



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

- ✓ 2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

- ✓ 3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.

- ✓ 4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

- ✓ 6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

- W 7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

Пусть $A = 3q^2$

$$m-n = x$$

$$x^2 + 9x = 3q^2$$

$$\frac{x^2}{3} + 3x = q^2, \text{ так } q^2 - \text{целое } x \div 3, \text{ тогда } \frac{x^2}{3} \div 3$$

и $q \div 3, q = 3$ (так как q простое)

$$x^2 + 9x = 27, \text{ не имеет решений при целых } x$$

тогда $A = 13p^2$

$$B = 3q^2$$

$$mn(m-n+3) = 3q^2$$

$$m \equiv 0 \pmod 3$$

$$n \equiv 0 \pmod 3$$

$$(m-n+3) \equiv 0 \pmod 3$$

$$n(m-n+3) \equiv -n^2$$

$$-n^2 \equiv \text{любо } \begin{cases} 0 \\ \text{любо } 2 \end{cases} \pmod 3$$

$$-n^2 \equiv 0$$

$$q = 3$$

$$m = 3$$

$$n \equiv 3$$

$$-n^2 \equiv 2$$

$$-n^2 \equiv q^2$$

$$2 \equiv q^2$$

противоречие

$$m-n \equiv 0$$

$$m-n+9 \equiv 0$$

$$p = 3$$

решений нет

Рассмотрим в А

не подходит вариант

$$q = 0, \text{ Оне правильно}$$

Тогда единственно вариант $n \equiv 0 \pmod 3$, при этом $m \not\equiv 0 \pmod 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle XAZ = \angle AZY \text{ т.к.}$$

$$AX \parallel YM$$

$$\angle XAZ = \angle BAX \text{ т.к.}$$

$$AX \text{ бисектр.}$$

$$\angle ZAY = \angle BAC + 180$$

$$\angle AYZ = 180 - \angle ZAY = \angle AZY$$

$$\text{обозначим } \angle XAZ = x$$

$$\text{получим}$$

$$\angle AYZ = x$$

$$\angle AYZ = \angle AZY$$

$$\text{значит}$$

$$AZ = AY = 3$$

$$ZC = AC, AZ = 9$$

$$\text{Заметим 1. Менистер для } \triangle ABC \text{ и прямой } MY$$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZC} = 1$$

$$1 \cdot \frac{BY}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$BY = 9$$

$$BA = BY - YA = 6$$

$$\text{2. Менистер для } \triangle BYM \text{ и } AC$$

$$\frac{YA}{AB} \cdot \frac{BC}{CM} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1$$

$$\frac{3}{6} \cdot 2 \cdot \frac{MZ}{4} = 1$$

$$MZ = 4$$

$$\angle AYZ = \angle AZY \text{ и } \angle AZY = \angle MZC \Rightarrow \angle AYZ = \angle MZC \quad \cos(\angle AYZ) = \cos(\angle MZC)$$

$$\left(\frac{BC}{2}\right)^2 = BY^2 + YM^2 - 2\cos(x)BY \cdot YM = 81 + 64 - 2\cos(x) \cdot 9 \cdot 8$$

$$\left(\frac{BC}{2}\right)^2 = MZ^2 + ZC^2 - 2\cos(x)MZ \cdot ZC = 16 + 16 - 2\cos(x) \cdot 4 \cdot 9$$

$$16 - 2\cos(x) \cdot 9 \cdot 4 = 64 - 2\cos(x) \cdot 9 \cdot 8$$

$$\left(\frac{BC}{2}\right)^2 = 81 + 16 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 9 \cdot 4 = 49$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BC}{2} = 7$$

$$BC = 14$$

$$Ответ: 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

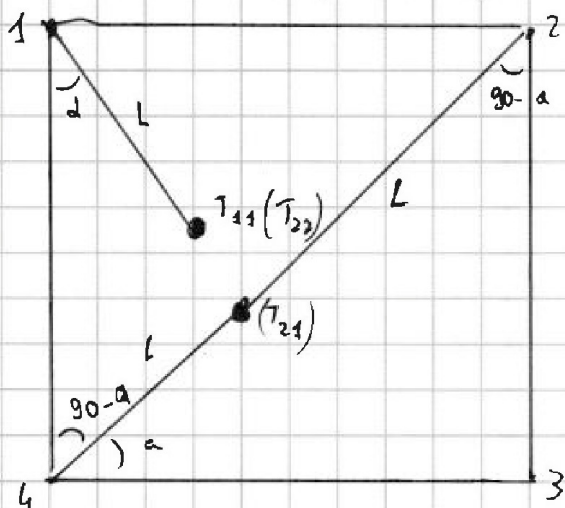
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего 100 точек; докажем, что при 1 повороте картинке не может перейти в себя, если 1ая точка переходит во 2-ю, а 2-я во 1-ю, тогда (узлы - клетки) пусть расстояние до узла L , тогда для 2ой точки тоже L при повороте 2ая перейдет в T_{11} а 1ая в T_{21} то расстояние от 2 до T_{21} L , но тогда узла получаем, что $4(T_{21})$ прямая, а по середине узла нет противоречие при 2 повороте точки могут перейти в друг друга,



при 2 повороте каждая точка соответствует лишь 1 которая в нее переходит т.е. таких пар точек 50, найдем, кол-во выборов 2 точек из 100 $C_{100}^2 = \frac{100!}{98!2!} = \frac{100 \cdot 99}{2} = 50 \cdot 99$ из них 50 при

2 повороте переходят в себя тогда 50.98 не переходит и для каждой из 50.98 комбинаций существует 3 в которых она переходит тогда с точностью до поворота $\frac{50 \cdot 98}{4}$ комбинаций

научи = 25.49 и 25 комбинаций которые дают 50 пар всего 25.50 способов = 1250 способов с точностью до поворота



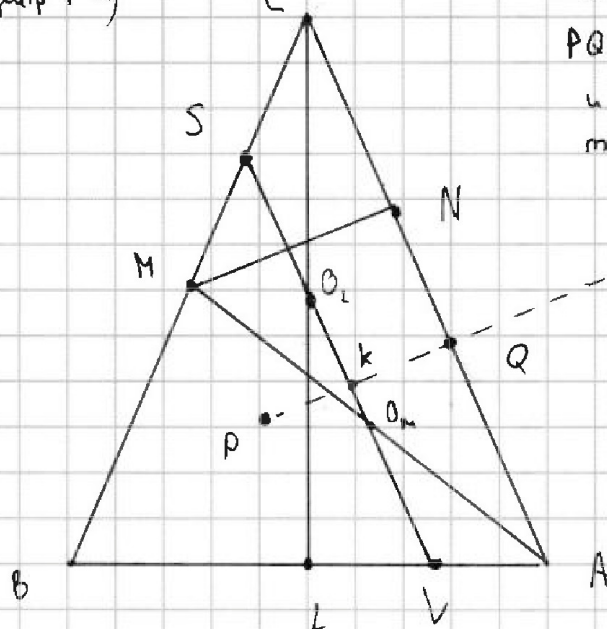
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

k (центр PQ)



Заметим что $O_k k \perp PQ$ т.к.

PQ хорда окружности

и $O_k k \perp PQ$ по той же причине

тогда $O_k k Q_k$ прямая $\perp PQ$

$PQ \perp AC \Rightarrow O_k Q_k \parallel AC$

O_k середина MA , тогда для MAE

$O_k B_k$ средняя линия и $MS = CS$

по той же причине $LV = VA$

тогда по т. Фалеса $ML \parallel SV \parallel CA$

т.к. $BM = MC$ то ML средняя

линия и L центр BA

CL и биссектриса и медиана

значит $BC = CA$

MA диаметр $\Omega \Rightarrow \angle MNA = 90^\circ$

обозначим BC за $2x$, MN за y , MA за m , CL за L

$BL = 13$, $AN = 20$

$$13^2 + L^2 = 4x^2$$

медианы делятся как $\frac{2}{3} \Rightarrow 13^2 + \left(\frac{1}{3}L\right)^2 = \left(\frac{2}{3}m\right)^2$

$$y^2 + (2x - 20)^2 = x^2$$

$$y^2 + 20^2 = m^2$$

$$y^2 = m^2 - 20^2$$

$$m^2 = \frac{9 \cdot (13^2 + \left(\frac{1}{3}L\right)^2)}{4}$$

$$L^2 = 4x^2 - 13^2$$

$$m^2 = \frac{9 \cdot \left(13^2 + \frac{1}{9}(4x^2 - 13^2)\right)}{4}$$

$$y^2 = \frac{9 \cdot \left(13^2 + \frac{1}{9}(4x^2 - 13^2)\right)}{4} - 20^2, \quad \frac{9 \cdot 13^2 + 4x^2 - 13^2}{4} - 20^2 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 = 2 \cdot 13^2 + x^2 - 20^2$$

$$2 \cdot 13^2 + x^2 - 20^2 + 4x^2 - 80x + 20^2 = x^2$$

$$2 \cdot 13^2 + 4x^2 - 80x = 0$$

$$13^2 + 2x^2 - 40x = 0$$

$$D = 1600 - 4 \cdot 169 \cdot 2 = 1600 - 8 \cdot 169 = 1600 - 1352 = 248$$

$$x = \frac{40 + \sqrt{248}}{4} = 10 + \sqrt{31}$$

$$BC = CA = 2x = 20 + 2\sqrt{31}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15

312

$$400 - 112 = 288$$

6

12

18

144

18

324

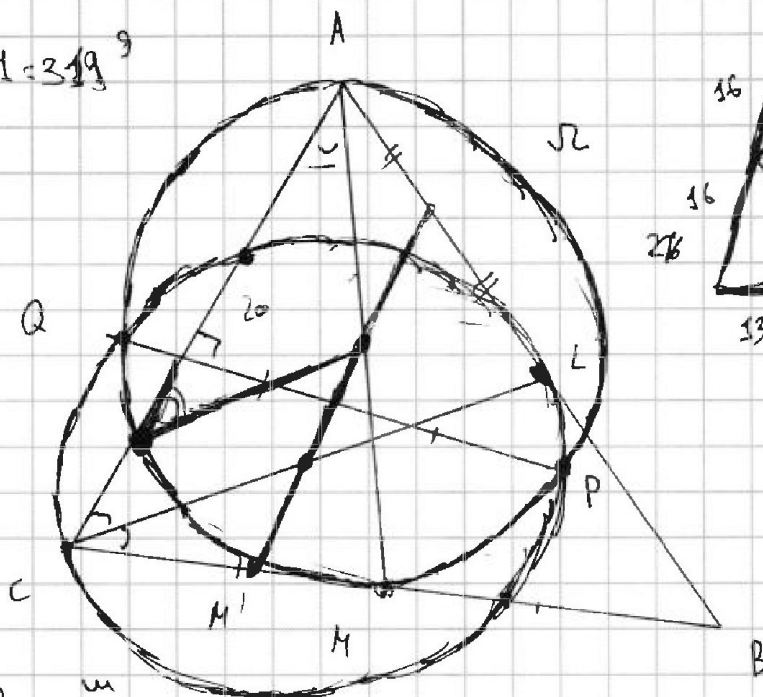
$$400 - 81 = 319^9$$

400-

Q.4

16
12

Q



12

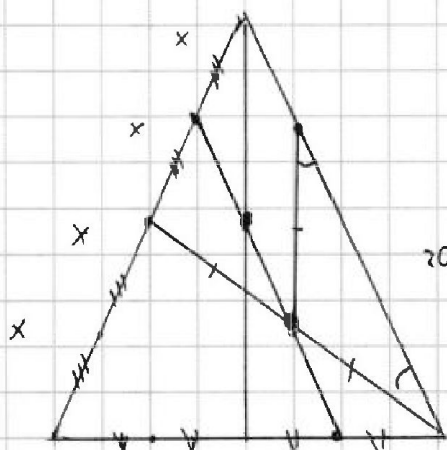
$$AC = CB$$

$$(2x)^2 - (4x - 20)^2 = y^2$$

$$y^2 + 20^2 = M^2$$

$$13^2 + \left(\frac{1}{3}C\right)^2 = \left(\frac{2}{3}M\right)^2$$

$$13^2 + C^2 = (4x)^2$$



26

$$16^2 - 12^2$$

$$256 - 144 = 112$$

$$1352 \div 12 = 112$$

$$18$$

$$16$$

$$96$$

$$16$$

$$256$$

124
62
31



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $n = 3x$

$$3mx(m-3x+3) = 3q^2$$

$$(m-3x)(m-3x+3) = 13p^2$$

$$m-3x+3 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$m-3x \equiv 4 \pmod{13}$$

$$p^2 = y(4+13x)$$

$$mx(m-3x+3) = 2q^2$$

y, q^2 3 делителя значит (m, q) простое 1 из равен 1

$$m=1$$

$$x(4-3x) = q^2$$

$$4x - 3x^2 = q^2$$

$$x=1$$

$$4x - 3x^2 < 0$$

$$q=1$$

$$n=3$$

$$p < 0$$

противоречие

$$x=1$$

$$m^2 = q^2$$

$$m=q$$

$$(m-3)(m+6) = 13p^2$$

$$m^2 + 3m - 18 = 13p^2$$

$$m^2 + 3m - 18 \text{ четно}$$

$$p=2$$

$$m=7$$

$$n=3$$

$$q=7$$

верно

$$m-3x+3=1$$

$$m-3x=-2$$

$$m-2 \equiv 3x$$

$$-2 \not\equiv 13p^2$$

противоречие

Тогда единственная пара (m, n) это $(7; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|4x - 3y| \leq 6 \Rightarrow 1) -6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$|3x - 4y| \leq 8 \Rightarrow -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \Rightarrow 2) -8 \leq 4y - 3x \leq 8$$

3) 1) + 2) $-14 \leq x + y \leq 14$

4) $-140 \leq 10x + 10y \leq 140$

5) 4) + 1) $-146 \leq 14x + 7y \leq 146$, тогда наименьшее значение -146

Проверим возможность $4y - 3x = -8$

$$4x - 3y = -6$$

из уравнений $y = -\frac{60}{7}$ $x = -\frac{48}{7}$

Тогда $14x + 7y = -146$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

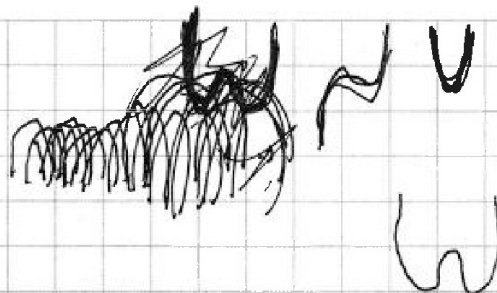
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6x + 18 + 6y = -3x^2$$

$$x^2 + 2x + 6 + 2y = 0$$

✓

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{r} -4,5 \\ -7 \end{array}$$



~~Корень x~~ ~~составляет~~ ~~30 - 7 - 7 = 16~~

$$6x + 18 + 6y = -3x^2$$

3

$$y = -\left(\frac{x^2}{2} + x + 3\right)$$

$$6x + 18 + 2y = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$y = \frac{x^4}{2} - 4x^3 + 8x^2 - 3x - 9$$

$$1 = \frac{\frac{x^4}{2} - 4x^3 + 8x^2 - 3x - 9}{-\left(\frac{x^2}{2} + x + 3\right)}$$

$$\begin{array}{r} \frac{x^4}{2} - 4x^3 + 8x^2 - 3x - 9 \\ - \left(\frac{x^4}{2} + x^3 + 3x^2 \right) \\ \hline -5x^3 + 5x^2 - 3x - 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{x^2}{2} + x + 3 \\ \hline x^2 - 10x + 10 \end{array}$$

30 16 - 12

$$-5x^3 + 5x^2 - 3x - 9$$

$$-5x^3 - 10x^2 - 30x - 9$$

$$5x^2 + 27x - 9$$

$$5x^2 + 10x + 30$$

$$17x - 39$$

$$\begin{array}{l} x = 2 \\ y = -7 \end{array}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} \quad 15:$$

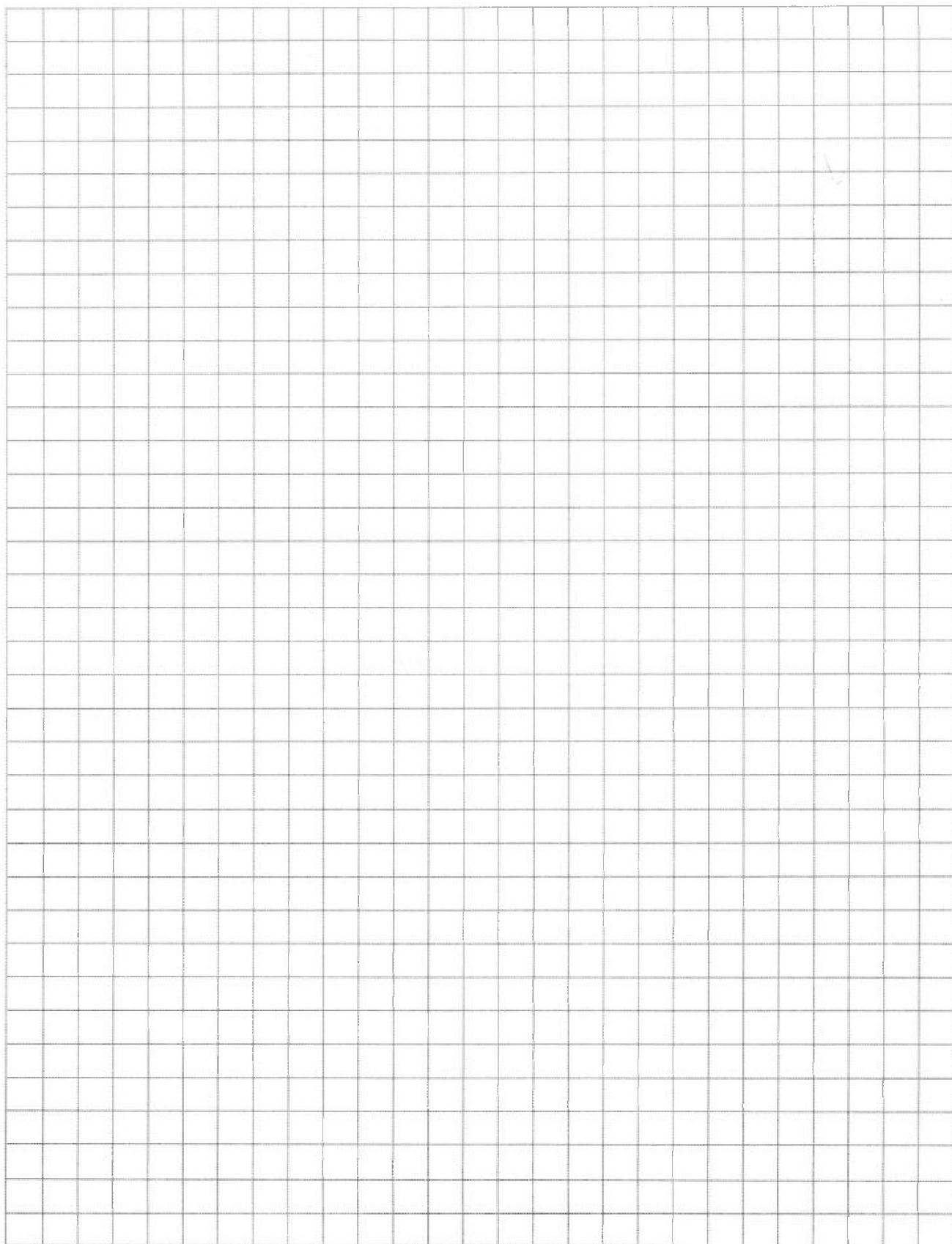


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6x + 18 + 2y = (x^2 - 4x)^2$$

$$6x + 18 + 6y = -3x^2$$

$$(x^2 - 4x)^2 + 4y = (-3x^2)$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$x^2(x-4)^2 + 4y = x^2 \cdot (-3)$$

$$n \equiv 0 \pmod{3}$$

$$n \equiv 3x$$

$$4y : x^2$$

$$n \equiv 3$$

$$(x-4)^2 + \frac{4y}{x^2} = -3$$

$$3mx(m-3x+3) = 3q^2(x-4)^2 \equiv 1$$

$$(m-3x)(m-3x+3) = 13p^2$$

$$(m-n)(m-n+3) = 3q^2$$

$$\begin{aligned} x^2 + 9x &= 3q^2 \\ \frac{x^2}{3} + 3x &= q^2 \end{aligned}$$

$$m-3x+3 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$m-3x \equiv 4 \pmod{13}$$

$$p^2 \equiv 4 \pmod{13}$$

$$p^2 = (4+13k)$$

$$k=0$$

$$p \leq 2$$

$$m=7$$

$$n \leq 1$$

$$q=7$$

$$m-n+3 \equiv 0$$

$$p=3$$

решения нет

$$\frac{4y}{x^2} \equiv -1 \pmod{3}$$

$$4y \equiv -x^2 \pmod{3}$$

$$(m-n)(m-n+3) = 13p^2$$

$$mn(m-n+3) = 3q^2$$

$$m \equiv 0$$

$$n \equiv 0$$

$$mn(m-n+3) \equiv -n^2$$

$$\equiv 2$$

противореч

$$m \neq 0$$

$$n \neq 0$$

$$q \neq 0$$

$$p \neq 0$$

против.

$$x^2 + 9x = 13p^2$$

$$p^2 - 4 = (p-2)(p+2) = 13k$$

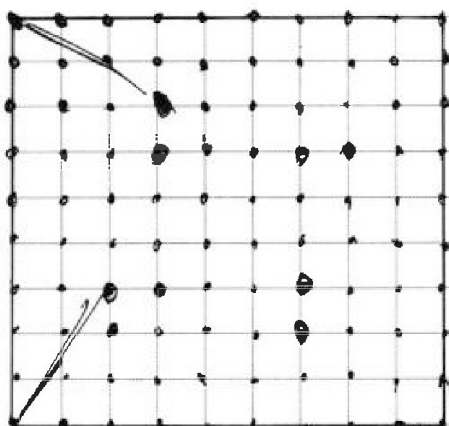


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



81.80

Рассмотрим поворот, он занимает 1 ^{без поворота} раскраски или картинка при повороте не переходит сама в себя, т.к. после первого поворота они не могут перейти в себя

$$\frac{100 \cdot 81 + 80 - 40}{4}$$

$$\frac{100 \cdot 81 - 100}{4} = \frac{100 \cdot 80}{4} = 2000 + 50 \cdot$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$4x^4 + x - 5^4 y = 4y^4 - 5^4 \sqrt{x+y}$$

$$4x^4 - 4y^4 + x - y \neq (5^4 y)$$

$$4x^4 + x$$

$$4x^4 - 4y^4 + x - y + 5\sqrt{x} - 5^4 y = 0$$

$$4(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{4} + 5 = 2\sqrt{28}$$

$$\sqrt{2} + 2 = 4\sqrt{2}$$

$$2 = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{5-y} \cdot \sqrt{5+y} = \sqrt{25-y^2}$$

$$1 - 2 - 0.5$$

$$5 + \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x^2}$$

$$5 = 2\sqrt{30 + 0.5 - 0.25}$$

$$2.5$$

$$6.25 =$$

$$\sqrt{5.5} - \sqrt{5.5} + 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/2

$$14x + 7y$$

$$|4x - 3y| \leq 6$$

$$|3x - 4y| \leq 8$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$-2 \leq x - y \leq 2$$

$$-28 \leq -14x + 14y \leq -28$$

$$-20 \leq 10x - 10y \leq 20$$

$$14x$$

$$\leq$$

$$-3x^2$$

$$(x^2 - 4x)^2 + 4y = -3x^2$$

$$(x+3)$$

$$28x - 21y$$

$$-8 \leq 4y - 3x \leq 8$$

$$-14 \leq x + y \leq 14$$

$$-140 \leq 10x + 10y \leq 140$$

$$-146 \leq 14x + 7y \leq 146$$

$$-96 - 50$$

$$24 \quad 9 \quad -3$$

$$7x - 7y = -14$$

$$x - y = -2$$

$$4y - 3x = 8$$

$$4x - 3y = -6$$

$$4y - 3x = -8$$

$$x + y = -14$$

$$x = -14 - y$$

$$4(-14 - y) - 3y = 6$$

$$-56 - 4x - 3y = -6$$

$$-7y = 50$$

$$y = -\frac{50}{7}$$

$$x = -14 + \frac{50}{7} = \frac{-14 \cdot 7 + 50}{7} = \frac{-48}{7}$$

$$\frac{14}{98} \quad \frac{18}{48}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$(m-n)(m-n+9) = 13p^2$$

$$mn(m-n+3) = 3p^2$$

Решим $(m-n+3) \equiv 0 \pmod{3}$

$$m-n \equiv 0 \pmod{3}$$

$$9+m-n \equiv 0 \pmod{3}$$

$$p = 3$$

$$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 3 \cdot 3$$

$$30 \cdot 3$$

$$13 \cdot 9$$

Решений нет

Решим $m \equiv 0 \pmod{3}$

$$-mn^2 \equiv$$

$$-n^2 \equiv q^2$$

$$y = -3$$

$$x = 1$$

$$-n^2 \equiv q^2$$

$$n^2 \equiv q^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$q = 3$$

$$x^2 + 2x + 6 + 3y = 0$$

$$p^2$$

$$x^2 - 4x - 20$$

$$x^2 - 2x - 7$$

$$m \equiv n \pmod{3}$$

$$x - 20$$

$$6x + 18 + 2y = (x^2 - 4x)^2$$

$$(x^2 - 4x)^2 + 4y = (-3x^2)$$

$$x \leq 5 \quad 6x + 18 \leq (x^2 - 4x)$$

$$30$$

$$36 + 18 = 54$$

$$-n$$

$$54 \leq (36 - 20)^2$$

$$13p^2 \equiv n^2 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv n^2 \pmod{3} \quad (x^2 - 4x)^2 \leq -3x^2$$

$$mn \equiv n \pmod{3}$$

$$mn(m-n+3) \equiv n \cdot (-n) \pmod{3}$$

$$mn(m-n+3) \equiv -n^2 \pmod{3}$$

$$-n^2 \rightarrow \equiv 2$$

$$\rightarrow \equiv 0$$

$$6x^2 + 18 + 6y = -3x^2$$

$$2x^2 + 6 + 3y = -x^2$$

$$3x^2 + 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{4}{4}$$

$$x = 4$$

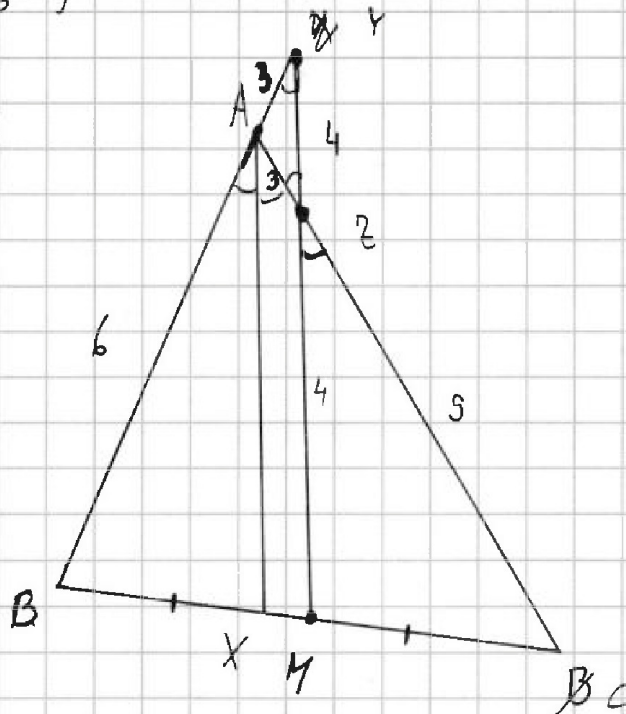
$$\frac{1}{1} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{9}$$

$$\frac{CH}{HB} \cdot \frac{BY}{AY} \cdot \frac{AZ}{ZC} = 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$BY = 9$$

$$HB = 9$$



$$AC = 12$$

$$AB = 3$$

$$BC = 4$$

$$16 \cdot 3$$

$$\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha} = x$$

$$16 + 81 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \frac{2}{3} =$$

$$97 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49$$

$$16 + 81 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \cos = 64 + 81 - 2 \cdot 8 \cdot 9 \cos$$

$$2 \cdot 4 \cdot 9 \cos = 48$$

$$9 \cos = 6$$

$$\cos = \frac{2}{3}$$