



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a — третий член арифм. прогрессии,

d — разность арифм. прогрессии.

Тогда по укл.: $a = 3x + 3$, $a + 2d = (x^2 + 2x)^2$,

$$a + 0d = 3x^2 \Rightarrow 0d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$\Rightarrow 2d = x^2 - x - 1$$

$$\Rightarrow 3x + 3 + x^2 - x - 1 = \cancel{\text{убавляем}} (x^2 + 2x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2x)^2$$

Заметим, что $x^2 + 2x + 2$ — квадрат двучлена $x + 1$.

$$\cancel{\text{убавляем}}, \quad x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

-1 — корень.

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \quad | \quad x + 1 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \underline{3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2 \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0. \quad -1 \text{ — корень}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \quad | \quad x + 1 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ 2x^2 - 2 \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$1 + 2 = 3$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 8 = 9 \Rightarrow \cancel{x = -1 \pm 3}$$

$$\cancel{x = -1 \pm 3} \Rightarrow \cancel{x = -4}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $\{-1; -1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}\}$

Ответ: $\{-1; -1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x/3 - y| \leq 1 \\ |y - 3x| \leq 1 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x/3 - y \leq 1 \\ -1 \leq y - 3x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq -\frac{8x}{3} \leq 2 \\ -\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \boxed{8x \leq 6}$$

~~$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq y - 3x \leq 1 \end{cases}$~~

~~$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{10}{3} \leq \frac{8y}{3} \leq \frac{10}{3} \\ -\frac{5}{4} \leq y \leq \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \boxed{4y \leq 5}$~~

$$\begin{cases} |3y - x| \leq 3 \\ |x - \frac{y}{3}| \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 3y - x \leq 3 \\ -\frac{1}{3} \leq x - \frac{y}{3} \leq \frac{1}{3} \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{10}{3} \leq \frac{8y}{3} \leq \frac{10}{3} \\ -\frac{5}{4} \leq y \leq \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \boxed{4y \leq 5}$$
$$\Rightarrow \boxed{8x + 4y \leq 11}, \text{ т.е. ответ не больше } 11$$

при $x = \frac{3}{4}$ и $y = \frac{5}{4}$

система $\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$ верна и равенство $8x + 4y = 11$ выполняется.

Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{при } n=1 \quad m=p \Rightarrow p \cdot (1+p-3) = 13p^2$$

$$\Rightarrow p-2 = 13p \Rightarrow \cancel{p} \quad 12p = -2 \quad X$$

Аналогично при $m=1$

$$\text{Случай 2.4} \quad m+n-3 = 13p^2$$

$$\Rightarrow mn=1 \Rightarrow m=n=1 \Rightarrow 13p^2 = -1 \quad X$$

Ответ: $(3; 10), (10; 3).$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Случай 1. $A = 13p^2$, $B = 75q^2$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$= 13p^2. \text{ Случай 1.1. } m+n=13 \Rightarrow 13 \cdot 4 = 13p^2$$

$$\Rightarrow p=2 - \text{простое. } B = mn(m+n) - 3mn = 75q^2$$

$$\Rightarrow 10mn = 75q^2 \Rightarrow 2mn = 15q^2 = 3 \cdot 5 \cdot q \cdot q$$

$$m=1 \quad n=12 \quad X \quad m=2 \quad n=11 \quad X \quad \boxed{m=3 \quad n=10 \quad q=2}$$

$$m=4 \quad n=9 \quad X \quad m=5 \quad n=8 \quad X \quad m=6 \quad n=7 \quad X$$

$$\text{далее симметрично } \boxed{n=10 \quad m=3 \quad q=2}$$

$$\boxed{\text{Получаем ответы } (3; 10); (10; 3)}$$

$$\text{Случай 1.2 } m+n=13p \Rightarrow 13p(13p-9) = 13p^2$$

$$\Rightarrow 159p^2 - 117p = 13p^2 \Rightarrow 156p = 117 \quad X$$

$$\text{Случай 1.3 } m+n=13p^2 \Rightarrow 13p^2(13p^2-9) = 13p^2$$

$$\Rightarrow 13p^2-9=1 \Rightarrow 13p^2=10 \quad X \quad (10 \text{ не дел. на } 13)$$

$$\text{Случай 1.4 } m+n=1 \Rightarrow m+n-9=0 \quad X$$

Случай 2 $A = 75q^2$, $B = 13p^2$

$$B = mn(m+n-3) = 13p^2. \text{ Случай 2.1 } m+n-3=13$$

$$\Rightarrow m+n=16. \Rightarrow mn=p^2 \Rightarrow m=n=p \Rightarrow p=8 \quad X$$

$$\text{Случай 2.2 } m+n-3=1 \Rightarrow m+n=4$$

$$m=1 \quad n=3 \quad X \quad m=2 \quad n=2 \quad X \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Случай 2.3 } m+n-3=13p \Rightarrow mn=p$$

$$\Rightarrow \text{либо } m=1 \text{ либо } m=n=1$$

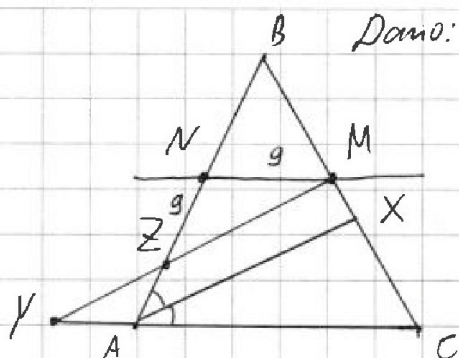


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



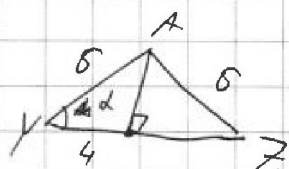
Дано: $\angle CAX = \angle BAX$

$AC = 18, AZ = 6, YZ = 8$
 $BM = MC, ZM \parallel AX$

Решение: $\angle BZM = \alpha$ Пусть $\angle CAX = \alpha$

$$\angle BZM = \alpha \Rightarrow \angle AZY = \alpha, \angle YAZ = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\Rightarrow \angle ZYA = 180^\circ - 180^\circ + 2\alpha - \alpha = \alpha \Rightarrow AY = AZ = 6$$



$$\cos \alpha = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

Проложем $MN \parallel AC, N \in AB$. MN — ср. линия

$$\Rightarrow AN = NB, \angle BNM = 2\alpha \Rightarrow \angle ANM = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\angle NZM = \alpha \Rightarrow \angle NMZ = \alpha, NM = \frac{AC}{2} = 9 = NZ$$

$$\text{из } \triangle ANM \text{ по теореме косинусов } \Rightarrow AN = 15$$

$$\text{т.к. } AN = NB \Rightarrow NB = 15, AB = 30$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha = 324 + 900 -$$

$$+ 2 \cdot \frac{18 \cdot 30}{9} = 1224 + 4 \cdot 30 = 1344$$

$$\Rightarrow BC = 4\sqrt{84} \quad \text{Ответ: } 4\sqrt{84}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего получим $\frac{80 \cdot 79 + 20}{2} = \frac{80^2}{2}$ неупорядоченных пар. Рассм. некоторую раскраску 2 типа, которая соответствует будет 1 из пар. При повороте её на 90° получится другая раскраска 2 типа, тоже соответствующая другой паре. Аналогично при поворотах на 180° и 270° , ~~или при повороте на 3 т.е.~~ 4 раскраски 2 типа соответствует 4 парам. Значит всего раскрасок $\frac{80^2}{2} \cdot \frac{1}{4} =$
 $= \frac{80^2}{8} = \frac{8^2 \cdot 10^2}{8} = 800$

Р. Итого:

раскрасок 1 типа — 20

раскрасок 2 типа — 800

всего: 820

Ответ: 820.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

но в каждой раскраске 2 типа точек
получим $\frac{80}{2} = 40$ пар (неупорядоченных).
тогда, значит $\frac{80}{2} = 40$ пар. Если раскрасить
каждая пара соответствует раскраске 1 типа, но если раскрасить
ее на 90° , получится раскраска 1 типа, который
также соответствует одна из пар, поэтому всего $\frac{40}{2} = 20$ пар раскрасок
Посчитаем раскраски 2 типа.
Если мы
красим некоторую не центральную точку в
окрестности, то мы можем выбрать $81 - 2 = 79$
других точек чтобы получить раскраску 2
типа. Т.к. одна из 81 точек совпадает с другой
и одна еще одна другая мы образуем
данной раскраску 1 типа).

Если мы красим центральную точку, то
мы можем покрасить любую из оставшихся
80 чтобы получить раскраску 2 типа.

~~Всего получаем $80 \cdot 79 + 80 = 80^2$ пар.
Порядок пар не важен, каждая пара учитывается дважды.
Рассматривая некоторую раскраску 2 типа,
образованную одной из этих пар. Проверим
ее на 90° , тогда получим раскраску 2 типа.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

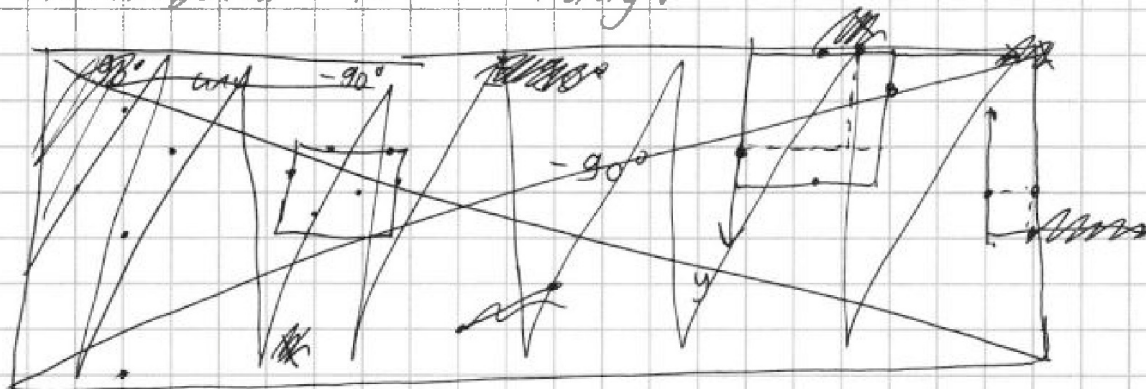
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разделим все раскрески на два типа:

1 тип: раскрески, которые совпадают сами с собой после поворота на 180° .

2 тип: ~~раскрески~~ все раскрески, не относящиеся к 1 типу.



Введём координаты для узлов сетки внутри квадрата:

точка $(0,0)$ — левый нижний угол, ~~в~~ квадрата,

(d,d) — правый верхний.

При повороте на 90° ~~преобразовании~~ точка (x,y) перейдет

в $(d-y, x)$, а при -90° $(x,y) \rightarrow (y, d-x)$

т.е. при повороте на 180° $(x,y) \rightarrow (d-x, d-y)$

При повороте раскрески 1 типа с черными точками (a,b) , (c,d) на $\pm 90^\circ$

эти черные точки перейдут в



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(b, d-a), (d, d-c)$ и $(d-b, a), (d-d, c)$

соответственно. При этом точка

$(b, d-a)$ переходит в $(d-b, a)$ и точка

$(d, d-c)$ переходит в $(d-d, c)$ при повороте

на 180° . Таким образом, раскраска 1

типа при повороте на $\pm 90^\circ$ даёт раскраску

1 типа а. Аналогично, раскраска 2

типа при повороте на $\pm 90^\circ$ даёт

раскраску 2 типа.

Рассчитаем раскраски 1 типа. Очевидно,
что $\forall$ ^{для} ^{ой} ~~каждой~~ точка кроме центральной $(4, 4)$
существует ~~такая~~ ^{такая} равно $\forall$ ^а ~~очень~~ раскраске 1 типа,

где эта точка покрашена (т.к. когда

~~переворачивается~~ точка при повороте на 180° переходит в одну

конкретную точку, ~~а именно~~ но только центральная

переходит сама в себя).

Всего 80 нецентральных точек. Каждая точка

соответствует 1 раскраске 1 типа,

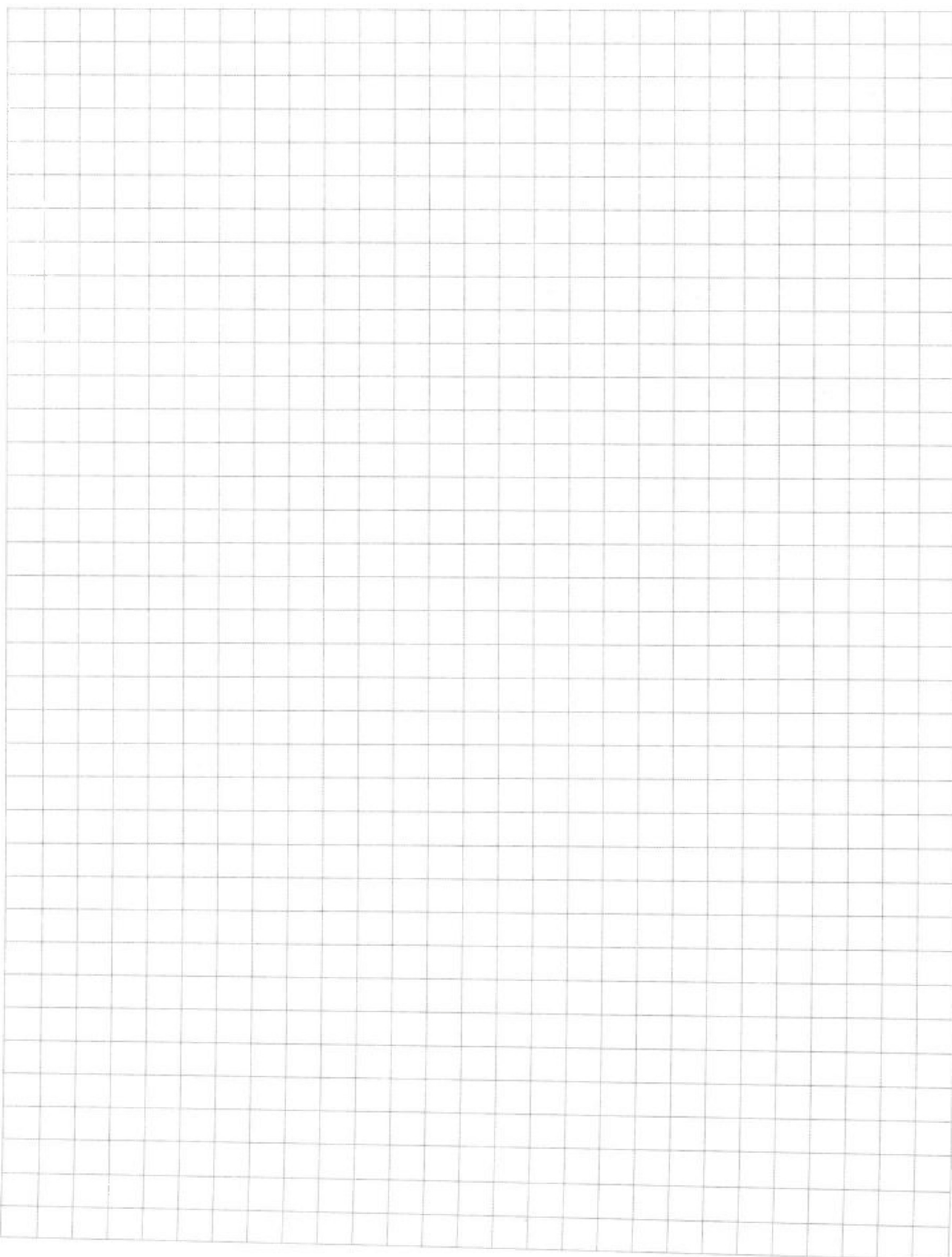


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including various diagrams, calculations, and geometric constructions.

Top left: A 4x4 grid with a small square inside. Below it, a 4x4 grid with a dashed line and points.

Top center: Calculations: $9-9=81$, $C_2^4 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 3 \cdot 2 = 6$.

Top right: A square with points on its sides and a dashed line. Below it, a diamond shape.

Middle left: A 4x4 grid with a dashed line and points. Below it, a 4x4 grid with a dashed line and points.

Middle center: A 4x4 grid with a dashed line and points. Below it, a 4x4 grid with a dashed line and points.

Middle right: A 4x4 grid with a dashed line and points. Below it, a 4x4 grid with a dashed line and points.

Bottom left: A 4x4 grid with a dashed line and points. Below it, a 4x4 grid with a dashed line and points.

Bottom center: A 4x4 grid with a dashed line and points. Below it, a 4x4 grid with a dashed line and points.

Bottom right: A 4x4 grid with a dashed line and points. Below it, a 4x4 grid with a dashed line and points.

Calculations and notes:

- $80 \cdot 79$
- $4 + 2 = 6$
- $\frac{4}{4} + \frac{2}{2} = 1 + 1 = 2$
- $8 + 7 + 6 + \dots + 1 = \frac{9 \cdot 8}{2} = 36$
- $C_{30}^1 = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$
- $36 + 4 = 40$
- $80 \cdot 79 + 80 \Rightarrow 80^2$
- $(n+1)^2 - 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$\begin{aligned} & \frac{x}{3} - y/5 \leq 1 \\ & -2 \leq \frac{10x}{3} \leq 2 \\ & -0.6 \leq x \leq 0.6 \\ & y = 2 \\ & -3.5 \leq -3y \leq 3 \\ & -10.5 \leq y \leq -10 \\ & -1.25 \leq y \leq 1.25 \\ & \frac{24}{5} + 5 = \frac{49}{5} = 9.8 \\ & x = 0.6 \\ & 1.8 - 1.25 = 0.55 \\ & x - 3 \\ & -3 \leq 3y - x \leq 3 \\ & \frac{x}{3} - 1 \leq y \leq 1 + \frac{x}{3} \\ & 4y \leq 4.2 \quad 4.8 \\ & 4.8 \quad 9.8 \\ & -\frac{8y}{3} \leq \frac{10}{3} \quad -\frac{10}{3} \leq \frac{8y}{3} \leq \frac{10}{3} \\ & -2.25 \leq y \leq 1.25 \\ & 2.25 - 1.25 = 1 \\ & x - 3y \leq 3 \\ & \frac{y}{3} - x \leq \frac{1}{3} \\ & x = 0.75 \quad 0.75 - 2.25 \leq 3 \leq -3 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$* a = 3x + 3 \quad a + d = (x^2 + 2x)^2 \quad a + 3d = 3x^2$$

$$a + d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 \quad 3x = a - 3$$

$$3x^2 = x(a - 3) \quad a + 3d = x(a - 3)$$

$$3d = 3x^2 - 3x - 3 \quad d = x^2 - x - 1$$

$$* a + d \quad 3x + 3 + x^2 - x - 1 = (x^2 + 2x)^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x = -1$$

$$\frac{(a_3 + a_9)}{2} = a_6$$

$$3x^2 = 3 \quad -3 + 3 = 0 \quad -2 + -2$$

$$3x^2 = 3 \quad a_3 = 0 \quad a_9 = 3$$

$$\frac{3x^3 + 3x + 3}{2} = (x^2 + 2x)^2 + \frac{x^2 - x - 1}{2}$$

$$2x^3 + 3x + 3 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + x^2 - x - 1$$

$$|x - 3y| \leq 3$$

$$\Rightarrow -3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$|3x - y| \leq 1$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-1 \leq y - 3x \leq 1$$

$$y - 1 \leq 3x \leq y + 1$$

$$3 \leq 3y - x \leq 5$$

$$3y - 3 \leq x \leq 3y + 3$$

$$4 \leq 4 \leq 4(x - y) \leq 4$$

$$-1 \leq x - y \leq 1$$

$$|x - y| \leq 1$$

$$x = y + 1$$

$$4y + 8y + 8$$

$$12y + 8$$

$$12y + 8$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \\ \underline{-(x^3 + 1.5x^2)} \\ -1.5x^2 - 2 = 0 \\ \underline{+1.5x^2 + 2.25x} \\ -1 + 3.25x - 2 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \underline{-(x^4 + x^3)} \\ 3x^3 + \dots \\ \underline{-(3x^3 + 3x^2)} \\ -2x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \\ \underline{-(x^3 + 1.5x^2)} \\ -1.5x^2 - 2 = 0 \\ \underline{+1.5x^2 + 2.25x} \\ -1 + 3.25x - 2 = 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+2d=3x+3 \quad a_3 \quad a=3x+3 \quad \frac{f1. f0 = f1. 20 = 4 \quad \frac{f0^2}{4}}$$

$$a+2d=(x^2+2x)^2 \quad a+5d=3x^2 \quad \frac{f0^2}{4}$$

$$3x \quad 5d=3x^2-3x-3 \rightarrow 2d=x^2-x-1 \quad 54$$

$$\Rightarrow 3x+3+x^2-x-1=(x^2+2x)^2$$

$$x^2+2x+2=x^4+4x^3+4x^2 \quad \frac{f0}{2}$$

$$2x \quad x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0$$

$$x=-1 \quad \frac{x^4+4x^3+3x^2-2x-2}{x^4+x^3} \quad \frac{x^3+3x^2-2x-2}{x^3+3x^2-2}$$

$$\frac{3x^3+3x^2-2x-2}{3x^3+3x^2} \quad \frac{-2x-2}{-2x-2} \quad 0$$

$$x^3+3x^2-2=0 \quad -8+3 \cdot 4-2=$$

$$a=3x+3 \quad a+d=(x^2+2x)^2 \quad a+3d=3x^2$$

$$2d=3x^2-(x^2+2x)^2=3x^2(3-(x+2)^2)$$

$$3d=3x^2-3x-3 \Rightarrow d=x^2-x-1$$

$$3x+3+x^2-x-1=x^2(x+2)^2 \quad (x+2)^2(x-1)(x+1)=$$

$$x^2+2x+2=x^2(x+2)^2 \quad x^2(x+2)^2(x-1)(x+1)=-2(x+1) \quad x=-1$$

$$x^2(x+2)^2(x-1)(x+1)=-2(x+1)$$

$$4x^2+4x+4(x+2)^2(x-1)=-2$$

$$x^2(x^2+4x+4)=x^2+2x+2$$

$$f(x)$$

$$\frac{x^2(x^2+4x+4)}{(x+2)^2(x^2-1)}=\frac{x^2(x+2)^2}{(x+2)^2(x^2-1)}-2x-2$$

$$\frac{x^2(x^2+4x+4)}{(x+2)^2(x^2-1)}=-2(x+1)$$