



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a - первый член; d - разность прогрессии. По условию.

$$\begin{cases} a + d = 12 - 12x & (1) \\ a + 3d = (x^2 + 4x)^2 & (2) \\ a + 7d = -6x^2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) - (2): \quad d - 3d &= 12 - 12x - (x^2 + 4x)^2 \\ -2d &= 12 - 12x - (x^2 + 4x)^2 \\ d &= \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} \end{aligned}$$

Подставим в (3)

$$12 - 12x - \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} + 7 \cdot \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} = -6x^2 / 2$$

$$24 - 24x - (x^2 + 4x)^2 - 12x + 12 + 7(x^2 + 4x)^2 + 84x - 84 = -12x^2$$

$$6(x^2 + 4x)^2 + 48x - 48 + 12x^2 = 0 \quad | : 6$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x) + 1 - 9 = 0$$

$$(x^2 + 4x + 1)^2 = 9$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 1 = 3 \\ x^2 + 4x + 1 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 & D = 16 + 8 = 24 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} \\ (x+1)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \pm \sqrt{6} \\ x = -2 \end{cases}$$

Ответ: $-2; -2 \pm \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & / \cdot 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 & / \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & / \cdot 4 \\ |3x - 2y| \leq 4 & / \cdot 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6|2x - 3y| \leq 36 \\ 4|3x - 2y| \leq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4|2x - 3y| \leq 24 \\ 6|3x - 2y| \leq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -36 \leq 12x - 18y \leq 36 \\ -16 \leq 12x - 8y \leq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -24 \leq 8x - 12y \leq 24 \\ -24 \leq 18x - 12y \leq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -36 \leq -12x + 18y \leq 36 & (1) \\ -16 \leq 12x - 8y \leq 16 & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} -24 \leq -8x + 12y \leq 24 & (3) \\ -24 \leq 18x - 12y \leq 24 & (4) \end{cases}$$

$$(1) + (2):$$

$$(3) + (4):$$

$$-52 \leq 10y \leq 52 \quad / \cdot \frac{1}{2}$$

$$-48 \leq 10x \leq 48$$

$$-26 \leq 5y$$

$$10x + 5y \geq -48 + (-26) = -74$$

Причем равенство достигается ~~при~~
при $y = -\frac{26}{5}$, $x = -\frac{24}{5}$

Проверим подходит ли он под условие.

$$|2x - 3y| = \left| -\frac{48}{5} + \frac{78}{5} \right| = \left| \frac{30}{5} \right| = 6 \leq 6 - \text{верно}$$

$$|3x - 2y| = \left| -\frac{72}{5} + \frac{52}{5} \right| = \left| -\frac{20}{5} \right| = |-4| = 4 \leq 4 - \text{верно}$$

Ответ: -74 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

Пусть $m - 2n = k \Rightarrow$

$$A = k(k + 13)$$

$$B = mn(k - 2)$$

p, q - простые, $k \in \mathbb{Z}$, $m, n \in \mathbb{N}$

$$1. \begin{cases} k(k + 13) = 17p^2 \\ mn(k - 2) = 15q^2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} k(k + 13) = 15q^2 \\ mn(k - 2) = 17p^2 \end{cases}$$

Т.к. k и $k + 13$ - взаимно простые, то

$$17p^2 : 2$$

$$15q^2 : 2$$

Т.к. p и q - простые.

$$p = 2$$

$$q = 2$$

$$\begin{cases} k^2 + 13k - 68 = 0 \\ mn(k - 2) = 15q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k^2 + 13k - 60 = 0 \\ mn(k - 2) = 17p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (k + 17)(k - 4) = 0 \\ mn(k - 2) = 15q^2 \end{cases}$$

$$D = 169 + 240 = 409$$

$$k = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$1.1. k = -17$$

$$1.2. k = 4$$

$$-19mn = 15q^2$$

$$2mn = 15q^2$$

$$15q^2 : 19, \text{ т.к. } q - \text{простое}$$

$$15q^2 : 2, \text{ т.к. } q - \text{простое } q = 2$$

$$-19mn = 15 \cdot 19^2$$

$$2mn = 15 \cdot 2^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn = -19 \cdot 15$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} m < 0 \\ n < 0 \end{cases}$$

Но $m, n \in \mathbb{N}$

по условию

Противоречие

$$mn = 30$$

Вернемся к m и n :

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ (4 + 2n)n = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ 2n^2 + 4n - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n^2 + 2n - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ (n + 5)(n - 3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = -5, n \notin \mathbb{N} - \text{противоречие} \\ m = 4 + 2n \\ n = 3 \\ m = 10 \end{cases}$$

Ответ: $(10, 3)$.

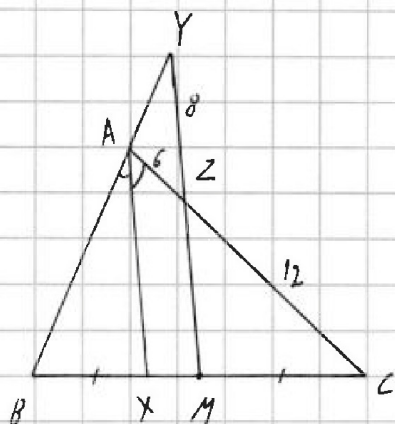


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$; AX - бис-са;
 M - сеп BC ; $Z \in AC$;
 $MZ \parallel XA$; $MZ \cap AB = Y$

$AC = 18$; $AZ = 6$; $YZ = 8$

Найти BC

Решение:

1. $ZC = AC - AZ = 18 - 6 = 12$

2. По т. Менелая $AX \parallel MY \Rightarrow \angle BAX = \angle BYM$ (как соответственные)
 $\angle XAC = \angle AZY$ (как накрест)
 $\Rightarrow \angle AZY = \angle AYZ \Rightarrow \triangle AYZ$ - р/б (по признаку) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow AY = AZ = 6$ (по опр.).

3. По т. Менелая в $\triangle ABC$ и сек. $M-Z-Y$:

$$1 = \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{BY} = 1 \cdot \frac{12}{6} \cdot \frac{6}{BY} = \frac{12}{BY} \Rightarrow BY = 12$$

$AB = BY - AY = 6$

4. По т. Менелая в $\triangle AYM$ и сек. $A-Z-C$:

$$1 = \frac{AB}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{BC} = \frac{6}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{ZM} \Rightarrow ZM = 4$$

5. По т. косинусов в $\triangle AZY$:

$$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \angle AZY$$

$$\cos \angle AZY = \frac{64}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{2 \cdot 6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

6. $\angle MZC = \angle AZY$ (как вертикальные) $\Rightarrow \cos \angle MZC = \cos \angle AZY = \frac{2}{3}$

7. По т. косинусов в $\triangle MZC$:

$$MC^2 = 16 + 144 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \cos \angle MZC = 160 - 64 = 96 \Rightarrow MC = 4\sqrt{6}$$

8. $BC = 2MC = 8\sqrt{6}$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} X^2 + X - 3 = 0 \\ X^2 + X + 24 = 0 \quad D = 1 - 24 \cdot 4 < 0 - \text{корней нет} \end{cases}$$

$$X^2 + X - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13 > 0$$

$$X = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Подставим в систему, которая дана по условию

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2 \quad (2) \end{cases}$$

Если $y = x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$, то (2) ур-е не имеет смысла т.к. $\sqrt[3]{3y}$ - отрицательное число $\Rightarrow$ нельзя из него взять корень 4-ой степени.

$$\text{Если } y = x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$(2) \quad 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3x} = 2x^5 - \sqrt[3]{3x} + 4x^2$$

$$0 = 0$$

Т.е. этот корень подходит.

$$\text{Ответ: } \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

Рассмотрим (1):

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} + \sqrt{3-y}$$

Правая часть убывает, левая возрастает $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ данное уравнение имеет не более 1 корня.
 Найдем корень. Пусть $x=y$.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 \quad /^{12}$$

$$\begin{cases} x+4 + 3-x - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25 \\ 12-x-x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4(12-x-x^2) - 18\sqrt{12-x-x^2} + 18 = 0 \\ 12-x-x^2 > 0 \end{cases}$$

Пусть $k = \sqrt{12-x-x^2}$.

$$4k^2 - 18k + 18 = 0$$

$$2k^2 - 9k + 9 = 0 \quad D = 81 - 72 = 9 > 0$$

$$k = \frac{9 \pm 3}{2} = 3; 6$$

Вернемся к x

$$\begin{cases} \sqrt{12-x-x^2} = 3 \\ \sqrt{12-x-x^2} = 6 \\ 12-x-x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12-x-x^2 = 9 \\ 12-x-x^2 = 36 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего отмечено 64 узла сетки $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ вариантов выбрать 2: $C_{64}^2 = \frac{64!}{62! \cdot 2!} = \frac{63 \cdot 64}{2}$

Но поворотом можно получить 4 варианта, только, если оба данных узла не лежат на одной главной диагонали.

Кол-во способов выбрать 2

узлы на одной из двух главных диагоналей:

$$2 \cdot C_8^2 = 2 \cdot \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 7 \cdot 8 = 56$$

Если 2 узла лежат на одной диагонали, то поворотом можно получить только 2 варианта.

Всего способов:

$$\frac{C_{64}^2 - 2 \cdot C_8^2}{4} + \frac{2 \cdot C_8^2}{2} = \frac{63 \cdot 32 - 56}{4} + \frac{56}{2} =$$

$$= 63 \cdot 8 - 14 + 28 = 504 + 28 = 532$$

Ответ: 532.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \alpha &= 12 - 12x \\ \alpha + 2d &= (x^2 + 4x)^2 \\ \alpha + 6d &= -6x^2 \end{aligned}$$

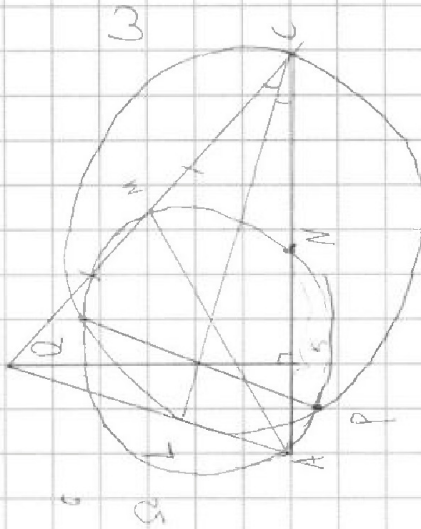
$$\begin{aligned} 12 - 12x + 2d &= (x^2 + 4x)^2 \\ 2d &= (x^2 + 4x)^2 + 12x - 12 \\ 3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 24x - 24 &= 0 \\ (x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 8 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 - 12x + 3(x^2 + 4x)^2 + 36x - 36 &= -6x^2 \\ 24x - 24 + 3x^4 + 24x^3 + 48x^2 &= -6x^2 \\ 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 &= 0 \\ x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 - 12x &= (x^2 + 4x)^2 - 6x^2 \\ -6x^2 - (x^2 + 4x)^2 &= 2((x^2 + 4x)^2 - (12 - 12x)) / 1.2 \\ 6x^2 + (x^2 + 4x)^2 &= 2(1x^2 + 4x)^2 \\ -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 &= 2(x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x) \\ -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 &= 2x^4 + 16x^3 + 32x^2 - 24 + 24x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 &= 0 \\ x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 &= 0 \quad | : x^2 \\ x^2 + 8x + \frac{18}{x} + \frac{8}{x^2} - \frac{8}{x^2} &= 0 \\ x^2 - \frac{8}{x^2} + 8\left(x + \frac{1}{x}\right) + 18 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 & 8 & 18 & 8 \\ -2 & 1 & 6 & 24 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$\begin{array}{r} m^2n - 2mn^2 - 2mn \\ m^2n - 2mn^2 \\ \hline -2mn \end{array} \quad \begin{array}{r} m-2n \\ mn-2n \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2mn \\ -2mn + 4n^2 \end{array}$$

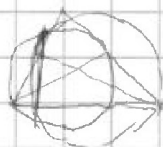
$$k^2 + 13k - 6 = 0$$

$$(k+17)(k-4) = 0$$

$$\begin{cases} k(k+13) = 17q^2 \\ mn(k-2) = 15q^2 \end{cases} \Rightarrow q=2$$

$$d = \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2}$$

$$24 - 12x - \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2}$$



$$\frac{24 - 12x - \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2}}{2} + \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} = -12x^2$$

$$36 - 36x - \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} + \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} = -12x^2$$

$$6(x^2 + 4x)^2 + 48x - 48 = -12x^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 8x + 2x^2 - 8 = 0 \quad -24 \leq 8x + 12y \leq 24$$

$$-36 \leq 12x + 18y \leq 36 \quad (x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x) + 1 - 9 = 0 \quad -24 \leq 18x - 12y \leq 24$$

$$-16 \leq 12x - 8y \leq 16 \quad (x^2 + 4x + 1)^2 = 9 \quad -48 \leq 10x \leq 48$$

$$x^2 + 4x + 1 = \pm 3$$

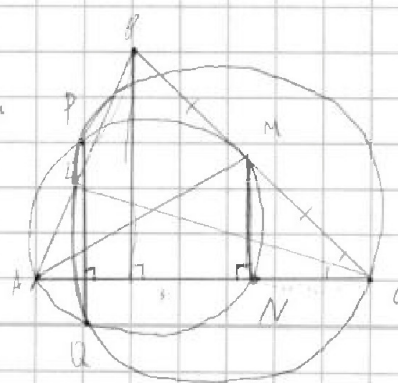
$$-5.2 \leq 10y \leq 5.2$$

$$-2.6 \leq 5y \leq 2.6$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 4 = 0 & x = -2 \\ x^2 + 4x - 2 = 0 & D/4 = 4 + 2 = 6 \end{cases} \quad x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^4 - \sqrt{3-y} = 2y^5 - \sqrt{3-y} + 4y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0, y > 0, y \leq 3 \\ x + y^2 \leq 12 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



$$(N(N+5)) = M^2$$

$$y = -\frac{26}{5}$$

$$x = -\frac{24}{5}$$

$$\begin{array}{r} -\frac{48}{5} + \frac{78}{5} \\ -\frac{72}{5} + \frac{52}{5} \\ +\frac{48}{5} + \frac{26}{5} \\ \hline \frac{14}{5} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} + \sqrt{3-y}$$

$$2 + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} + \sqrt{3-y}$$

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2$$

$$2(\sqrt{x^5 - y^5}) + 4(\sqrt{x^2 - y^2}) = \sqrt{3y} - \sqrt{3x}$$

$$2(x-y)(x^2 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y)$$

$$\begin{array}{r} 2,2 \\ 2,2 \\ \hline 4,4 \\ 4,4 \\ \hline 8,8 \end{array}$$

$$0,84$$

$$\begin{array}{r} 0,84 \\ 3 \\ \hline 1,2 \end{array}$$

$$\frac{(x+y)(3-x)}{(x+y)(3-x)} = \frac{-x^2 + 3x - y}{(x+y)(3-x)}$$

$$\begin{array}{l} 4x^2 - 12xy + 9y^2 \leq 36 \\ 9x^2 - 12xy + 4y^2 \leq 0,84 \cdot x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 9 \end{array}$$

$$a - b + 5 = 2 \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$a + 5 = 2 \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$\begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{8!}{1!2!} \\ = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 72x^2 - 12 \cdot 18xy + 9 \cdot 18y^2 \leq 36\sqrt{x+y} - \sqrt{3-x} - 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 \\ 18x^2 - 12 \cdot 2xy + 8y^2 \end{array}$$

$$x+y + 3-x - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4\sqrt{12-x-x^2}$$

$$x + 18\sqrt{12-x-x^2} = 48 - 4x - 4x^2 + 25 \quad C_{11} = \frac{64}{1} = 64$$

$$12\sqrt{12-x-x^2} = 66 - 4x - 4x^2$$

$$9\sqrt{12-x-x^2} = 33 - 2x - 2x^2$$

$$3\sqrt{12-x-x^2} = 9 + 2(12-x-x^2)$$

$$3\sqrt{12-x-x^2} = 9 + 2(12-x-x^2)$$

$$2k^2 - 9k + 9 = 0 \quad D = 81 - 72 = 9$$

$$k = \frac{9 \pm 3}{2} \Rightarrow k = 3; k = 12$$

$$12 - x - x^2 = 9$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

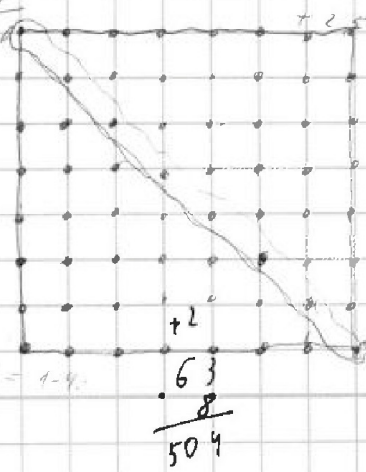
$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}, x > 0$$

$$72 - x - x^2 = 144$$

$$x^2 + x + 132 = 0 \quad D = 1 - 4$$

$$1x +$$



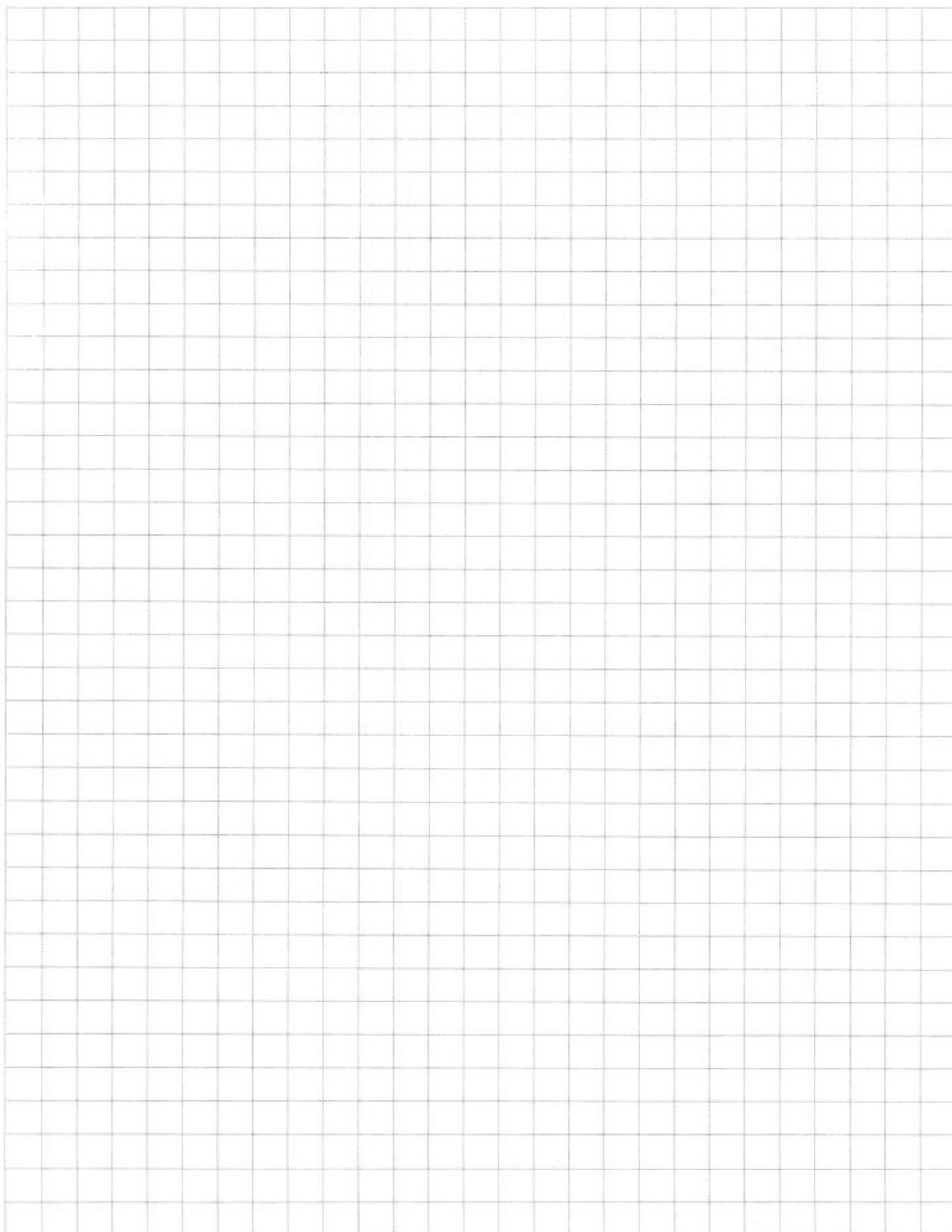


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите **номер странички** и **суммарное количество страниц** в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 & (1) \\ -4 \leq 3x - 2y \leq 4 & (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2): \quad \begin{aligned} -10 &\leq 5x - 5y \leq 10 \\ -2 &\leq x - y \leq 2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ -2 \leq x - y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \\ -2 \leq x - y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ -2 \leq y - x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \\ -2 \leq y - x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 & (3) \\ -4 \leq -2x + 2y \leq 4 & (4) \end{cases} \quad \begin{cases} -4 \leq 3x - 2y \leq 4 & (5) \\ -4 \leq -2x + 2y \leq 4 & (6) \end{cases}$$

$$(3) + (4): \quad -10 \leq -y \leq 10 \quad (5) + (6): \quad -8 \leq x \leq 8$$
$$-10 \leq y \leq 10$$

Наименьшее значение $10x + 5y$ достигается при наименьших значениях x и y , т.е.

$$\begin{cases} y = -10 \\ x = -8 \end{cases} \quad \text{Проверим, что на них выполняются условия:}$$

$$10x + 5y = -80 - 50 = -130$$

Ответ: -130 .