



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ищем q -разность прогрессии. Тогда

$$a_3 = a + 2q = 3x + 3$$

$$a_5 = a + 4q = (x^2 + 2x)^2 \quad 2. (a_5 - a_3) = a_3 - a_5$$

$$a_3 = a + 8q = 3x^2$$

$$2(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

1	4	3	-2	-2
-1	1	3	0	-2

Проверка: $-1 - \text{не } \oplus$

$$-1 - \sqrt{3}$$

$$a_3 = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$a_5 = (1 + 2\sqrt{3} + 3 - 2 \cdot 2\sqrt{3})^2 = 4$$

$$a_3 = 3 \cdot (1 + 3 + 2\sqrt{3}) = 6 + 6\sqrt{3}$$

$$a_3 = 1 + \sqrt{3} : a_3 = 3\sqrt{3}$$

$$a_1 = 4$$

$$a_5 = 6 + 6\sqrt{3}$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $-1, -1 \pm \sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -3 \leq 9x-3y \leq 3 \end{cases}$$

~~Значит, это $8x+4y$~~ $8x+4y \leq ?$

$$\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -3 \leq 8y-x \leq 3 \\ -1 \leq y-3x \leq 1 \end{cases}$$

$$1) -4 \leq 3x-y+3y-x \leq 4$$

$$-4 \leq 2(x+y) \leq 4$$

$$-2 \leq x+y \leq 2$$

$$2) -3 \leq 3x-y+x+y \leq 3$$

$$-3 \leq 4x \leq 3$$

$$-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$$

$$3) -5 \leq 4y \leq 5$$

$$-\frac{5}{4} \leq y \leq \frac{5}{4}$$

$$4) \max(8x+4y) = 8 \cdot \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{5}{4} = 11$$

Подставив $x = \frac{3}{4}$; $y = \frac{5}{4}$ убедимся, что все работает и является верным.

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$m, n \in \mathbb{N}, A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (mn)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$1) (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad (1)$$

$$mn \cdot (m+n-3) = 75 \cdot q^2 \quad (2)$$

1. $m+n=1$

подставим в (2)

$$mn \cdot (-2) = 75q^2$$

↑
N
Ø

2. $m+n=13$

подставим в (2) $p=2$

$$mn = (mn)$$

$$mn \cdot 10 = 75q^2$$

$$mn \cdot 2 = 15q^2$$

q:2, но q и прост

$$q=2$$

$$mn = \frac{15 \cdot 4}{2} = 30$$

$$m(13-m) = 30$$

$$m^2 - 13m + 30 = 0$$

$$(m-3)(m-10) = 0$$

$$(3, 10); (10, 3)$$

3. $mn=13p$

$$m+n-9=p$$

$$m+n+13p=p+9$$

$$12p=9$$

Ø

4. $m+n=13p^2$

$$m+n-9=1$$

$$m+n=10$$

$$10=13p^2$$

Ø

5. $m+n=p$

$$m+n-9=13p$$

$$m+n=p=13p+9$$

Ø

6. $mn=p^2$

$$m+n-9=13$$

$$m+n=22$$

Ø

Значит в I случае у нас только $(10, 3); (3, 10)$.

$$2) (m+n)(m+n-9) = 75q^2 \quad (1)$$

$$(1) (13) (13p^2)$$

$$(13) (13p) p^2$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2 \quad (2)$$

1) $m+n-3=1$

$$m+n=4$$

подст. в (1)

$$4 \cdot (-9) = 75q^2$$

Ø

2) $m+n-3=13$

$$m+n=16$$

$$16 \cdot 25 = 75q^2$$

$$q^2 = \frac{16 \cdot 25}{75} = \frac{16 \cdot 7}{75}$$

$$16 \cdot 7 = 75q^2$$

$$16 \cdot 7 = 75q^2$$

$$16 \cdot 7 = 75q^2$$

$$16 \cdot 7 = 75q^2$$

3) $m+n-3=p$

$$mn=13p$$

$$m+n=p+3 \quad (1)$$

$$(p+3)(p-9) = 75q^2$$

$$(p-6)(p-12) = 75q^2$$

$$q^2 = \frac{(p-6)(p-12)}{75}$$

$$p-6=12 \Rightarrow p=18 \Rightarrow q^2=1 \Rightarrow q=1$$

$$p-12=1 \Rightarrow p=13 \Rightarrow q^2=1 \Rightarrow q=1$$

4) $m+n-3=13p$

$$mn=p$$

$$m+n=13p+3$$

$$p \cdot (p+1) = 13p^2 + 3p$$

$$p \cdot (p+1) = 13p^2 + 3p$$

$$p \cdot (p+1) = 13p^2 + 3p$$

$$p \cdot (p+1) = 13p^2 + 3p$$

$$p \cdot (p+1) = 13p^2 + 3p$$

$$p \cdot (p+1) = 13p^2 + 3p$$

см след
сторону



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \quad m+n-3=13p^2$$

$$m, n = 1$$

↓

$$m = n = 1$$

$$1+1-3=13p^2$$

✗

$$6) \quad m+n-3=p^2$$

$$m, n = 13$$

$$\text{т.к. } m, n \in \mathbb{N}$$

↓

$$\begin{cases} m=13, n=1 \\ m=1, n=13 \end{cases}$$

$$(13+1) \cdot (13+1-3) = 13p^2$$

$$14 \cdot 11 = 13p^2$$

$$(13+1)(13+1-3) = 75q^2$$

$$14 \cdot 5 = 75q^2$$

$$14 \nmid 15$$

✗

подходит

$$\begin{cases} m=10, n=3 \\ n=10, m=3 \end{cases}$$

Ответ: $(3, 10); (10, 3)$.



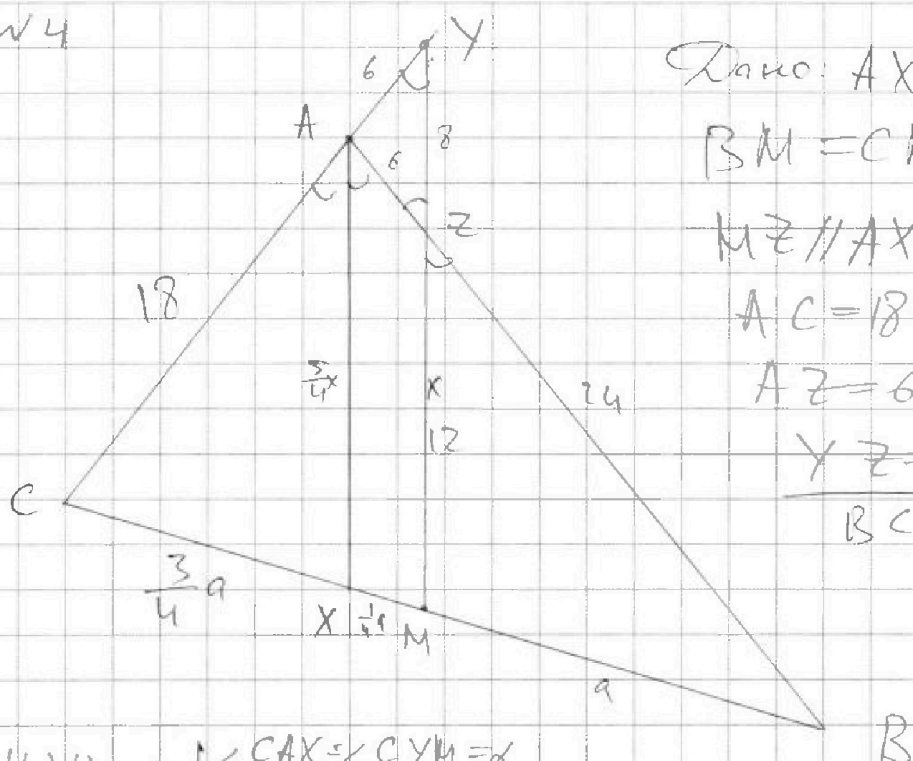
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



Дано: AX - бисс

$$BM = CM$$

$$MZ \parallel AX$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$BC = ?$$

$$1) AX \parallel YM \Rightarrow \begin{cases} \angle CAH = \angle CYM = \alpha \\ \angle XAZ = \angle AZY = \alpha \end{cases} \Rightarrow \triangle AZY \text{ р/д} \Rightarrow AX = AZ = 6$$

$$2) \text{ т. кос. в } \triangle AZY: \cos \alpha = \frac{6^2 + 8^2 - 24^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{6^2 + 8^2 - 24^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$3) \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$4) \triangle CAH \sim \triangle CYM \Rightarrow \frac{CA}{CY} = \frac{CX}{CM} = \frac{XA}{YM} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$CX = \frac{3}{4}a, XM = \frac{1}{4}a, MB = 9 \text{ (т.к. } CM = MB)$$

$$5) \frac{BZ}{BA} = \frac{MZ}{AX} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \Rightarrow ZM = X, AX = \frac{5}{4}X$$

$$\frac{CA}{AX} = \frac{CY}{YM} \Leftrightarrow \frac{18}{\frac{5}{4}X} = \frac{24}{8+X} \Leftrightarrow 18 \cdot 8 + 18X = 24 \cdot \frac{5}{4}X = 30X$$

$$X = \frac{18 \cdot 8}{12} = 12$$

см. след. стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Продолжение

Таким образом мы нашли ~~AM~~ $YM = 8 + x = 20$.

Тогда т. кос. для $\triangle CYM$:

$$CM^2 = CY^2 + YM^2 - 2CY \cdot YM \cdot \cos \alpha$$

$$CM^2 = 24^2 + 20^2 - 2 \cdot 24 \cdot 20 \cdot \frac{2}{3} =$$

$$= 576 + 400 - 640 = 336 = 56 \cdot 6 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2^4 \cdot 3 \cdot 7$$

↓

$$CM = 4\sqrt{21}$$

6) $\angle MZB = \alpha$ т. кос. для $\triangle MZB$.

$$MB^2 = MZ^2 + ZB^2 - 2MZ \cdot ZB \cdot \cos \alpha$$

$$MB^2 = 12^2 + 24^2 - 2 \cdot 12 \cdot 24 \cdot \frac{2}{3} = 720 - 384 = 336$$

↓

$$MB = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

$$7) BC = 2MB = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 - \sqrt{y} + \sqrt{x} = 0$$

$$\sqrt{y} - (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$$



$$8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{8 \cdot 9}{2}$$



$$8 \leq 8 - x \leq 8$$

$$1 \leq 8 - x \leq 1$$

$$4 \leq 4 - x \leq 4$$

$$8 \leq 8 - x \leq 8$$

$$1 \leq 8 - x \leq 1$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$1 \leq y - 3x \leq 1$$

$$3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$-5 \leq -2 - 5x \leq -5$$

$$1 \leq 2 \leq 1$$

$$1 \leq 1 \leq 1$$

$$\begin{aligned} A &= 13p^2 \\ B &= 75p^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (m+n)(m+n-9) &= 13p^2 \\ (m+n)(m+n-3) &= 75p^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) \\ B &= m^2 + m^2 - 3mn = m(m+n-3) \end{aligned}$$

$$m, n \in \mathbb{N}$$

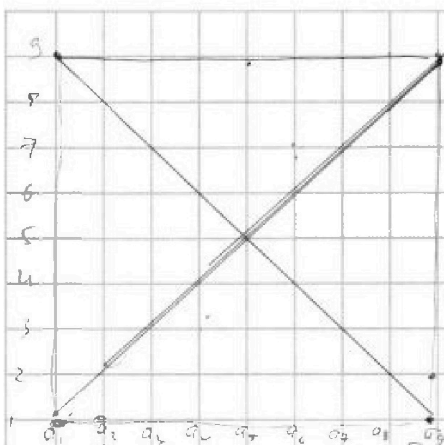


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~ 6

Всего узлов: $9 \cdot 9 = 81$,
из них $7 \cdot 7 = 49$ внутри,
 $8 \cdot 4 = 32$ снаружи (не границе).

Всего способов выбрать 2 узла $C_{81}^2 = \frac{81 \cdot 80}{2}$,
но некоторые рассрасси мы посчитали не одну
разу. Пронумеруем доску как в шахматах: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ и
 $1, 2, 3, 4, \dots, 9$ (нумеруем мы узлы). Тогда по
условию $(a_1, 1), (a_2, 1)$ и $(a_9, 1), (a_3, 2)$ - единственные
рассрасси. Т.к. поворота 4, такие два узла мы
посчитали 4 раза. Заметим, что любые две точки,
лежащие на одной прямой и на равном
расстоянии от узла $(a_5, 5)$ посчитаны нами не
4 раза, а 2. Т.к. после второго поворота мы
образовали в тех же узлах (т.к. центр симм-
 $(a_5, 5)$). Тогда посчитаем количество
таких пар (с равным расст. на одной
прямой через $(a_5, 5)$)

см след лист



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 продолжение

Поймем, что точки будут-
ся на парах, в которых
все лежат на одной прямой,
проходящей thru (a, 5) и
на одном ряду. Значит таких

пар $\frac{81-1}{2} = 40$. Кажется, именно эти
40 пар мы посчитали по 2 ряда встав
и-х. Тогда дважды добавим их к
 C_{81}^2 , таким образом каждую посчи-
тали 4 раза и разделим на 4:

$$\frac{C_{81}^2 + 40 \cdot 2}{4} = \frac{\frac{81 \cdot 80}{2} + 80}{4} = \frac{\frac{81 \cdot 80}{8} + \frac{80}{4}}{1} = 81 \cdot 10 + 20 = 810 + 20 = 830$$

Ответ: 830 способов

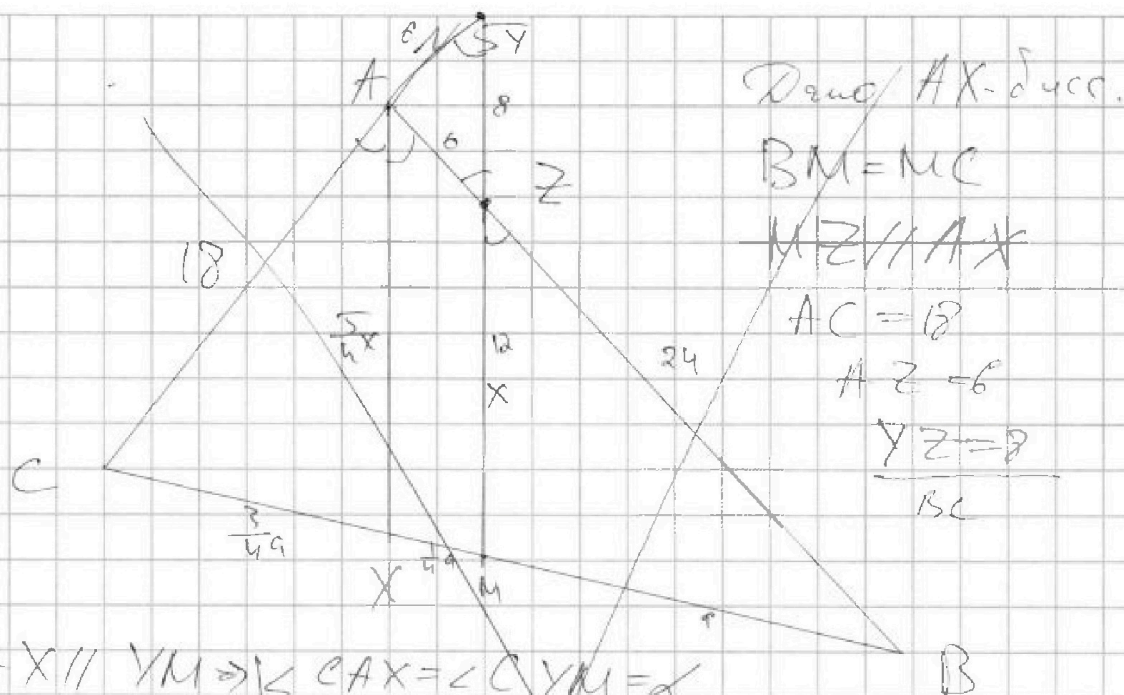


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) AX \parallel YM \Rightarrow \angle CAX = \angle CYM = \alpha$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \angle XAZ = \angle AZX = \alpha \\ \Rightarrow \triangle AZY \text{ p.d.} \Rightarrow AY = AZ = 6 \end{array} \right.$$

$$2) \text{Т.Кос. в } \triangle AZY: \cos \alpha = \frac{AZ^2 + YZ^2 - AY^2}{2 \cdot AZ \cdot YZ} = \frac{6^2 + 8^2 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$3) \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$4) \triangle CYM: CM = CY \cdot \sin \alpha = (6 + 18) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = 24\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

$$5) CB = 2CM \Rightarrow CB = 16\sqrt{5}$$

$$\text{Ответ: } 16\sqrt{5}$$

$$4) \triangle CAX \sim \triangle CYM \Rightarrow \frac{CA}{CY} = \frac{CX}{CM} = \frac{XA}{YM} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow CX = \frac{3}{4} \cdot 9, XM = \frac{1}{4} \cdot 9, MB = 9$$

$$\text{Тогда } \frac{6}{9} = \frac{ZB}{9} \Rightarrow ZB = 24$$

$$5) \frac{BZ}{BA} = \frac{MZ}{AX} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \Rightarrow ZM = X, AX = \frac{5}{4}X$$

$$\frac{CA}{AX} = \frac{CY}{YM} \Leftrightarrow \frac{18}{\frac{5}{4}X} = \frac{24}{\frac{9}{4}X} \Leftrightarrow 18 \cdot 8 + 18X = 8 \cdot 24 \cdot \frac{5}{4}X = 30X \Rightarrow X = \frac{18 \cdot 8}{12} = 12$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

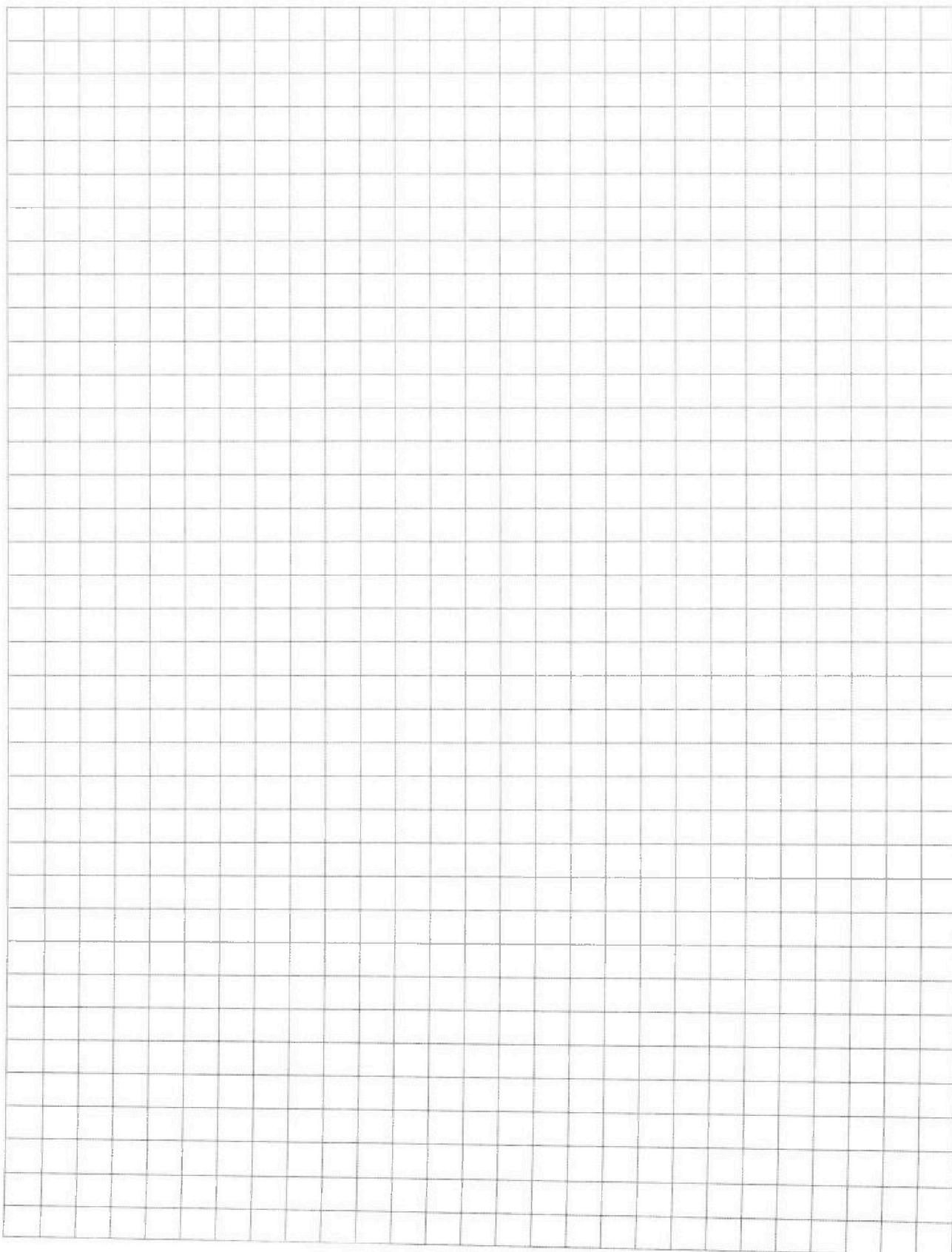
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-1 + \sqrt{3}$$

$$3 - 2\sqrt{3} + 1$$

$$a_3 = -3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} a_5 &= (-1 + \sqrt{3})^2 + 2 \cdot (-1 + \sqrt{3}) = \\ &= (1 - 2\sqrt{3} + 3 - 2 + 2\sqrt{3})^2 = \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$3 \cdot (-1 - \sqrt{3})^2 = 3 \cdot (1 + 3 + 2\sqrt{3}) = 12 + 6\sqrt{3}$$

4-я

$$3 \cdot (-1 + \sqrt{3})^2 = 3 \cdot (-1 + 2\sqrt{3} + 3) = 6 + 6\sqrt{3}$$

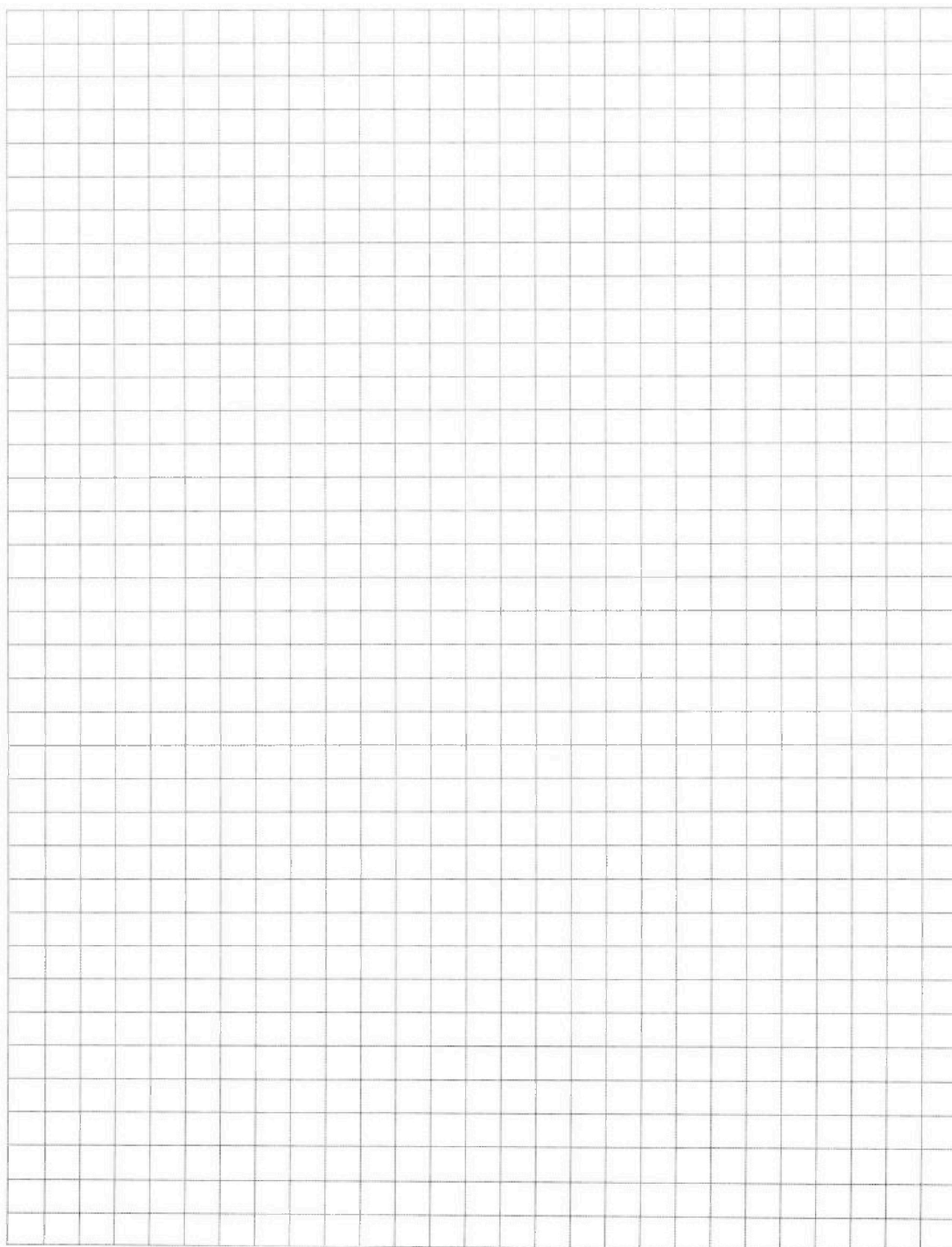


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

50 км/ч

$$\begin{array}{r} 81 + 40 \cdot 2 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ &= (x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2)(1+x) = x^5 + 3x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= x^5 + 3x^4 - 2x^2 - 2x - 2 \\ &= (x^5 + 2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 2)(1+x) = x^6 + 2x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= x^6 + 4x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 2 \\ &= x^6 + 3x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (x^6 + 3x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 2)(1+x) \\ &= x^7 + 3x^6 + 3x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= x^7 + 4x^6 + 3x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x - 2 \\ &= (x^7 + 2x^6 + 2x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 2)(1+x) \\ &= x^8 + 2x^7 + 2x^6 - 2x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BZ}{BA} = \frac{ZX}{AX} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

~~18~~

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{18}{\frac{5}{4}x} = \frac{24}{8+x}$$

$$18 \cdot 8 + 18x = 24 \cdot \frac{5}{4}x = 30x$$

$$18 \cdot 8 = 12x$$

$$6 \cdot 3 \cdot 8 = 12x$$

$$x = 16$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ 8 \\ \hline 144 \end{array} \cdot 12 = 1728$$

$$6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8$$

$$V_0 = \frac{2}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi (3)^2 (8) = 113.097$$

$$V_0 = \frac{2}{3} \pi (3)^2 (8) = 113.097$$

$$80 + 64 = 144$$

$$80 + 64 = 144$$

$$80 + 64 = 144$$

$$80 = 80$$

$$80 = 80$$

$$80 = 80$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^2 \neq$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + (x+1)^2 + 1$$

$$(x^2 + 2x - x - 1)(x^2 + 2x + 1) = 1$$

$$(x^2 + x - 1)(x^2 + 3x + 1) = 1 \quad (x^2 - 1)(x + 2) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$(x-1)(x+1)(x+2) =$$

n 2

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\max(4y+8x)$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 2 & -1 & -2 \\ \hline 1 & 3 & & \end{array}$$

$$-3 \leq x-3y \leq 3$$

$$\leq 8x+4y \leq$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 2 & -1 & -2 \\ \hline 1 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

$$-1 \leq 3x-y \leq 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$-3 \leq 9x-3y \leq 3$$

#

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & 4 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ \hline -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \end{array}$$

$$3 \leq 3y-x \leq 3$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2) =$$

$$= x^4 + 3x^3 - 2x + x^3 + 3x^2 - 2 =$$

$$= x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

#

$$\begin{array}{c} 1 & 3 & 0 & -2 \\ & 1 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & & \end{array}$$

-2

$$D = 4 + 4 \cdot 2 =$$

$$(x+1)(x^2+2x-2) =$$

$$= x^3 + 2x^2 - 2x + x^2 + 2x - 2 =$$

$$= x^3 + 3x^2 - 2$$

$$-8 + 12 - 2$$

$$-1 + 3 - 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$a_1 = a; a_2 = a + x; a_n = a + x \cdot (n-1)$$

$$a, a + q, a + 2q, \dots, a + (n-1)q$$

$$a + 2q = 3x + 3 \quad \text{III}$$

$$a + 4q = (x^2 + 2x)^2 \quad \text{IV}$$

$$a + 8q = 3x^2 \quad \text{IX}$$

$$a + 2q = 3x + 3$$

$$a + 4q = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$a + 8q = 3x^2$$

$$\uparrow - 2q$$

$$\uparrow - 4q$$

$$(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) \cdot 2 = 3x^2 - (x^4 + 4x^3 + 4x^2)$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$\cdot 2 \cdot (-1 \cdot 2)$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 : x + 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 3 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

1	4	3	-2	-2
-1	1	3	0	0

$$(x^2 + 2x)^2 - (x^2 + 2x + 2) = 0$$

$$(x^2 + 2x)^2 = (x+1)^2 + 1$$

$$-1 \cdot \text{корень} \quad (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2x)$$

$$x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 : x + 1 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ - 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \underline{- 3x^3 + 3x^2} \\ - 2x - 2 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, featuring a large triangle ABC and various geometric constructions and calculations.

Top Left: A rectangle with a diagonal line and arrows indicating a path or direction.

Top Right: A diagram of a triangle with points M and N on its sides, and a line segment connecting them. Formulas: $P_3^2 = 3$, $\frac{3+2}{2}$, $\frac{4(n-1)}{2}$.

Left Side: A small triangle with sides labeled a, b, c and angle X. Formulas: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos X$, $\cos X = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

Center: A large triangle ABC with a vertical line segment from vertex A to the base BC, passing through point X. Points Y and Z are marked on the line segment AX. The number 18 is written near the triangle.

Right Side: Calculations for the cosine of angle X: $\cos X = \frac{6^2 + 8^2 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8^2}{2 \cdot 6} = \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$. Then, $\sin X = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Bottom: Several smaller triangles and diagrams, some labeled with 24 and X, showing different geometric configurations.



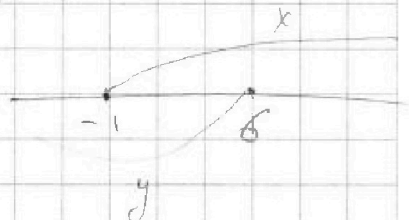
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad \begin{matrix} x \geq -1 \\ y \leq 6 \end{matrix}$$
$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y}$$



$$\begin{array}{r} 584 \\ 2 \overline{) 1168} \\ \underline{1168} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 584 \\ 2 \overline{) 1168} \\ \underline{1168} \\ 0 \end{array}$$

$$7 \cdot 2 \cdot 8 = 22 \cdot 2 = 44$$

$$8 \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} 1168 \\ 584 \overline{) 1168} \\ \underline{1168} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 584 \\ 2 \overline{) 1168} \\ \underline{1168} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 584 \\ 2 \overline{) 1168} \\ \underline{1168} \\ 0 \end{array}$$

$$8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$$

$$\begin{array}{r} 584 \\ 2 \overline{) 1168} \\ \underline{1168} \\ 0 \end{array}$$

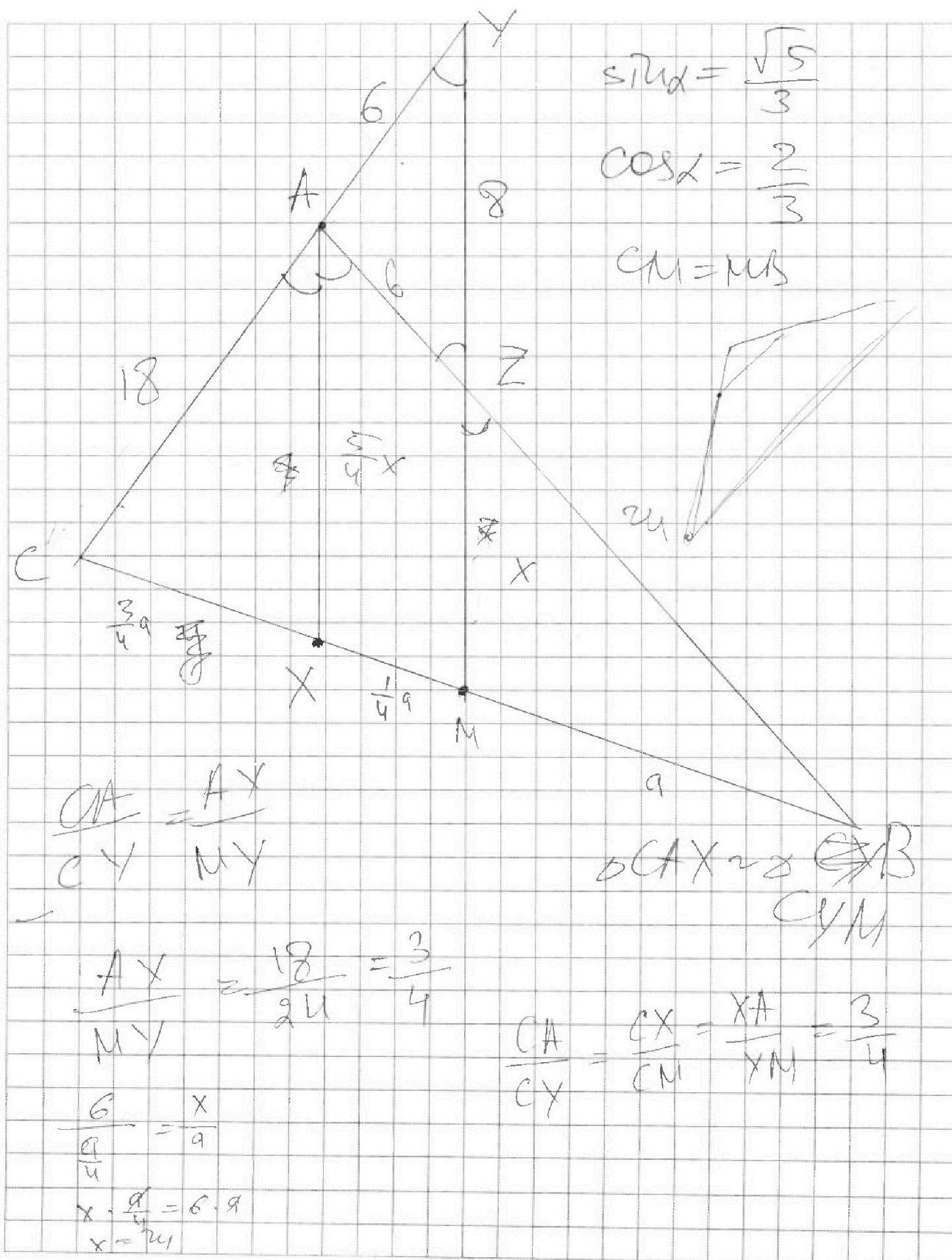


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$-3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-1 \leq y - 3x \leq 1$$

$$4y + 8x$$

$$y + x$$

$$-4 \leq 3x - y + 3y - x \leq 4$$

$$(21 - m)(3 - m)$$

$$m^2 - 13m + 30 = 0$$

$$-4 \leq 2x + 2y \leq 4$$

$$0.5 = (m - 5) \cdot m$$

$$-2 \leq x + y \leq 2$$

$$-3 \leq 3x - y + x + y \leq 3$$

$$-5 \leq 4y \leq 5$$

$$-3 \leq 4x \leq 3$$

$$-\frac{5}{4} \leq y \leq \frac{5}{4}$$

$$-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$$

$$\max(4y + 8x) = 4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 11$$

$$11 = 5 + 6$$

$$10 \cdot m \cdot n = 75 \cdot q$$

$$8 \cdot m \cdot n = 15 \cdot q$$

$$m \cdot n \cdot 10 = 75 \cdot q$$

$$m \cdot n \cdot 8 = 15 \cdot q$$

$$m \cdot n \cdot 10 = 75 \cdot q$$

$$1) m \cdot n = 15 \cdot q \quad 2) m \cdot n = 15 \cdot q \quad 3) m \cdot n = 15 \cdot q$$

