, то
 $m-n < 0$ - не раш

Пусть $\begin{cases} m-n=13 \\ m-n+9=p^2 \end{cases}$
 $22=p^2$ - не раш в $\mathbb{N}$

Пусть $\begin{cases} m-n=1 \\ m-n+9=13p^2 \end{cases}$
 $10=13p^2$ - не раш в $\mathbb{N}$.

~~или~~

Получим, что
или $A = 13p^2$, то
 $m = n + 4$
тогда раш $B = 3q^2$

Пусть $\begin{cases} mn=3 \\ m+n+3=q^2 \end{cases}$
 $m+n=4 \Rightarrow q^2=7$ - не раш в $\mathbb{N}$

Пусть $\begin{cases} mn=q^2 \\ m+n+3=3 \end{cases}$
 $m+n=0$ - не раш в $\mathbb{N}$

Пусть $\begin{cases} mn=3q \\ m+n+3=q \end{cases}$
 $m = \frac{3q}{n}$
 $\frac{3q}{n} + n + 3 = q \quad | \cdot n$

$$3q + n^2 + 3n = qn$$

$$q = \frac{n(n+3)}{3-n}$$

о.и. q - простое, то

Ответ: $(m; n) = (t+4; t), t \in \mathbb{N}, v(1; 2)$

Пусть $\begin{cases} mn=q \\ m+n+3=3q \end{cases}$
 $m = \frac{q}{n}$
 $\frac{q}{n} + n + 3 = 3q \quad | \cdot n$
 $q + n^2 + 3n = 3qn$
 $q = \frac{n(n+3)}{3n-1}$
 $q = 2$
 $n = 3n-1 \Rightarrow 3n-1 = n+3$
 $2n = 4$
 $n = 2 \Rightarrow m = 1$

$\begin{cases} n = 3-n - \text{ка раш в } \mathbb{N} \\ n+3 = 3-n - \text{ка раш в } \mathbb{N} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Решено } \begin{cases} m-n=q^2 \\ m-n+q=3 \end{cases}$$
$$q^2 = -6 \quad \emptyset$$

$$\text{Решено } \begin{cases} m-n=3 \\ m-n+q=q^2 \end{cases}$$
$$12=q^2 \quad \emptyset$$

$$\text{Решено } \begin{cases} m-n=3q \\ m-n+q=q \end{cases}$$
$$3q+q=q \quad \emptyset$$

$$\text{Решено } \begin{cases} m-n=q \\ m-n+q=3q \end{cases}$$
$$q+q=3q \quad \textcircled{\times}$$

$$\text{Решено } \begin{cases} m-n=1 \\ m-n+q=3q^2 \end{cases}$$
$$10=3q^2 \quad \emptyset$$

$$\text{Решено } \begin{cases} m-n=3q^2 \\ m-n+q=1 \end{cases} \quad \text{отриц} \quad \emptyset$$

Докажем, что есть только одна серия и то она

$$\text{Отв: } (m; n) = (t+4, t), t \in \mathbb{N}, \cup (1; 2)$$

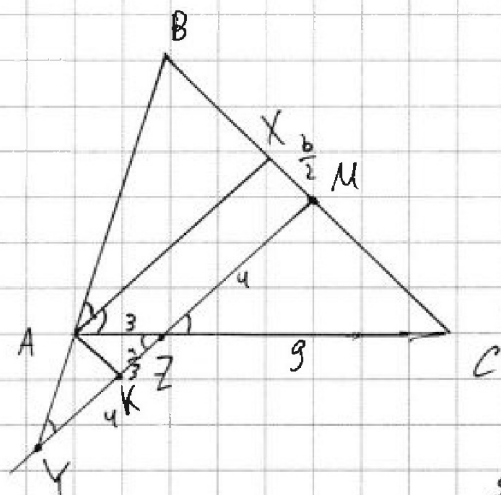


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~1) Пусть $BM = a$, тогда $CM = a$, т.к. M - середина BC~~
 Пусть $BX = b$, тогда $CX = BC - b = 2a - b$

2) т.к. $ZM \parallel AX$, и AX - биссектриса, то

$$\angle BAX = \angle XAC = \angle ZMC = \angle AYZ \text{ (соответ.)}$$

3) т.к. $\angle B$ - общий, $\angle AYZ = \angle BAX$, то $\triangle ABX \sim \triangle YBM$ (YY)

$$\Rightarrow \frac{BX}{BM} = \frac{AX}{YM} = \frac{AX}{4 + ZM}$$

4) т.к. $\angle C$ - общий, $\angle XAC = \angle ZMC$, то $\triangle XAC \sim \triangle ZMC$ (YY) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{AX}{ZM} = \frac{AC}{ZC} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow AX = 3 ZM$$

с учетом обозн. имеем:

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{AX}{4 + ZM} \\ \frac{2a - b}{a} = \frac{AX}{ZM} \end{cases} \quad 2 - \frac{b}{a} = \frac{\frac{4}{3} ZM}{ZM} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{т.к. } BC = 2a, \text{ то } BC = 2 \cdot \frac{3}{2} b = 3b$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\frac{4}{3} ZM}{4 + ZM}$$

$$\begin{aligned} 8 + 2ZM &= 4ZM \\ 8 &= 2ZM \\ ZM &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) XM &= BM - BX = a - b = \\ &= \frac{3}{2} b - b = \frac{b}{2} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Д.н: $AK \parallel BC$, $K \in YM$, тогда т.ч. $AX \parallel KM$, то

AKM к-пар-ми по опр $\Rightarrow XM = AK = \frac{b}{2}$.

7) $\angle AZK = \angle MZC$ (вертикальные), $\angle AKZ = \angle ZMC$ (накр. сме)

$$\Rightarrow \triangle AKZ \sim \triangle CMZ (YY) \Rightarrow \frac{KZ}{AZ} = \frac{ZM}{ZC} \Rightarrow KZ = \frac{AZ \cdot ZM}{ZC}$$

$$= \frac{3 \cdot 4}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow YK = YZ - KZ = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

8) По св-ву бисс-сы: $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} \Rightarrow AB = \frac{BX \cdot AC}{XC} =$

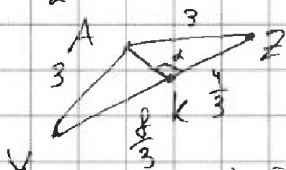
$$= \frac{6}{26} \cdot 12 = \frac{12}{2} = 6.$$

9) ~~из подобия $\triangle ABX$ и $\triangle BMX$ $\Rightarrow \frac{AB}{BM} = \frac{BX}{MX} = \frac{3}{5}$~~

~~$\frac{AB}{AY} = \frac{3}{5}$~~ По т. Палеса т.ч. $AX \parallel YM$, то

$$\frac{AY}{AB} = \frac{XM}{BX} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow AY = \frac{AB}{2} = 3$$

Рассм $\triangle YAZ$:



тогда $\angle AKZ = \alpha$, тогда

$$\angle AKY = 180^\circ - \alpha$$

$$\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$$

т.ч. по гл $\triangle AKZ$:

$$9 = AK^2 + \frac{16}{9} - 2AK \cdot \frac{4}{3} \cos \alpha \Rightarrow \frac{8}{3} AK \cos \alpha = AK^2 + \frac{16}{9} - 9$$

т.ч. по гл $\triangle AKY$:

$$9 = AK^2 + \frac{64}{9} + 2AK \cdot \frac{8}{3} \cos \alpha$$

$$9 = AK^2 + \frac{64}{9} + 2(AK^2 + \frac{16}{9} - 9) \Rightarrow 9 = AK^2 + \frac{64}{9} + 2AK^2 + \frac{32}{9} - 18$$

$$3AK^2 = 27 - \frac{32}{9} \quad AK = \sqrt{9 - \frac{32}{9}}, \text{ т.ч. } AK > 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 10) \quad Ak &= \frac{b}{2}, \quad B^C = 3b = 6 \cdot \frac{b}{2} = 6Ak = 6\sqrt{9 - \frac{32}{9}} = \\ &= 6\sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{6 \cdot 7}{3} = 14 \end{aligned}$$

Ответ: 14

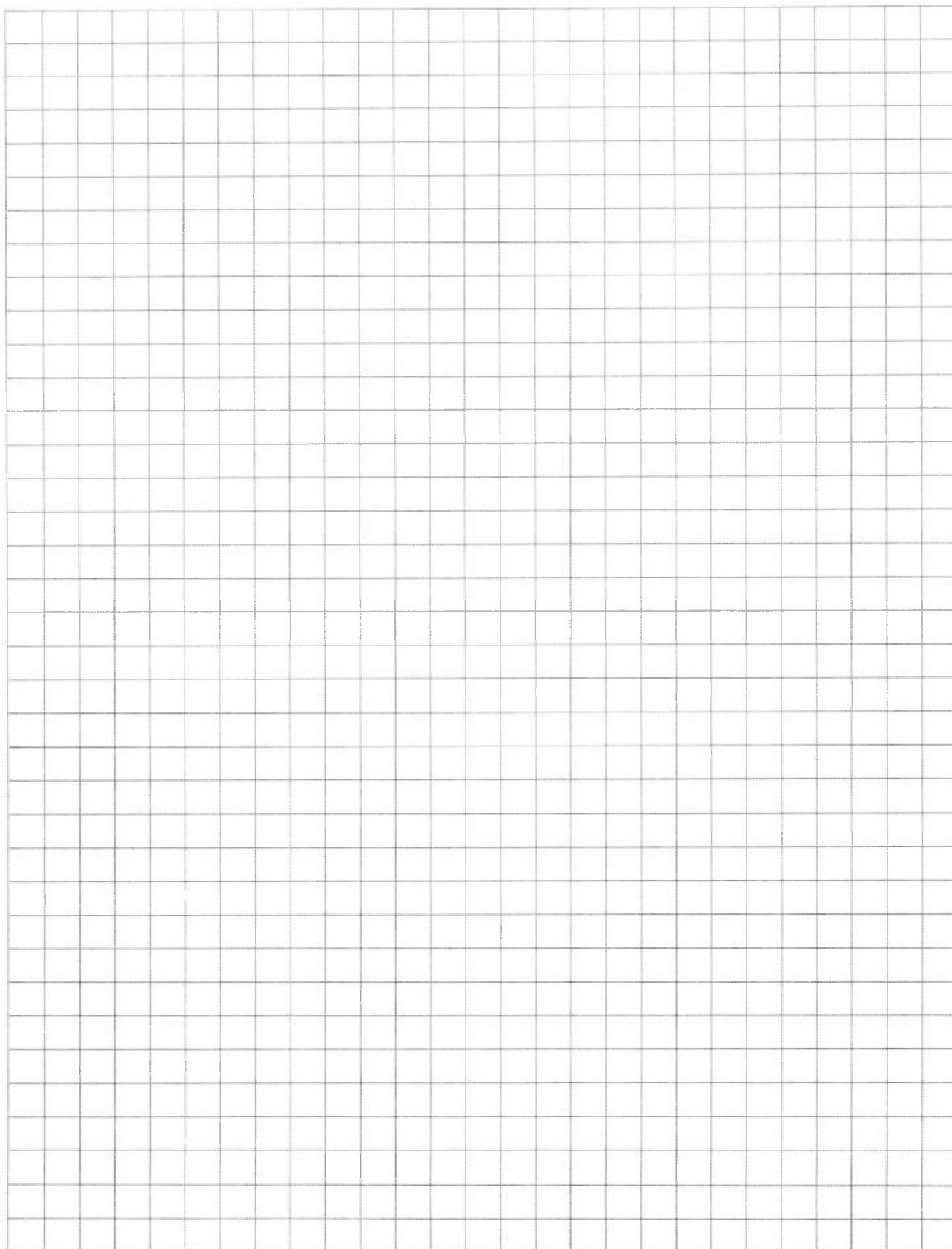


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (1)$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \quad (2)$$

$$4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

т.к. x, y по корням четкой степени, то $x \geq 0, y \geq 0$.

заметим, что если $x > 0$, то $x^4 > y^4 \Rightarrow x^4 - y^4 > 0$,

$x - y > 0$, и $\sqrt[4]{x} > \sqrt[4]{y} \Rightarrow \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} > 0$, т.е.

все слагаемые положительны и их сумма положительна,

т.е. нет решений. Аналогично если $x < y$, тогда

левая часть < 0 - нет. реш. Остается единственная

варианта $x = y$, подставим в (1)

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x+6} = a, \sqrt{5-x} = b, \text{ тогда}$$

$$a - b + 5 = 2ab, \sqrt{30-x-x^2} = \sqrt{x+6}\sqrt{5-x} \text{ - следом}$$

$$b^2 = 5 - x$$

$$-b^2 = x - 5$$

$$11 - b^2 = x + 6$$

$$a = \sqrt{x+6} = \sqrt{11-b^2}$$

$$\sqrt{11-b^2} + b + 5 = 2b\sqrt{11-b^2}$$

ограничений, т.к. корни по определению уже встречаются



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

количество расписок с симм. оснаниями = $\frac{100}{2} = 50$

количество расписок без симм. оснания:

$$\frac{100 \cdot 99}{2} - \frac{100}{2} = \frac{100 \cdot 98}{2} = 50 \cdot 98$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 50 \\ \hline 0 \end{array}$$

По написанному выше общее количество товаров:

$$\frac{50 \cdot 98}{2} + \frac{50}{2} = 25 \cdot 98 + 25 = 25 \cdot 100 = 1250$$

Ответ: 1250



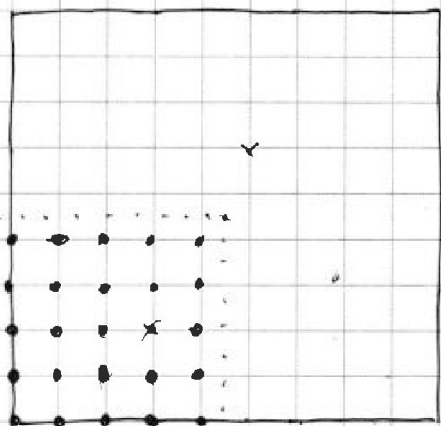
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~№ 16 + 5 = 21~~



Если рассуждать от 1 до 5
можно выбрать только 0,
два (стоять уже не надо), что
их сумма квадратов даёт квадрат
 $3^2 + 4^2 = 5^2$, и. т. д.

т. е. раскраски переходящие поворотами друг в друга
равны, то в данную раскраску можно
перейти ещё 3 такими же, и только 3, (повороты на
 $90^\circ, 180^\circ$, и 270°) тогда количество раскрасок в задаче
в 4 раза меньше ~~от~~ количества раскрасок из задачи.
а это $(10 \cdot 10) - (10 \cdot 10 - 1) -$ выбор второго
 $\oplus$ — перестановка
 $\oplus 20 \cdot 99$

— Но это если 2 точки не находятся симметрично
центра квадрата, в том случае при повороте раскраски
квадрата их уже или их переставили, поэтому если
точки центр. сим., то в данную раскраску поворотом перейти
может лишь одна



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_5 = 6x + 18 \\ a_4 = (x^2 - a_5)^2 \\ a_3 = -3x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 + 4d = 6x + 18 & (1) \\ a_1 + 6d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 & (2) \\ a_1 + 10d = -3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (2): 4d = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$d = \frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{4}$$

$$(2) - (1): 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$\frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{2} = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 \cdot 2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad |:3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

1	-8	17	-4	-12
2	1	-6	5	6
2	1	-4	-3	0

$$(x-2)^2(x^2-4x-3)=0 \quad D=4^2+3 \cdot 4=16+12=28$$

$$(x-2)^2(x-(2+\sqrt{7}))(x-(2-\sqrt{7}))=0 \quad x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=2 \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } 2; 2 \pm \sqrt{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

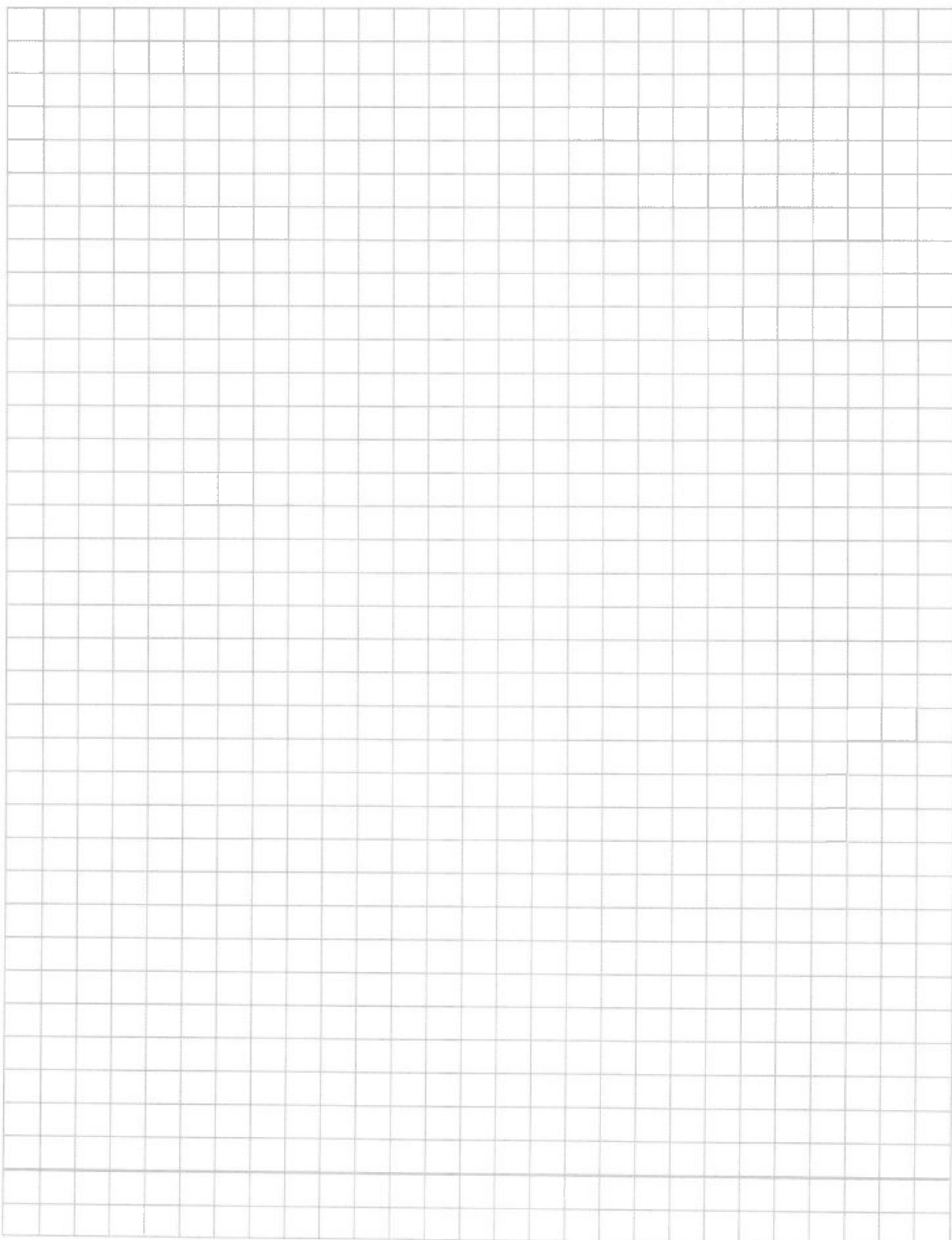
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BX}{BM} = \frac{AX}{YM} = \frac{10}{8M}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{12y}{4+9y} \\ 1 - \frac{b}{a} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{12y}{4+9y}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{4+2M}$$

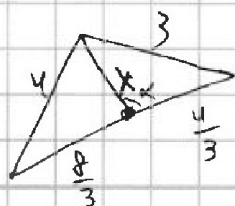
$$2 = \frac{AX}{4+2M} + \frac{AX}{2M}$$

$$2 = \frac{\frac{4}{3} \cdot 2M}{4+2M} + \frac{4}{3}$$

$$\frac{b}{a} - 2 = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$$



$$\frac{BX}{BM} = \frac{AX}{YM}$$

$$\frac{CX}{CM} = \frac{AX}{ZM}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{AX}{4+2M} \\ \frac{2a-b}{a} = \frac{AX}{2M} \end{cases}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{AX}{2M}$$

$$\frac{AX}{4+}$$

$$\frac{AX}{4+2M} = \frac{2}{3}$$

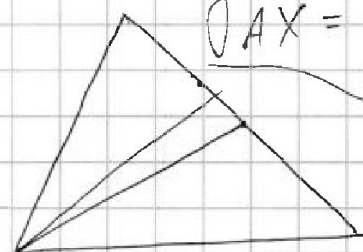
$$3AX = 8 + 2ZM$$

$$4ZM = 8 + 2ZM$$

$$2ZM = 8$$

$$ZM = 4$$

$$\begin{cases} 9 = \frac{16}{9} + x^2 - \frac{2 \cdot 4}{3} \cos \alpha \\ 16 = \frac{64}{9} + x^2 + \frac{2 \cdot 4}{3} x \cos \alpha \end{cases}$$



$$AX = \frac{4}{3} \cdot 2M$$

$$AX = \frac{16}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 6x + 18$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = (-3x^2)$$

$$(1) \begin{cases} a_1 + d \cdot 4 = 6x + 18 \\ a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 \\ a_1 + 10d = -3x^2 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 \\ a_1 + 10d = -3x^2 \end{cases}$$

$$(2) - (1) : 4d = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = -x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$d = \frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{4} = \frac{-16 + 64 - 76}{4} = -3$$

$$(2) - (1) : 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$\frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{2} = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 \quad | :2$$

$$-x^4 + 8x^3 - 19x^2 = 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & -8 & 17 & -4 & -12 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 2 & 1 & -6 & 5 & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} -2 & 1 & -10 & 31 & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 3 & 1 & -5 & 2 & -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} -3 & 1 & -11 & \end{array}$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$(3) - (1) : 6d = -3x^2 - 6x - 18$$

$$2d = -x^2 - 2x - 6$$

$$D = 4 + 4 \cdot 6 = 28$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$D = 16 + 3 \cdot 4 = 16 + 12 = 28$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & -8 & 17 & -4 & -12 \\ 5 & 1 & -3 & 2 & 6 \end{array}$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6)$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & -6 & 5 & 6 \end{array}$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3)$$

$$(x-2)^2/x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9 - \frac{16}{9} - x^2 = \frac{8x \cos \alpha}{3}$$

$$\frac{-32 \pm \sqrt{32^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14}}{2 \cdot 1}$$

$$16 = \frac{64}{9} + x^2 + 2 \left(9 - \frac{16}{9} - x^2 \right)$$

$$(x+6)(5-y) =$$

$$16 = \frac{64}{9} + x^2 + 18 - \frac{32}{9} - 2x^2$$

$$= 5x - xy + 30 - 6y$$

$$16 = -x^2 + \frac{32}{9} + 18$$

$$x^2 = \frac{32}{9} + 18 - 16 = \frac{32}{9} - 2 = \frac{14}{9} \quad x = \frac{\sqrt{14}}{3} = \frac{b}{2}$$

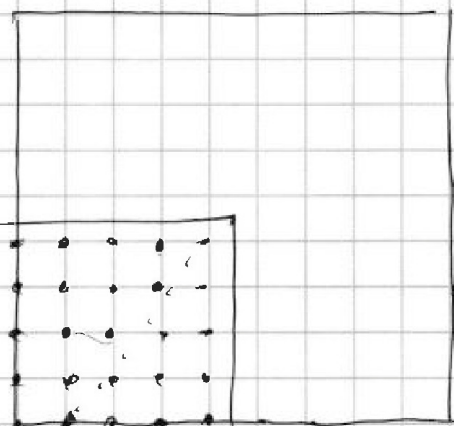
$$BC = 3b = 6 \cdot \frac{b}{2} = 2\sqrt{14}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \end{cases}$$

$$4x^4 - 4y^4 + x - y + 5\sqrt[4]{x} - 5\sqrt[4]{y} = 0$$

$$4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$(a-b+c)(a-b+c) = a^2 - ab + ac - ab + b^2 - bc + ac - bc + c^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A \quad m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$$

$$B \quad m^2 n + mn^2 + 3m^2 = mn(m+n)$$

$$13p^2$$

$$3q^2$$

$$\frac{10}{32}$$

$$\frac{32}{49}$$

$$(m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$m^2 n (m+n+3)$$

$$13p^2$$

$$13p^2$$

$$13p \cdot p \times$$

$$3q \cdot q$$

$$3q^2$$

①

$$m-n=p^2$$

$$m-n+9=13$$

$$m=n+4$$

$$4=p^2 \quad n(n+3)=2q$$

$$A \quad p^2 \quad 13 \quad m=n+4$$

$$m-n=13$$

$$m-n+9=p^2$$

$$mn=9$$

$$m+n+3=3q$$

$$m=\frac{9}{n}$$

$$m=n+3$$

$$22=p^2$$

$$q+n^2+3n=3q$$

$$mn=3q$$

$$m+n+3=q$$

$$3m+3n+9=mn$$

$$\frac{3q}{9} = \frac{1}{3}$$

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{12-1}{2}$$

$$\frac{BX}{BM} = \frac{AX}{YM} = \frac{AX}{4+2M}$$

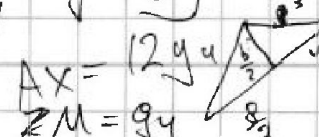
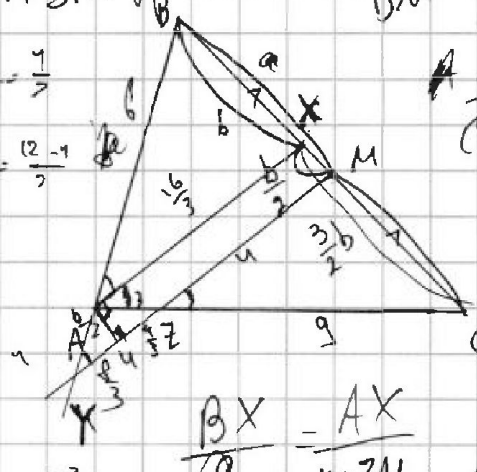
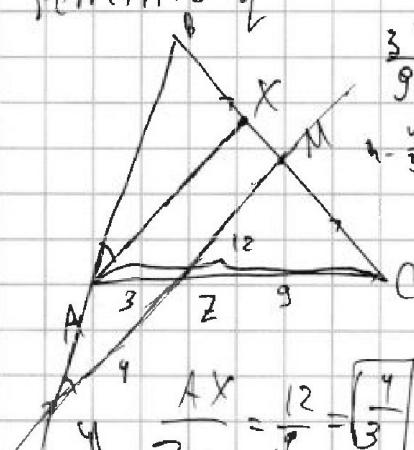
$$\frac{CX}{CM} = \frac{AX}{2M}$$

$$\frac{12-2}{3} = \frac{1-b}{a}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{AX}{4+2M}$$

$$\frac{1-b}{a} = \frac{AX}{2M}$$

$$\frac{1-b}{a} = \frac{4}{3}$$



$$\frac{BX}{a} = \frac{AX}{4+2M}$$

$$\frac{CX}{a} = \frac{AX}{2M}$$