



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

Пусть a - 1-ый член арифм. прогрессии,
 d - разность прогрессии. Тогда $a + 3d = 6 - 9x$,

$$a + 5d = (x^2 - 2x)^2, \quad a + 9d = 9x^2$$

$$\cancel{a + 3d} \quad a + 5d - (a + 3d) = 2d$$

$$a + 5d - (a + 3d) = (x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x) =$$

$$= (x^2 - 2x)^2 + 9x - 6; \quad (x^2 - 2x)^2 + 9x - 6 = 2d$$

$$a + 9d - (a + 5d) = 4d = 2 \cdot 2d$$

$$\cancel{a + 9d}$$

$$a + 9d - (a + 5d) = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2$$

Умнож. $2 \cdot 2d = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2$

$$2d = (x^2 - 2x)^2 + 9x - 6$$

$$9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 2(x^2 - 2x)^2 + 18x - 12$$

$$3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2 + 18x - 9 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 3x^2 + 6x - 3 = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 3(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 - (\sqrt{3}(x - 1))^2 = 0$$

$$(x^2 - 2x - \sqrt{3}(x - 1))(x^2 - 2x + \sqrt{3}(x - 1)) = 0$$

$$x^2 - 2x - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0 \quad \text{или} \quad x^2 - 2x + \sqrt{3}x - \sqrt{3} = 0$$

$$x^2 - (2 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$$

$$x^2 + (\sqrt{3} - 2)x - \sqrt{3} = 0$$

$$D = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 4\sqrt{3} = 7$$

$$D = 3 + 4 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7$$

$$x = \frac{2 + \sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$x = \frac{2 - \sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $x = \frac{2+\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}, \frac{2+\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}, \frac{2-\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}, \frac{2-\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}$.

$$3(x^2-2x)^2 - 9x^2 + 18x - 12 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2-2x)^2 - 3x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$(x^2-2x)^2 - (3x^2-6x+4) = 0$$

$$(x^2-2x)^2 - 3(x^2-2x) - 4 = 0$$

Замена $x^2-2x = t$

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$(t-4)(t+1) = 0$$

$$t = 4 \text{ или } t = -1$$

Обратная замена:

$$x^2-2x=4 \quad \text{или} \quad x^2-2x=-1$$

$$x^2-2x-4=0$$

$$x^2-2x+1=0$$

$$(x-1)^2=0$$

$$x-1=0$$

$$x-1=0$$

$$x=1$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5$$

$$x = 1 \pm \sqrt{5}$$

Ответ: $x = 1; x = 1 + \sqrt{5}; x = 1 - \sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы макс. значение $3x + 6y = 13$, а это есть $3x + 6y$. Необходимо привести пример того, что такое возможно. В двух нерав-вах (*) можно достигаться рав-во на верхней границе

$$\begin{cases} 5y - z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{2}z - 5y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y = 4 + z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5z - 10y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y = 4 + \frac{13}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{65}{3} - 10y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15y = 12 + 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10y = \frac{+550}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Сущ. x для y :

$$3 \cdot \frac{5}{3} + 6x = 13$$

$$6x = 13 - 5 = 8; x = \frac{4}{3}$$

Проверим что такая пара x и y удов. и x и y границе также и введем тут же подст. в изнач. систему

$$\begin{cases} \left| \frac{4}{3} - \frac{10}{3} \right| \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2| \leq 2, \text{ да } y \text{ удов.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left| \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \right| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |1| \leq 1, \text{ да } x \text{ удов.} \end{cases}$$

Ответ: 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$x-2y-(2x-y)=x-2y-2x+y=-x-y$$

$$2x-y-(x-2y)=x+y$$

Пусть $3y+6x=z$, $t=2y+x$ $(x+y)$

$$z-2t=3y+6x-4y-2x$$

$$z+t=x-2y \quad z=y+2x, \text{ т. е. максимизировать можно } z$$

найдём максим. знач. z а мин. на 3.

$$z-2y=y+2x-2y=2x-y; \quad \frac{z}{2}=x+\frac{y}{2}; \quad \frac{z}{2}-\frac{5}{2}y=$$

$$=x+\frac{y}{2}-\frac{5}{2}y=x-2y.$$

Чтобы систему можно переписать в след. виде:

$$\begin{cases} |\frac{z}{2}-\frac{5}{2}y| \leq 2 \cdot 2 \\ |z-2y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |z-5y| \leq 4 \\ |z-2y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -4 \leq z-5y \leq 4 \\ -1 \leq z-2y \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq z-5y \leq 4 \quad | \cdot (-1) \\ -\frac{5}{2} \leq \frac{5}{2}z-5y \leq \frac{5}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} -4 \leq 5y-z \leq 4 \\ -\frac{5}{2} \leq \frac{5}{2}z-5y \leq \frac{5}{2} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Теперь} \\ (*) \text{ сложим} \\ \text{кпр-ва} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} -4-5 \leq \frac{3}{2}z \leq 4+\frac{5}{2} \\ -13 \leq 3z \leq 13 \end{cases} \quad \begin{cases} -8.5 \leq 3z \leq 8+2.5 \\ -13 \leq 3z \leq 13 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+2n)(m+2n-7) \quad n^3$$

$$B = mn(m+2n+9)$$

$$A = 11p^2$$

$$B = 75q^2$$

1 случай $m+2n=1$, тогда $A = -6 \neq 11p^2$

~~2 случай $m+2n=11$, тогда $A = 4 \neq 11p^2$~~

3 случай $m+2n=11p^2$, тогда $A = (11p^2-7)11p^2 \neq 11p^2$

4 случай $m+2n=p$, тогда $A = p^2 - 7p = 11p^2$

$$10p^2 = -7p$$

$$10p^2 > 0$$

$$-7p < 0$$

$$\text{и. не и. д.}$$

5 случай $m+2n=11p$, $\neq$ тогда

$$A = 11p(11p-7) = 11p^2 \cdot 4; p = 11p-7; 10p=7,$$

$$\text{не имеет}$$

2 случай $m+2n=11$, тогда $A = 11 \cdot 2^2$

Уточ $m+2n=11, m=11-2n$

$$B = n(11-2n)(11+9) = 75q^2$$

$$n(11-2n) \cdot 20 = 75q^2$$

$$4n(11-2n) = 15q^2$$

$$\uparrow$$

$$\text{чётно} \Rightarrow 15q^2 \text{ чётно} \Rightarrow q \text{ чётно}$$

$$\text{простое чётно}$$

$$\text{только } q=2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

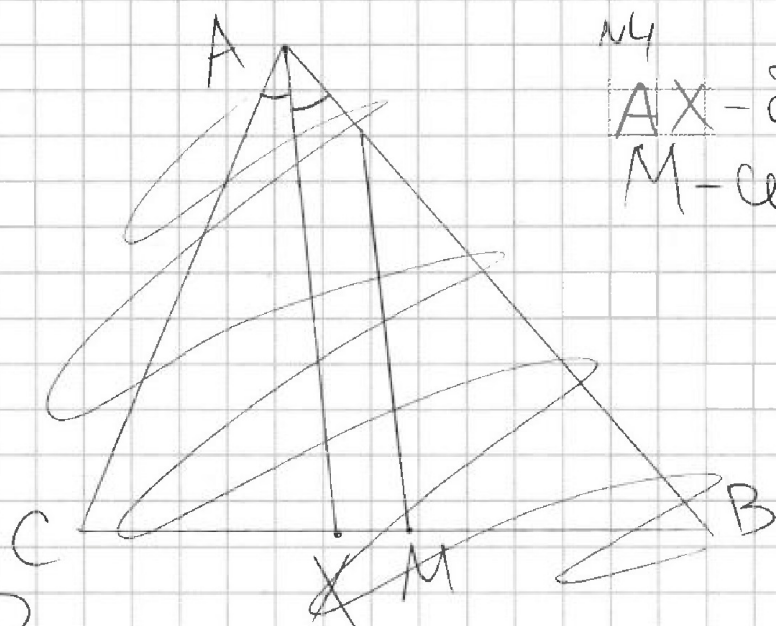
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

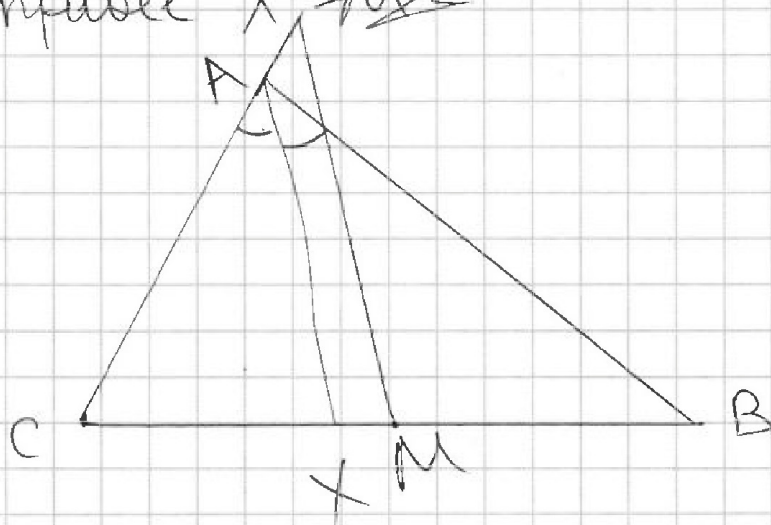


нч

AX - дис-са

M - сер. BC

Раз прямые параллельны, AX пересекает AC на ее продолжении, то M правее X.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\angle CAZ = \alpha$, тогда $\angle CAB = 2\alpha$,
 $\angle CAZ = \angle AZY = \alpha$.

т. Косинусов для $\triangle AZY$:

$$AY^2 = AZ^2 + ZY^2 - 2 \cdot AZ \cdot ZY \cdot \cos \alpha$$

$$9 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \alpha; \quad 24 \cos \alpha = 16$$
$$\cos \alpha = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

$$\cos \angle CAB = \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 =$$
$$= \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

т. Косинусов для $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$$

$$BC^2 = 36 + 144 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$BC^2 = 180 + \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{9} = 180 + 16; \quad BC = \sqrt{196} = 14$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 1) $\angle AYZ = \angle CYM$ - общий угол
2) $\angle AXC = \angle YMC$ (соответственные при пересечении прямых $AX \parallel MY$ секущей BC)

$$\Delta AYZ \sim \Delta CYM$$

* Рассм. ΔCAX и ΔCYM :

1) $\angle ACX$ - общий

2) $\angle CAX = \angle CYM$ (по доказанному выше)

$$\Delta CAX \sim \Delta CYM \text{ (по 2-м равным углам)}$$

Значит

$$\text{Значит } \frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$3CX = 2CM$$

Пусть $CX = 2x$, тогда $CM = 3x$, $BC = 6x$,

$$MX = CM - CX = 3x - 2x = x$$

По св-ву бис-сы: $\frac{CX}{XB} = \frac{AC}{AB}$; $\frac{1}{2} = \frac{6}{AB}$; $AB = 12$

$$AZ + ZB = 12; 3 + ZB = 12; ZB = 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Полост. $x=y$ в $1-2$ $y=e$.

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

Обозначим $\sqrt{x+2} = u, \sqrt{7-x} = v$

Заметим $\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{7-x} = \sqrt{14+5x-x^2} = uv$

Также с учетом ограничений $x+2 \geq 0$

$7-x \geq 0$
т.е.

$$-2 \leq x \leq 7$$

с оп.
до 100

$$u - v + 7 = 2uv$$

Будем решать это ур-е с ут. по оп. и оп. на ур-е ранее, а именно $0 \leq x \leq 7$

$$\sqrt{x+2} \leq \sqrt{7+2} = 3$$

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 7$$

пользуясь ограничениями

$-\sqrt{7-x} \leq 0$, также пользуясь ограничениями

Значит $\sqrt{x+2} + (-\sqrt{7-x}) + 7 \leq 17+3=10$
это левая часть ур-а

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2} - 7$$

Будем решать данное ур-е с ут. по ограничениям и оп. ранее:

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 7$$

Возведем в квадрат обе части ур-а, учт.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{z-y} + 7 = 2\sqrt{4+5x-y^2} \\ x^3+3x-\sqrt{2}y = y^3-\sqrt{2}x+3y \end{cases}$$

Рассм. 2-ое ур-е:

$$(x-y)(x^2+xy+y^2)+3(x-y)+\sqrt{2}x-\sqrt{2}y=0$$

$[x \geq 0, y \geq 0]$, т.к. не находятся под корнем с множителем $\sqrt{2}$. С такими ограничениями справедливы следующие преобразования:

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2)+3(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})+\sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y})=0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})((\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3)+\sqrt{2})=0$$

$$\sqrt{x}-\sqrt{y}=0 \quad \text{или} \quad (\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3)+\sqrt{2}=0$$

$$\sqrt{x}=\sqrt{y} \neq$$

$$x=y$$

с ур. справедливо

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y}) \geq 0$$

$$x^2+xy+y^2+3 \geq 3$$

$$\sqrt{2} > 0$$

Значит

$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3)+\sqrt{2} > 0$
равенство нулю достигаться не может.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим намонотонность частей
при данных оставшихся 3-х корнях
на этапе возведения в кв.

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} \geq 0 \\ 2\sqrt{4+5x-x^2} - 7 \geq 0 \\ 2\sqrt{4+5x-x^2} - 7 \geq 0 \end{cases}$$

На том этапе эти
выражения
равны, поэтому
дост. проверить
на монотонность
или одно из
них, например,
второе

$$1) \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} = x$$

при данном x

$$\sqrt{4+5x-x^2} = 4$$

$$2 \cdot 4 - 7 \geq 0; 1 \geq 0$$

подходит

$$2) x = \frac{5 \pm \sqrt{56}}{2}$$

при данном x

$$\sqrt{4+5x-x^2} = \frac{5}{2}$$

$$2 \cdot \frac{5}{2} - 7 \geq 0 - \text{это не так, такие } x \text{ не подходят}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5+\sqrt{17}}{2}, \frac{5+\sqrt{17}}{2} \right), \left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}, \frac{5-\sqrt{17}}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда, что обе части неопределены,
 а также ограничения:

28

$$x+2+7-x-2\sqrt{14+5x-x^2} = 4(14+5x-x^2) - 14\sqrt{14+5x-x^2} + 49$$

$$4 \cdot (\sqrt{14+5x-x^2})^2 - 12\sqrt{14+5x-x^2} + 40 = 0 \quad | :4$$

$$(\sqrt{14+5x-x^2})^2 - 3\sqrt{14+5x-x^2} + 10 = 0$$

$$\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$2(\sqrt{14+5x-x^2})^2 - 13\sqrt{14+5x-x^2} + 20 = 0$$

Замена $t = \sqrt{14+5x-x^2}$

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$D = 169 - 160 = 9$$

$$t = \frac{13 \pm 3}{4} = 4; \frac{5}{2}$$

Проверим корни
 на границе.

$$0 \leq \frac{5+\sqrt{7}}{2} \leq 7$$

$$5+\sqrt{7} \leq 14$$

$$\sqrt{7} \leq 9, \text{ да, подходит}$$

$$0 < \frac{5-\sqrt{7}}{2} < \frac{5+\sqrt{7}}{2} \leq 7, \text{ да, подходит}$$

$$0 < \frac{5+\sqrt{56}}{2} < 7; 5+\sqrt{56} < 14; \sqrt{56} < 9, \text{ да, подходит, а вот}$$

Одн. зам.

$$\sqrt{14+5x-x^2} = 4 \text{ или } \sqrt{14+5x-x^2} = \frac{5}{2}$$

$$14+5x-x^2 = 16$$

$$(обе 7 не подходят, 21 моменте было 6 кв.)$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 - 8 = 17$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\sqrt{14+5x-x^2} = \frac{5}{2}$$

$$14+5x-x^2 = \frac{25}{4}$$

$$56+20x-4x^2=25$$

$$4x^2-20x-31=0$$

$$D = 100+124=$$

$$= 224$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{224}}{4}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{56}}{2}$$

$$x = \frac{5 - \sqrt{56}}{2} < 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по условию. Этого таких раскрасок:
А также порядок выбора точек не
важен поэтому необходимо будет
ещё поделить на 2. Этого
таких раскрасок: $\frac{120 \cdot 120^{19}}{2 \cdot 4} = \frac{60 \cdot 30}{119 \cdot 15}$
Всего раскрасок будет:

$$60 + 119 \cdot 15 = (4 + 119) \cdot 15 = 123 \cdot 15$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 15 \\ \hline 615 \\ + 123 \\ \hline 1845 \end{array}$$

Ответ: 1845

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

☐

3
□4

5

6
☒7
□

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

Для начала посчитаем кол-во раскрасок без использования узлов, лежащих на прямых граничных квадратах на две равные части, кроме диагоналей, считая диагональ, так раскр. с исп. точек, лежащих только на этих прямых, переходят в себя при повороте на 180° в отличие от остальных раскрасок. Необходимо посчитать количество таких узлов и вычесть из общего кол-ва узлов. Узлов, точки которых не лежат на этих только на прямых, граничных квадратах на 2 равные части: $120 \cdot \frac{1}{2} = 60$ для $\text{призб. } \Gamma$. $\exists$ 1 точка до $\Gamma^2 = 60$ наз. симм. раскраски, до Γ и Γ^2 и Γ^3 и Γ^4 и Γ^5 и Γ^6 и Γ^7 и Γ^8 и Γ^9 и Γ^{10} и Γ^{11} и Γ^{12} и Γ^{13} и Γ^{14} и Γ^{15} и Γ^{16} и Γ^{17} и Γ^{18} и Γ^{19} и Γ^{20} и Γ^{21} и Γ^{22} и Γ^{23} и Γ^{24} и Γ^{25} и Γ^{26} и Γ^{27} и Γ^{28} и Γ^{29} и Γ^{30} и Γ^{31} и Γ^{32} и Γ^{33} и Γ^{34} и Γ^{35} и Γ^{36} и Γ^{37} и Γ^{38} и Γ^{39} и Γ^{40} и Γ^{41} и Γ^{42} и Γ^{43} и Γ^{44} и Γ^{45} и Γ^{46} и Γ^{47} и Γ^{48} и Γ^{49} и Γ^{50} и Γ^{51} и Γ^{52} и Γ^{53} и Γ^{54} и Γ^{55} и Γ^{56} и Γ^{57} и Γ^{58} и Γ^{59} и Γ^{60} и Γ^{61} и Γ^{62} и Γ^{63} и Γ^{64} и Γ^{65} и Γ^{66} и Γ^{67} и Γ^{68} и Γ^{69} и Γ^{70} и Γ^{71} и Γ^{72} и Γ^{73} и Γ^{74} и Γ^{75} и Γ^{76} и Γ^{77} и Γ^{78} и Γ^{79} и Γ^{80} и Γ^{81} и Γ^{82} и Γ^{83} и Γ^{84} и Γ^{85} и Γ^{86} и Γ^{87} и Γ^{88} и Γ^{89} и Γ^{90} и Γ^{91} и Γ^{92} и Γ^{93} и Γ^{94} и Γ^{95} и Γ^{96} и Γ^{97} и Γ^{98} и Γ^{99} и Γ^{100} и Γ^{101} и Γ^{102} и Γ^{103} и Γ^{104} и Γ^{105} и Γ^{106} и Γ^{107} и Γ^{108} и Γ^{109} и Γ^{110} и Γ^{111} и Γ^{112} и Γ^{113} и Γ^{114} и Γ^{115} и Γ^{116} и Γ^{117} и Γ^{118} и Γ^{119} и Γ^{120} и Γ^{121} и Γ^{122} и Γ^{123} и Γ^{124} и Γ^{125} и Γ^{126} и Γ^{127} и Γ^{128} и Γ^{129} и Γ^{130} и Γ^{131} и Γ^{132} и Γ^{133} и Γ^{134} и Γ^{135} и Γ^{136} и Γ^{137} и Γ^{138} и Γ^{139} и Γ^{140} и Γ^{141} и Γ^{142} и Γ^{143} и Γ^{144} и Γ^{145} и Γ^{146} и Γ^{147} и Γ^{148} и Γ^{149} и Γ^{150} и Γ^{151} и Γ^{152} и Γ^{153} и Γ^{154} и Γ^{155} и Γ^{156} и Γ^{157} и Γ^{158} и Γ^{159} и Γ^{160} и Γ^{161} и Γ^{162} и Γ^{163} и Γ^{164} и Γ^{165} и Γ^{166} и Γ^{167} и Γ^{168} и Γ^{169} и Γ^{170} и Γ^{171} и Γ^{172} и Γ^{173} и Γ^{174} и Γ^{175} и Γ^{176} и Γ^{177} и Γ^{178} и Γ^{179} и Γ^{180} и Γ^{181} и Γ^{182} и Γ^{183} и Γ^{184} и Γ^{185} и Γ^{186} и Γ^{187} и Γ^{188} и Γ^{189} и Γ^{190} и Γ^{191} и Γ^{192} и Γ^{193} и Γ^{194} и Γ^{195} и Γ^{196} и Γ^{197} и Γ^{198} и Γ^{199} и Γ^{200} и Γ^{201} и Γ^{202} и Γ^{203} и Γ^{204} и Γ^{205} и Γ^{206} и Γ^{207} и Γ^{208} и Γ^{209} и Γ^{210} и Γ^{211} и Γ^{212} и Γ^{213} и Γ^{214} и Γ^{215} и Γ^{216} и Γ^{217} и Γ^{218} и Γ^{219} и Γ^{220} и Γ^{221} и Γ^{222} и Γ^{223} и Γ^{224} и Γ^{225} и Γ^{226} и Γ^{227} и Γ^{228} и Γ^{229} и Γ^{230} и Γ^{231} и Γ^{232} и Γ^{233} и Γ^{234} и Γ^{235} и Γ^{236} и Γ^{237} и Γ^{238} и Γ^{239} и Γ^{240} и Γ^{241} и Γ^{242} и Γ^{243} и Γ^{244} и Γ^{245} и Γ^{246} и Γ^{247} и Γ^{248} и Γ^{249} и Γ^{250} и Γ^{251} и Γ^{252} и Γ^{253} и Γ^{254} и Γ^{255} и Γ^{256} и Γ^{257} и Γ^{258} и Γ^{259} и Γ^{260} и Γ^{261} и Γ^{262} и Γ^{263} и Γ^{264} и Γ^{265} и Γ^{266} и Γ^{267} и Γ^{268} и Γ^{269} и Γ^{270} и Γ^{271} и Γ^{272} и Γ^{273} и Γ^{274} и Γ^{275} и Γ^{276} и Γ^{277} и Γ^{278} и Γ^{279} и Γ^{280} и Γ^{281} и Γ^{282} и Γ^{283} и Γ^{284} и Γ^{285} и Γ^{286} и Γ^{287} и Γ^{288} и Γ^{289} и Γ^{290} и Γ^{291} и Γ^{292} и Γ^{293} и Γ^{294} и Γ^{295} и Γ^{296} и Γ^{297} и Γ^{298} и Γ^{299} и Γ^{300} и Γ^{301} и Γ^{302} и Γ^{303} и Γ^{304} и Γ^{305} и Γ^{306} и Γ^{307} и Γ^{308} и Γ^{309} и Γ^{310} и Γ^{311} и Γ^{312} и Γ^{313} и Γ^{314} и Γ^{315} и Γ^{316} и Γ^{317} и Γ^{318} и Γ^{319} и Γ^{320} и Γ^{321} и Γ^{322} и Γ^{323} и Γ^{324} и Γ^{325} и Γ^{326} и Γ^{327} и Γ^{328} и Γ^{329} и Γ^{330} и Γ^{331} и Γ^{332} и Γ^{333} и <



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

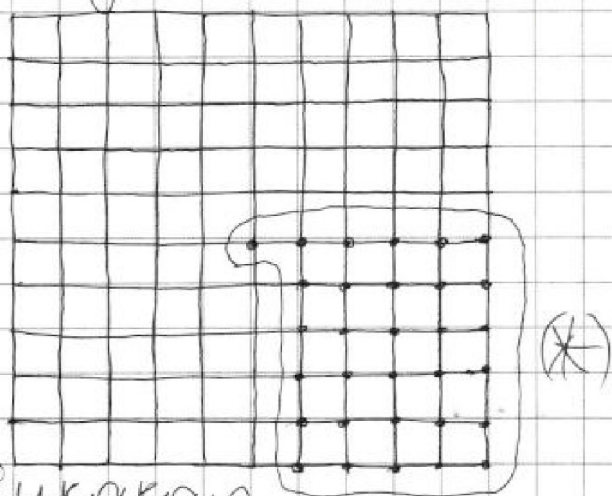
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Всего у такого квадрата 121 узел.
Рассм. часть квадрата, содержащую
56³ узел^{ов}, а именно:



Никакая раскраска данной доски не может быть путём возврата раскраски этой же доски, кроме той же, так как при любом повороте 90° или композиции таких поворотов на месте может остаться лишь середина квадрата, а раскраска включает 2 точки.

Тогда количество способов раскраски такой квадрат с усл. что раскраски не выпадут из группы возвратов - 30 количество способов выбрать 2 точки в такой (X) доске кв + количество



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

способов выбор. такие пары точек, что

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7(m+2n)$$

$$B = mn(m+2n+9)$$

$$(m+2n)^2 - 7(m+2n) = A$$

$$B = (m+2n+9)mn; A = (m+2n)(m+2n+7)$$

$$A : m+2n$$

$$B : m, n$$

$$1) (m+2n), (m+2n+7) = 11p^2$$

$$m+2n=11, \text{ тогда}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q=2 \quad 4n(11-2n)=15 \cdot 4$$
$$n(11-2n)=15$$

1 случай: $n=1$: $15=1 \cdot (11-2)=1 \cdot 9$, нет

2 случай: $n=3$; $15=3 \cdot (11-6)=3 \cdot 5$, да
для этого $m=11-2 \cdot 3=5$
пара ~~(3; 5)~~ (5; 3)

3 случай: $n=5$; $15(11-10)=15$, нет
и случай: $n=15$: $15(11-30)=15$, нет.

Итого находим лишь пару
(5; 3).

Ответ: (5; 3)