



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓1

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$a_9 = a_5 + 4d$$

$$a_9 = a_3 + 6d$$

$$\begin{cases} 3x^2 = 3x + 3 + 6d \\ 3x^2 = (x^2 + 2x)^2 + 4d \end{cases}$$

$$a_5 = a_3 + 2d$$

d — разность арифметической прогрессии

$$\begin{cases} x^2 - x - 1 = 2d \cdot 2 \\ 3x^2 = x^2(x+2)^2 + 4d \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + 2d$$

$$x^2(x+2)^2 = 3(x+1) + 2d$$

$$2x^2 - 2x - 2 = 3x^2 - x^2(x+2)^2$$

$$2x^2 - 2x - 2 = x^2(3 - x^2 - 4x - 4)$$

$$2x^2 - 2x - 2 = x^2(-x^2 - 4x - 1)$$

$$2x^2 - x^2(-x^2 - 4x - 1) = 2x + 2$$

$$2x^2 + x^2(x^2 + 4x + 1) = 2x + 2$$

$$x^2(x^2 + 4x + 3) = 2x + 2$$

$$x^2(x+1)(x+3) = 2(x+1)$$

$$x^2(x+1)(x+3) - 2(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ (x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0 \end{cases}$$

$$(1) \quad x = -1$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3x^2 - 2 & x+1 \\ -x^3 + x^2 & \\ \hline 2x^2 - 2 & \\ -2x^2 + 2x & \\ \hline -2x - 2 & \end{array}$$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ x^2 + 2x - 2 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x \in \{-1; \sqrt{3}-1; -\sqrt{3}-1\}.$$

$$(2) \quad \frac{D}{4} = 1 + 2 = 3$$

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{3}-1 \\ x_2 = -\sqrt{3}-1 \end{cases}$$

Проверка корней $x = -1$

$$\begin{aligned} a_3 &= -3 + 3 = 0 \\ a_5 &= (1-2)^2 = 1 \\ a_9 &= 3 \\ d &= 0,5 \\ a_4 &= 0,5 \\ a_5 &= 1 \\ a_6 &= 1,5 \\ a_7 &= 2 \\ a_8 &= 2,5 \\ a_9 &= 3. \end{aligned}$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 & (1) \\ |3x - y| \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & \begin{cases} x - 3y \geq -3 \\ x - 3y \leq 3 \end{cases} & (2) \quad & \begin{cases} 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases} \\ & \begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \end{cases} & & \begin{cases} y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases} \\ & \begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \end{cases} & & \begin{cases} y+1 \geq 3x \\ y-1 \leq 3x \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \\ 3x \leq y+1 \\ 3x \geq y-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \\ x \leq \frac{y+1}{3} \\ x \geq \frac{y-1}{3} \end{cases}$$

$$2x \leq (y+1) \left(3 + \frac{1}{3}\right)$$

$$2x \leq (y+1) \left(\frac{10}{3}\right)$$

$$6x \leq 10(y+1)$$

$$6x \geq 10(y-1)$$

$$8x \leq 3 - 3y + 3y + 3 + y + 1 + 1 - y$$

$$8x \leq 8$$

$$x \leq 1 \quad \text{макс. значение } x = 1.$$

$$\begin{cases} \frac{x}{3} \leq 1-y \\ \frac{x}{3} \leq y+1 \\ 3x \leq y+1 \\ 3x \leq 1-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 1 - \frac{x}{3} \\ y \geq \frac{x}{3} - 1 \\ y \geq 3x - 1 \\ y \leq 1 - 3x \end{cases}$$

$$2y \leq 2 - \frac{x}{3} - 3x$$

$$2y \leq 2$$

Возможно что $x \geq 0$, $y \geq 0$, т.к. иная в неравенствах будет получаться больше значение, т.к. перед y стоит $-$

В области определения системы с учетом требований выше: в 1-й стр-ке и в 2-й стр-ке

Вывод и получается что больше, чем во 2-й стр-ке $\Rightarrow x=0$, $y=1$ Ответ: 4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и 3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$A = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$1) A = 13p^2$$

$$B = 75q^2$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ mn(m+n-3) = 75q^2 \end{cases}$$

Найдем значения, которые удовлетворяют совокупности слева и кресту ур-во системы

$$\begin{cases} m+n=13 \\ p=2 \\ m+n=25 \\ p=5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 13p-9 &= p \\ 12p &= 9 \quad \text{не} \\ p-9 &= 13p \\ +12p &= 9 \quad \text{не} \\ -9 &= 13p^2 \quad \text{не} \\ 13p^2 &= 10 \quad \text{не} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} mn \cdot 10 = 75q^2 \\ m+n=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = \frac{15}{2} \cdot q^2 \\ m+n=13 \end{cases}$$

$$mn = 15 \cdot 2$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=10 \\ m=10 \\ n=3 \end{cases}$$

- одно из решений

рассмотрим делители
А: 13-простое число
 p^2 делится на p .
1+11 равно 12 или 1, тогда

$$(m+1)(m+n-9)$$

$$\begin{aligned} &\begin{cases} m+n=13 \\ m+n-9=p^2 \end{cases} \\ &\begin{cases} m+n=13p \\ m+n-9=p \end{cases} \\ &\begin{cases} m+n=p^2 \\ m+n-9=13 \end{cases} \\ &\begin{cases} m+n=p \\ m+n-9=13p \end{cases} \\ &\begin{cases} m+n=1 \\ m+n-9=13p^2 \end{cases} \\ &\begin{cases} m+n=13p^2 \\ m+n-9=1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} mn \cdot 22 = 75q^2 \\ m+n=25 \\ mn = \frac{75q^2}{22} \end{cases}$$

и 2 и 11 =>
не



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \quad A = 75q^2$$

$$B = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 75q^2$$

75 ^{делится на} $3 \cdot 5 \cdot 25 \cdot 15 \cdot 75$
 q^2 ^{делится на} $1 \cdot 9 \cdot 9^2$

→ рассмотрим B

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$13p^2 : 1, 13; p, p^2$$

$$(m, n) \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} mn = 13 \\ m+n-3 = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = p^2 \\ m+n-3 = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 1 \\ m+n-3 = 13p^2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} mn = 13p^2 \\ m+n-3 = 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} mn = 13p \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = p \\ m+n-3 = 13p \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 13 \\ m = 13 \\ n = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 1 \\ m = 1 \\ n = 13 \end{cases}$$

т.е. $(m, n) \in \mathbb{N}$ и 13 - кр. число

$$14 - 3 = p^2$$

$$p^2 = 11 \quad \text{не подходит}$$

$$\begin{cases} mn = p^2 \\ m = p \\ n = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = p^2 \\ m = p^2 \\ n = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = p^2 \\ m = 1 \\ n = p^2 \end{cases}$$

$$2p - 3 = 13$$

$$2p = 16$$

$$p = 8 \quad \text{не кр. число} \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$p^2 + 1 = 16$$

$$p^2 = 15 \quad \text{не подходит}$$

(3), (4) - не имеют решений

→



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} mn = 13p \end{cases}$$

$$13m + 13n - 39 = 13p$$

$$\begin{cases} m = 13 \end{cases}$$

$$13 + p - 3 = 13p$$

$$\begin{cases} n = p \end{cases}$$

$$10 = 12p \quad \text{✗}$$

$$\begin{cases} m = 13p \end{cases}$$

$$13p + 1 - 3 = 13p$$

$$\begin{cases} n = 1 \end{cases}$$

$$-2 = 0 \quad \text{✗}$$

$$\begin{cases} mn = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = p \\ n = 1 \end{cases}$$

$$m + n - 3 = 13p$$

$$p + 1 - 3 = 13p$$

$$-2 = 12p \quad \text{✗}$$

Ответ: $m = 10$; $n = 3$ $m = 3$; $n = 10$.

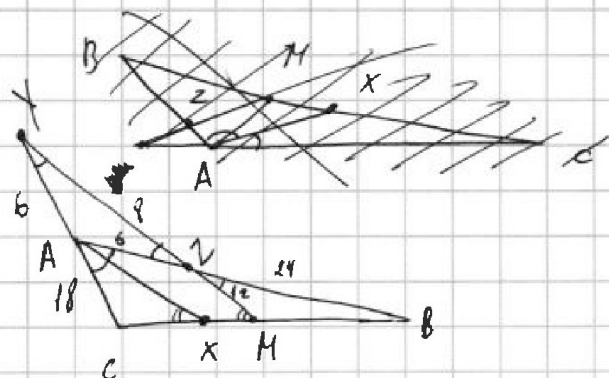


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \angle AYZ = \angle AZY & \Rightarrow \\ \Rightarrow \triangle AYZ - \text{равнобедренный} \\ AZ = AY = 6 \end{aligned}$$

по т. синусов для $\triangle CYM$ и пр. AB:

$$\begin{aligned} \frac{CA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MB}{MC} &= 1 \\ \frac{18}{6} \cdot \frac{6}{ZM} \cdot \frac{MB}{2MB} &= 1 \\ \frac{18 \cdot 6}{2 \cdot 6 \cdot ZM} &= 1 \\ ZM &= 12 \end{aligned}$$

$\triangle AYZ$:
по т. синусов

$$\begin{aligned} \frac{6}{\sin \alpha} &= \frac{6}{\sin(180-2\alpha)} \\ \frac{6}{\sin \alpha} &= \frac{6}{\sin 2\alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{6}{\sin \alpha} &= \frac{6}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \\ 6 &= \frac{4}{\cos \alpha} \\ \cos \alpha &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle XAC &= \angle BAX \\ (AX - \text{биссектриса}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ZM \parallel AX &\Rightarrow \\ (\text{по угл.}) \\ \angle YZA &= \angle XAZ \\ (\text{накрест. сл.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle CAZ - \text{внешний угол} \\ \triangle AYZ \Rightarrow \\ \angle CAZ &= \angle AZY + \angle AYZ \\ \angle CAZ &= 2\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\alpha &= \alpha + x \\ x &= \alpha \end{aligned}$$

т. синусов для $\triangle CBA$ и пр. MY

$$\begin{aligned} \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} &= 1 \\ \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} &= 1 \\ \frac{BZ}{24} &= 1 \\ BZ &= 24 \end{aligned}$$

$\triangle ZMB$: по т. косинусов

$$\begin{aligned} MB^2 &= 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 24 \cdot 12 \cdot \cos \alpha \\ MB^2 &= 24^2 + 12^2 - 4 \cdot 24 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} \\ MB^2 &= 144 + 24(24 - 16) \\ MB^2 &= 144 + 24 \cdot 8 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$MB^L = 144 + 192 = 336 = 21 \cdot 16$$

$$MB = 4\sqrt{21}$$

$$BC = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } 8\sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из второго ур-я следует, что

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}, \text{ то есть } x=y \quad \begin{matrix} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{matrix}$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-(x^2-5x-6)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-(x-6)(x+1)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-(x-6)(x+1)}$$

~~$$\begin{cases} \sqrt{6-x} = a & a \geq 0 \\ \sqrt{x+1} = b & b \geq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} a^2 + b^2 = 6 - x + x + 1 = 7 \end{matrix}$$~~

~~$$\sqrt{b} - \sqrt{a} + 5 = 2\sqrt{a}$$~~

~~$$\begin{cases} b - a + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases}$$~~

$$\begin{cases} x+1=a \\ 6-x=b \end{cases}$$

$$a \geq 0$$

$$b \geq 0$$

$$a+b=7$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \\ a+b=7 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{7-a} + 5 = 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{7-a} \\ \sqrt{a} - \sqrt{7-a} + 5 = 2\sqrt{7a-a^2} \end{cases}$$~~

~~$$\sqrt{a} - \sqrt{7-a} = 2\sqrt{7a-a^2} - 5$$~~

~~✗✗✗~~

~~$$a + 7 - a - 2\sqrt{(7-a) \cdot a} = 4(7a-a^2) - 20\sqrt{7a-a^2} + 25$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7 - 2\sqrt{(7-a)a} = 4(7a-a^2) - 20\sqrt{7a-a^2} + 25$$

$$4(7a-a^2) - 18\sqrt{7a-a^2} + 18 = 0$$

$$\sqrt{7a-a^2} = t \quad t \geq 0$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9^2 - 18 \cdot 4 = 81 - 72 = 9$$

$$t = \frac{9 \pm 3}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$t = \frac{-9 \pm 3}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{7a-a^2} = 3 \\ \sqrt{7a-a^2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7a-a^2 = 9 \\ 7a-a^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 7a + 9 = 0 \quad (1) \\ a^2 - 7a + \frac{9}{4} = 0 \end{cases}$$

$$(1) \quad D = 49 - 36 = 13$$

$$a = \frac{\sqrt{13} + 7}{2}$$

$$a = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}$$

$$a \in [0; 7]$$

$$7a-a^2 = \frac{9}{4}$$

$$a^2 - 7a + \frac{9}{4} = 0$$

$$4a^2 - 28a + 9 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 14^2 - 56 = 289 - 56 = 233$$

$$289 - 36 = 253$$

$$a = \frac{\sqrt{253} + 14}{4}$$

$$a \in [0; 7]$$

$$a = \frac{-\sqrt{253} + 14}{4}$$

$$\begin{cases} x+1 = \frac{\sqrt{13} + 7}{2} \\ x+1 = \frac{7 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{13} + 5}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Orbem: $\left\{ x = \frac{\sqrt{13} + 5}{2}; y = \frac{\sqrt{13} + 5}{2} \right\}; \left\{ x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}; y = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right\}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-y} \cdot \sqrt{1-y} \cdot \sqrt{y-x}$$

$$6+5x-y^2 = (x+1)(6-y) + z = 6x - xy + 6 - y + z$$

$$6+5x+y^2 = 6+5x - y^2 - xy + x - y + xy - x + y$$

$$6+5x-y^2 = 6+5x - y^2 - xy + x - y + xy - x + y$$

$$6+5x-y^2 = 6+5x - y^2 - xy + x - y + xy - x + y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-y) + (1-y)(y-x)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 6-y-x-1+x+y = 2\sqrt{(x+1)(6-y) + (1-y)(y-x)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1)$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \quad (2)$$

$$(2) (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2+5)+1=0 \quad (*)$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

2 ур-е не имеет решений т.к. $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq 0$

$$(x+y) \geq 0$$

$$(x^2+y^2+5) \geq 0$$

$$(x) x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

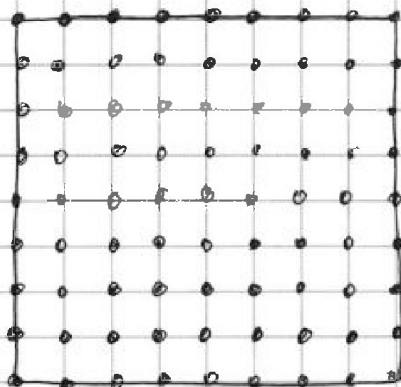
5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



81

Ваш ответ 81

У каждого лада есть 4 способа поворота
или для каждого перестановки
двух поворотов для
парной, но их одуше-
влено для пары

81 · 80, но т.к. существует 4 поворота
4х ш. 80

$$\frac{81 \cdot 80}{4} = 20 \cdot 81 = 1620$$

Ответ: 1620



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

$$2\sqrt{6+5x-y^2} = 2\sqrt{5+5x+1-y^2} = 2\sqrt{5(x+1) + (1-y)(1+y)}$$

$$(2) x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 - \sqrt{y} + \sqrt{x} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x - y)(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$(6-y)(x+1) = 6x + 6 - xy - y$$

$$6x + 6 - xy - y$$

$$(6-y)(6+y) = 36 - y^2$$

$$36 - y^2 - 30 + 5x$$

$$36 - y^2 - 30 + 5x$$

$$6 - y = t$$

$$x + 1 = 6$$

$$(y-6)(6+y)$$

$$(6-y)(6+y) = 36 - y^2$$

$$36 - y^2 - 30 + 5x$$

$$36 - y^2 + 5x$$

$$\sqrt{6x - xy + 6 - y}$$

$$\sqrt{6x - xy + 6 - y + y + xy - y^2}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{-t} + 5 = 2\sqrt{-t \cdot (-t + 12) + x}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{t} + 5 = 2\sqrt{t(12-t) + 5t - 35}$$

$$36 - y^2 + 5x + 5 - 35$$

$$t(-t+12) + 5t - 35$$

$$y(x+y)$$

$$2y + xy - y^2 - x$$

$$y(y+1) + x(y-1)$$

$$(1-y)(y+1)$$

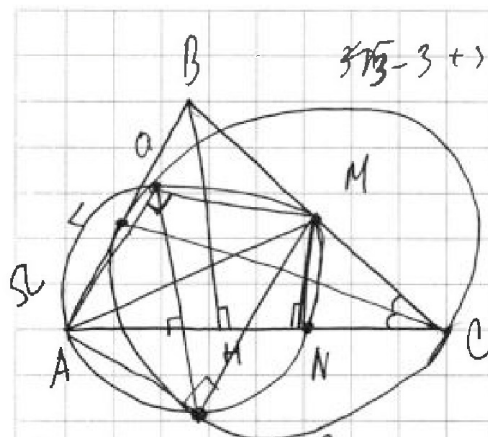


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$3\sqrt{3}-3+1 \quad \omega \neq 7$$

$$3\sqrt{3}$$

$$x = 3y$$

$$y \geq 0$$

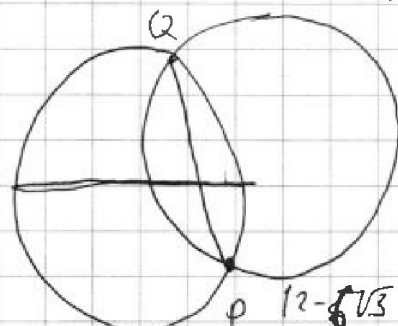
$$x \geq 0$$

$$x \leq x+1+2d$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$3x^2 = x^2 + (x+1)^2$$

$$x^2(3-x^2-4x-4) = 4d$$



$$3(3-2\sqrt{3}+1)$$

$$12-6\sqrt{3}$$

$$3-2\sqrt{3}+1+$$

$$2\sqrt{3}-2$$

$$(6-x)(x+1)$$

$$6x+6-x^2$$

$$x$$

$$5x+1$$

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

A

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \end{cases}$$

$$3(x-3y) \leq 3$$

$$2x^2-2x-2 = x^2(3-4x-4x^2) - 3 + 3 = 3\sqrt{3}$$

$$9-6\sqrt{3}+3$$

$$12-6\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \end{cases}$$

$$x \leq 3+3y$$

$$-x \leq 3-3y$$

$$4x \leq 4+4y$$

$$x \leq 1+y$$

$$2-3\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$x \leq 3+3y$$

$$3x \leq 1+y$$

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |9x-3y| \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ 3x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-4y \leq 4 \\ x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ 9x-3y \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |3x-9y| \leq 9 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8y \leq -1 \\ y \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x = 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$$