



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.  $a_5 = 6x + 18$   
 $a_7 = (x^2 - 4x)^2$   
 $a_{11} = (-3x^2)$   
 найти  $x$ ?

Пусть  $d$  - разность арифм. прогрессии,  $a_1$  - её первый член

$$\Rightarrow \begin{cases} a_5 = a_1 + 4d \\ a_7 = a_1 + 6d \\ a_{11} = a_1 + 10d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_7 - a_5 = 2d \\ a_{11} - a_7 = 4d \end{cases}$$

$$2(a_7 - a_5) = a_{11} - a_7$$

$$2(x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18) = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 : 3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 1 & -8 & 17 & -4 & -12 & \\ \hline 2 & 1 & -6 & 5 & 6 & 0 \end{array} \Rightarrow x = 2 - \text{корень}$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 1 & -6 & 5 & 6 & & \\ \hline 2 & 1 & -4 & -3 & 0 & \end{array} \Rightarrow x = 2 - \text{корень}$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$\downarrow D = 16 + 12 = 28$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

1. Если  $x = 2 \Rightarrow a_5 = 30, a_7 = 16, a_{11} = -12, d = -4$

2. Если  $x = 2 + \sqrt{7} \Rightarrow a_5 = 6\sqrt{7} + 30$

$$a_7 = 9$$

$$a_{11} = -33 - 12\sqrt{7}$$

$$d = -3\sqrt{7} - 10,5$$

3. Если  $x = 2 - \sqrt{7} \Rightarrow a_5 = 30 - 6\sqrt{7}$

$$a_7 = 9$$

$$a_{11} = -33 + 12\sqrt{7}$$

$$d = 3\sqrt{7} - 10,5$$

Ответ:  $\{2; 2 \pm \sqrt{7}\}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 (проверка):  
проверка:

$$x = -\frac{48}{7}, y = -\frac{50}{7} \Rightarrow 4x - 3y = 4 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) - 3 \cdot \left(-\frac{50}{7}\right) = \frac{-192}{7} + \frac{150}{7} =$$

$-6$

$$3x - 4y = -\frac{48 \cdot 3}{7} + \frac{200}{7} = \frac{-56}{7} = -8$$

$|-6| \leq 6$   
- верно

$|-8| \leq 8$  - верно

Ответ: -146.



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. 
$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |13x - 4y| \leq 8 \end{cases} \quad 14x + 7y - \min - ?$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 13x - 4y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -14 \leq 7x - 7y \leq 14 \\ -2 \leq x - y \leq 2 \end{cases} \quad y - 2 \leq x \leq y + 2$$

в граничных случаях первая функция

1.  $x = y + 2 \Rightarrow$

$$\begin{cases} |4(y+2) - 3y| \leq 6 \\ |13(y+2) - 4y| \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 \leq y + 8 \leq 6 \\ -8 \leq 9y + 26 \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -14 \leq y \leq -8 \\ 2 \leq y \leq -14 \end{cases}$$

Наим.  $y$  ур-ва системы -  $y = -2 \Rightarrow x = 0$

Тогда  $14x + 7y = -14$ .

проверка:  $\begin{cases} |0 + 6| \leq 6 - \text{верно} \\ |18| \leq 8 - \text{верно} \end{cases}$

2.  $x = y - 2 \Rightarrow$

$$\begin{cases} -6 \leq 4y - 8 - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 13y - 6 - 4y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 \leq y - 8 \leq 6 \\ -8 \leq 9y - 6 \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \leq y \leq 14 \\ 2 \geq y \geq -14 \end{cases}$$

Наим.  $y$  ур-ва системы -  $y = 2 \Rightarrow x = 0$

Тогда  $14x + 7y = 14$ .

$\Rightarrow$  наим. значение:  $\boxed{-14}$  - ответ

~~Ответ: -14~~

Наим. значение выражения будет достигаться при наим. возможном значении  $4x - 3y$  (2.6) и  $13x - 4y$  (2.6), т.к.  $14x + 7y$  должно быть минимальным, т.е.  $4x - 3y$  и  $13x - 4y$  должны быть минимальными.

$4x - 3y = -6$

$\Rightarrow x - y = -1.5$

$4x = 3y - 6$

$x = \frac{3y - 6}{4}$

$13x - 4y \leq 8$

$-32 \leq -7y - 18 \leq 32$

$-14 \leq -7y \leq 50$

$2 \geq y \geq -\frac{50}{7} = -7\frac{1}{7}$

$4x - 3y = -6$

$2 \leq \frac{3y - 6}{4} - \frac{4y}{4} \leq 14$

$-2 \leq -y \leq 14$

$2 \geq y \geq -14$

$y = -\frac{50}{7} \Rightarrow x = -\frac{48}{7}$

$14x + 7y = 14(-\frac{48}{7}) + 7(-\frac{50}{7}) = -146$

ответ



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n \quad 13p^2$$

$$B = m^2 n - mn^2 + 3mn \quad 3q^2$$

$$A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9) = 13p^2$$

$$B = mn(m-n) + 3mn = mn(m-n+3) = 3q^2$$

(I)  $m-n = x$   
 $mn = y$

$$A = x^2 + 9x = 13p^2$$

$$B = xy + 3y = 3q^2 \Rightarrow xy = 3(q^2 - y) \Rightarrow$$

$$x : 3 \text{ или } y : 3$$

Если  $x : 3 \Rightarrow x^2 : 9 \Rightarrow x^2 + 9x : 9 \Rightarrow p^2 : 9 \Rightarrow p^2 = 9t$

$$\Rightarrow x^2 + 9x = 13 \cdot 9$$

$$x^2 + 9x - 117 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 117 = 549$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{549}}{2} \notin \mathbb{N}$$

Если  $y : 3 \Rightarrow$

$$3y : 9, xy : 3 \Rightarrow (x+3)y :$$

Пусть  $y = 3m \Rightarrow 3mx + 9m = 3q^2$

$$mx + 3m = q^2 \Rightarrow q^2 : m, q - \text{целое}$$

$$\Rightarrow q : m$$

$$\Rightarrow y = 3q$$

$$\Rightarrow q = m$$

тогда  $x \cdot 3q + 3 \cdot 3q = 3q^2 \quad | : 3q$

$$x + 3 = q$$

$$\Rightarrow x = q - 3$$

$$\Rightarrow (q-3)3q + 9q = 3q^2$$

$$\Rightarrow m-n = q-3$$

$$mn = 3q$$

$$\Rightarrow m = n + q - 3$$

$$\frac{y}{3} = x+3$$

$$3x+9=y$$

$$3(m-n)+9=mn$$

$$m-n=0$$

$$mn=9$$

$$x = q - 3 :$$

$$(q-3)^2 + 9(q-3) = 13p^2$$

$$q^2 - 6q + 9 + 9q - 27 = 13p^2$$

$$q^2 + 3q - 18 = 13p^2$$

$$(q-3)(q+6) = 13p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} q-3=13 \\ q+6=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q=16 \text{ - не простое} \\ q=7 \Rightarrow p=2 \end{cases}$$

$$\text{если } q=7, p=2 \Rightarrow \begin{cases} x^2+8x=52 \quad (1) \\ xy+3y=147 \end{cases}$$

1) Решим (1):

$$x^2+8x-52=0$$

$$D=8^2+4 \cdot 52=288$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{288}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -13 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$x = -13 \Rightarrow -13y + 3y = 147$$

$$-10y = 147$$

$$y = -14,7 \notin \mathbb{N}$$

$$x = 4 \Rightarrow 4y = 147$$

$$\boxed{y=21}$$

Или еще

$$\begin{cases} m-n=4 \\ mn=21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=n+4 \\ (n+4)n=21 \end{cases}$$

$$n^2+4n-21=0$$

$$\begin{cases} n = -7 \notin \mathbb{N} \\ n = 3 \Rightarrow m = 7 \end{cases}$$

при этом  $p=2, q=7$  - простое

$$\textcircled{II} \quad A = x^2+8x = 3q^2 \quad (2)$$

$$B = xy+3y = 13p^2$$

$$\text{из (2): } x^2 = 3q^2 - 8x$$

$$\Rightarrow x^2 : 3 \Rightarrow x : 3$$

$$\text{Пусть } x = 3r \Rightarrow$$

$$3r \cdot y + 3y = 13p^2 \Rightarrow 13p^2 : 3 \text{ - не простое}$$

$$\Rightarrow p^2 : 3 \text{ , } p \text{ - простое}$$

$$\Rightarrow p = 3$$

т.к.  $q$  простое

$$x = 3r \Rightarrow 9r^2 + 8x = 3q^2 \quad | :3$$

$$3r^2 + 3x = q^2 \Rightarrow q^2 : 3 \Rightarrow q = 3$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x = 27$$

$$x^2 + 8x - 27 = 0$$

$$D = 8^2 + 4 \cdot 27 = 188$$

$\Rightarrow$  нет целых корней

$\Rightarrow$  не удов. условию

Ответ:  $m=7, n=3$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(4. упрощения)

5) по св-ву син-кос:  $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{XB} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{4x}{2x} = 2$

$$\Rightarrow AB = \frac{AC}{2} = 6$$

6) по т. косинусов ( $\sphericalangle ACB$ ):

$$CB^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \sphericalangle ACB$$

$$CB^2 = 12^2 + 6^2 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$CB^2 = 180 + 16$$

$$CB^2 = 196$$

$$CB = 14$$

Ответ: 14

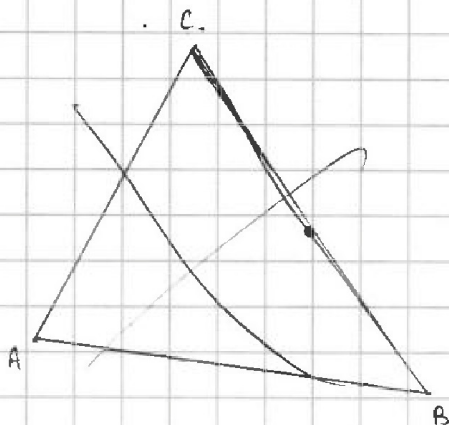


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

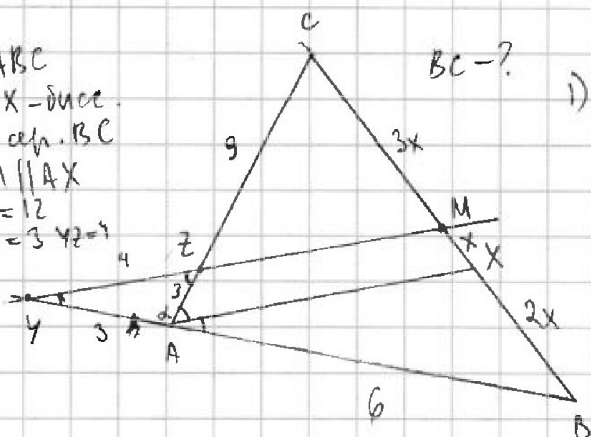
СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4.

$\triangle ABC$   
AX - биссектриса  
M - середина BC  
 $ZM \parallel AX$   
AC = 12  
AZ = 3, ZB = 7



BC = ?

1) т.к.  $ZM \parallel AX$  (по усл.)  $\Rightarrow \angle YZA = \angle ZAX$   
 $\angle ZYA = \angle XAB = \angle CAX$   
т.к. AX - биссектриса

$\Rightarrow$  т.к.  $\angle ZYA = \angle AZY \Rightarrow \triangle YZA$  - равнобедренный  
 $\Rightarrow YA = ZA = 3$

2) Рассмотрим  $\triangle YZA$ : пусть  $\angle YAZ = \alpha$

$$YZ^2 = YA^2 + ZA^2 - 2 \cdot YA \cdot ZA \cdot \cos \alpha$$

$$4^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos \alpha$$

$$16 = 18 - 18 \cos \alpha = 18$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{9}$$

3)  $\Rightarrow \cos \angle CAB = -\frac{1}{9}$  (т.к. смежные)

По т. кос.

$$\Rightarrow \sin^2 \angle CAB = \frac{80}{81} \Rightarrow \sin \angle CAB = \frac{\sqrt{80}}{9}$$

По т. синусов ( $\triangle ABC$ ):

$$\frac{BC}{\sin \angle CAB} = \frac{AC}{\sin \angle ABC}$$

$$\frac{BC}{\frac{\sqrt{80}}{9}} = \frac{12}{\sin \angle ABC}$$

$$\frac{9BC}{\sqrt{80}} = \frac{12}{\sin \angle ABC}$$

4)  $ZM \parallel AX \Rightarrow \triangle CZM \sim \triangle CAX$  по двум углам и по стороне. Пусть  $ZC = 9$

$$\frac{ZC}{AC} = \frac{CM}{CX} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

т.к. CM = MB (M - середина)  $\Rightarrow XB = 2X$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$t=1 \Rightarrow 30-x-x^2=1$$

$$x^2+x-29=0$$

$$D=1+4 \cdot 29=117$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2}$$

Ограничение:

$$x+6 \geq 0$$

$$5-y \geq 0$$

$$x \geq -6$$

$$x \geq 0$$

$$y \leq 5$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$\Rightarrow$  отриц. корни уходят

$$t=3,5 \Rightarrow 30-x-x^2=3,5$$

$$x^2+x-26,5=0$$

$$2x^2+2x-53=0$$

$$D=4+8 \cdot 53=428$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{107}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{107}}{2}$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{107}}{2}$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{107}}{2}$$

Ответ:

$$\left( \frac{-1+3\sqrt{13}}{2}, \frac{-1+3\sqrt{13}}{2} \right);$$
$$\left( \frac{-1-3\sqrt{13}}{2}, \frac{-1-3\sqrt{13}}{2} \right); \left( \frac{-1+\sqrt{107}}{2}, \frac{-1+\sqrt{107}}{2} \right);$$
$$\left( \frac{-1-\sqrt{107}}{2}, \frac{-1-\sqrt{107}}{2} \right);$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☒6  
☐7  
☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5. \begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y(1) \end{cases}$$

Заметим, что при перестановке  $x$  и  $y$  в ур. (2) уравнение не ~~изм.~~ меняется ( $x \rightarrow y, y \rightarrow x$ ) оно симметрично относительно перестановки  $x$  и  $y \Rightarrow x=y$  — ввр. реш.

Тогда (рассм. (2):

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(5-x)(x+6)}$$

$$\text{Заметим: } a = \sqrt{x+6}$$

$$b = \sqrt{5-x}$$

$$\Rightarrow a - b + 5 = 2ab$$

$$a(1-2b) = b-5$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{(5-x)(x+6)} + \sqrt{5-x} \quad |^2$$

$$x+6+25+10\sqrt{x+6} = 4(5-x)(x+6) + (5-x) + 4\sqrt{(5-x)(x+6)}$$

$$x+31+10\sqrt{x+6} = -4x^2-5x+125+4\sqrt{(5-x)(x+6)}$$

$$10\sqrt{x+6} - 4\sqrt{(5-x)(x+6)} = -4x^2-6x+94$$

Если  $5-x \geq 0$  ( $x \leq 5$ )

$$\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{10-2x} = -2(2x^2+3x-47)$$

$$(2x-5)\sqrt{x+6} = -(2x^2+3x-47)$$

$$4x^4 + 16x^3 - 175x^2 - 377x - 2059 = 0$$

$$\sqrt{x+6} + 5 - \sqrt{x+2\sqrt{30-x-x^2}} = (2\sqrt{30-x-x^2}-5)^2$$

$$11 - 2\sqrt{30-x-x^2} = 4(30-x-x^2) + 25 - 20\sqrt{30-x-x^2}$$

$$18\sqrt{30-x-x^2} = 134 - 4x - 4x^2$$

$$18t = 4t^2 + 14$$

$$4t^2 - 18t + 14 = 0$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=3,5 \end{cases} \text{ (по т. о.р. т. Вилла)}$$

$$\Rightarrow \frac{BC^2}{4} = 26^2 - 20 \cdot 26 \Rightarrow BC^2 = 624$$

$BC = 4\sqrt{39}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ:  $AC = 26$ ;  $BC = 4\sqrt{39}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 + 3y \leq 4x \leq 6 + 3y \\ -8 + 4y \leq 3x \leq 8 + 4y \end{cases}$$

$$14x + 7y = ? \quad A = 4 \cdot 13 = 13 \cdot 2^2 \quad B = 21 \cdot 7 = 3 \cdot 7^2 \quad xy + 3y = 3 \cdot 49$$

$$x = y = 0 \Rightarrow 0 \quad x^2 + 9x - 52 = 0$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14 \quad | :7 \quad -2 \leq x - y \leq 2$$

$$-2 + y \leq x \leq 2 + y$$

$$y = 2 \leq x \leq y + 2$$

$$x \leq 6$$

$$x \leq 8$$

$$-8 \leq -x \leq 8 \quad x = -8$$

$$8 \geq x \geq -8$$

$$-6 \leq -32 - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq -24 - 4y \leq 8$$

$$4x - 3y = -6$$

$$3x - 4y = -8$$

$$4x - 7y = -14$$

$$x - y = -2$$

$$-28 \leq 14x - 14y \leq 28$$

$$-28 \leq 14x + 7y \leq 28 + 21y$$

$$x = y - 2 - 28 + 21y - \min$$

$$4(y - 2) - 3y = -6$$

$$y = 2 \quad x = 0$$

$$-48 + 42$$

$$-36 + 56$$

$$14x - (14x - 6) \leq 6$$

$$13x - 4(14x - 6) \leq 8$$

$$9x - 16x + 24 - 7x + 24 \leq 8$$

$$-7x + 24 = -2$$

$$-7x + 24 = -24$$

$$-7x = -48$$

$$x = \frac{48}{7} = 6 \frac{6}{7}$$

$$x = 0$$

$$y = -2$$

$$14x + 7y = -14$$

$$-2 \leq -y \leq 14 - 7 \frac{1}{7}$$

$$2 \geq y \geq -14$$

$$-8 \leq -y - 6 \leq 8$$

$$y = -14 \Rightarrow x = \frac{-42 - 6}{4} = -12$$

$$-24 + 18 = -6$$

$$-18 + 24 = 6$$

$$-2 \leq -y \leq 14$$

$$-8 \leq -y - 6 \leq 8$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 6x + 18$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = (-3x^2)$$

$$x = ? \quad d$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a_7 = a_1 + 6d$$

$$a_{11} = a_1 + 10d$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_7 - a_5 = 2d \\ a_{11} - a_7 = 4d \end{cases}$$

$$2(a_7 - a_5) = a_{11} - a_7$$

$$2(x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18) = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$16 - 8 \cdot 8 + 17 \cdot 4 - 8 - 12$$

$$1 \quad -8 \quad 17 \quad -4 \quad -12$$

$$2 \quad 1 \quad -6 \quad 5 \quad 6 \quad 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$1 \quad -6 \quad 5 \quad 6$$

$$2 \quad 1 \quad -4 \quad -3 \quad 0$$

$$(x-2)(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2 \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x = 2: a_5 = 30$$

$$a_7 = 16$$

$$a_{11} = -12$$

$$\Rightarrow d = -7$$

$$x = 2 + \sqrt{7}: a_5 = 12 + 6\sqrt{7} + 18 = 6\sqrt{7} + 30$$

$$a_7 = ((2 + \sqrt{7})^2 - 4(2 + \sqrt{7}))^2 = 9$$

$$a_{11} = -3(2 + \sqrt{7})^2 = -2(4 + 4\sqrt{7} + 7) = -3(11 + 4\sqrt{7}) = -33 - 12\sqrt{7}$$

$$a_6 = -19,5 + 3\sqrt{7}$$

$$a_7 = 9$$

$$a_8 = -15 - 3\sqrt{7}$$

$$a_9 = -12 - 6\sqrt{7}$$

$$a_{10} = -22,5 - 9\sqrt{7}$$

$$a_{11} = -33 - 12\sqrt{7}$$

$$x = 2 - \sqrt{7}: a_5 = 6(2 - \sqrt{7}) + 18 = 30 - 6\sqrt{7}$$

$$a_7 = ((2 - \sqrt{7})^2 - 4(2 - \sqrt{7}))^2 = 9$$

$$a_{11} = -3(2 - \sqrt{7})^2 = -3(11 - 4\sqrt{7}) = -33 + 12\sqrt{7}$$

$$a_6 = -3\sqrt{7} + 19,5$$

$$a_7 = 9$$

$$a_8 = 3\sqrt{7} - 11,5$$

$$a_9 = 6\sqrt{7} - 12$$

$$a_{10} = 9\sqrt{7} - 22,5$$

$$a_{11} = 12\sqrt{7} - 33$$



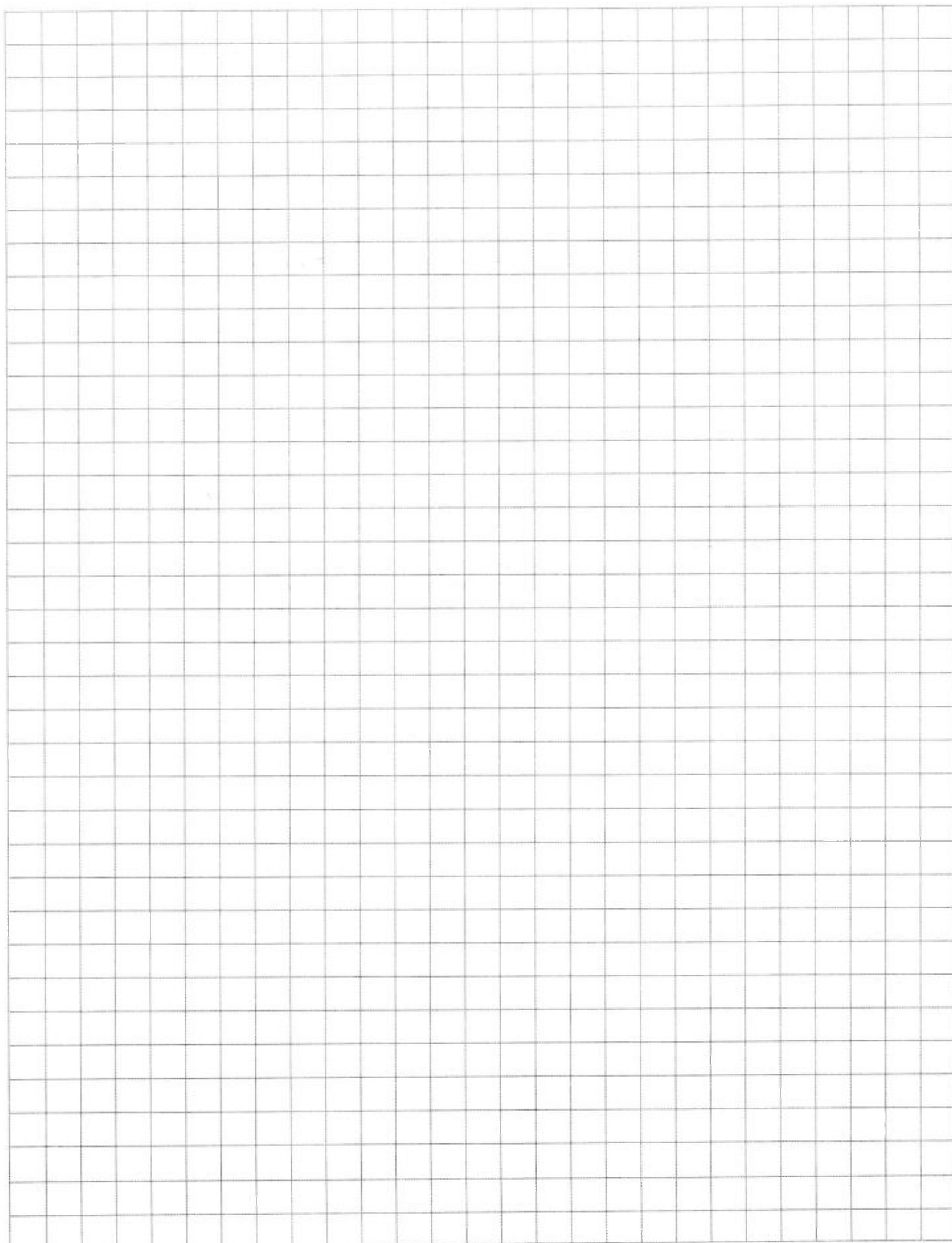


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^4 + 9x^3 + 21x^2 + 12x + 1 = (x+1)(x^3 + 8x^2 - 7x + 1)$$