



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 5t^2 - 9 = 0.$$

$$\begin{cases} D > 0 & - 2 \text{ решения} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5t^2 - 9 > 0 & - \text{произведем корней равносоставив члену по т. Виета.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32t^2 - 4(5t^2 - 9) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 - 1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32t^2 - 20t^2 + 36 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t-1)(t+1) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4t^2 + 36 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t-1)(t+1) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 - 9 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t-3)(t+3) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t-3)(t+3) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t-1)(t+1) > 0 \end{cases}$$



Ответ: $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in \mathbb{N} \quad a - b = 12. \Rightarrow a = b + 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4, \quad p - \text{простое}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^4$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

$$(2b+12)(2b+15) = 19p^4$$

$$\underbrace{2(b+6)(2b+15)}_{:2} = 19p^4 \Rightarrow 19p^4 : 2 \Rightarrow p^4 : 2 \Rightarrow p : 2 \Rightarrow p = 2.$$

$$2(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^4$$

$$(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 8.$$

$$2b^2 + 27b + 90 - \underbrace{152}_{19 \cdot 8} = 0.$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0.$$

$$\left[b = -\frac{31}{2} \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{не подходит} \right]$$

$$\left[b = \frac{4}{2} = 2. \right]$$

$$b = 2 \Rightarrow a = 14$$

Ответ: $a = 14 \quad b = 2.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

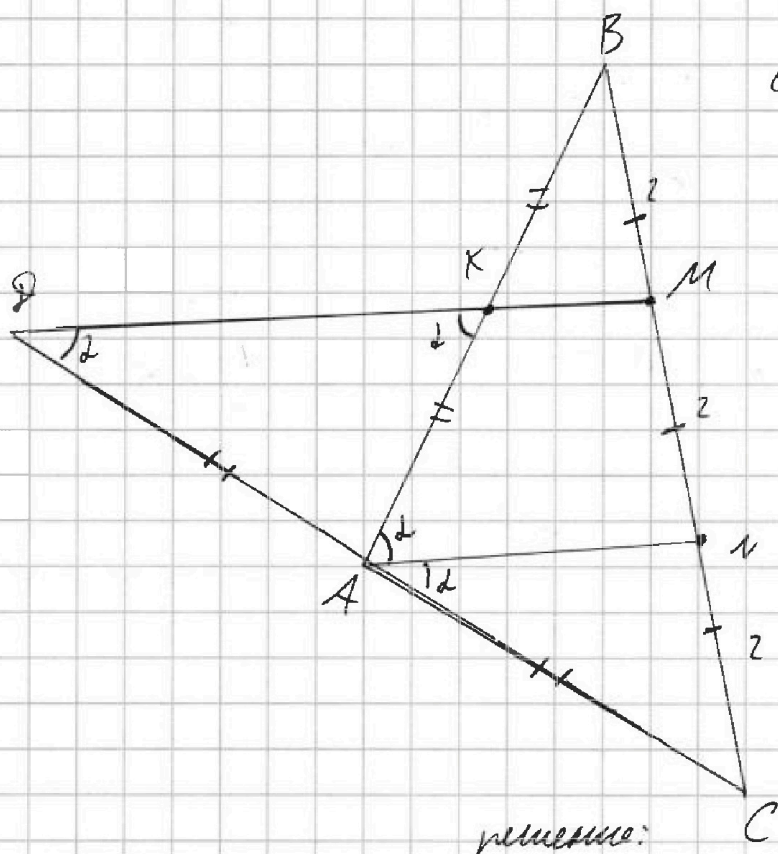
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = CD = ?$$

$$BC = 6$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{3}{4}$$



$$1) MK \parallel NA \Rightarrow KM - \text{ср. линк.} \Rightarrow BK = AK = \frac{1}{2} AB$$

M - ср. BC

$$2) AN \parallel MD \Rightarrow AN - \text{ср. линк.} \Rightarrow DA = AC = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} AB$$

N - ср. MC

$$\text{т.е. } AD = AC = BK = KA.$$

тогда $\triangle AKD - \text{н.о.}$, $\angle KAD = \angle KDA$
 $\angle ADK = \angle (AN \parallel MD) = \angle DKA$ (н.о. $AKD - \text{н.о.}$) $\Rightarrow \angle BAC = 2\alpha$

$$3) \text{ по теореме } AC = x, \text{ тогда } AB = 2AK = 2AC = 2x.$$

по т. косинусов:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC = 4x^2 + x^2 - (-\frac{3}{4}) \cdot 2x \cdot x = 5x^2 + 3x^2 = 8x^2$$

$$6^2 = 8x^2$$

$$x = \frac{6}{\sqrt{8}} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AB = 2x = 3\sqrt{2}$$

$$6^2 = 8x^2$$

$$x = \frac{6}{\sqrt{8}} = \frac{6}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = 1,5\sqrt{2}$$

$$\text{ответ: } 3\sqrt{2} \quad [AB = 2x = 3\sqrt{2} \quad \text{ответ: } 3\sqrt{2}]$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

перейдем к яри графов. ~~графа~~^{график} - вершины,
 ребра - ребра, тогда по усл. граф связный
 и не имеет циклов (т.е. маршрут между
 вершинами единственен), но тогда наш граф
 является ~~дерево~~ ^{звездой}.

Пусть x - кол-во деревьев из которых выходит
 1 звезда, тогда в графе x вис. вершин (их ста-
 ность равна!)

Всего в графе $(x+4)$ вершин, тогда ребер
 в графе $(x+4-1) = \underline{x+3}$

посчитаем кол-во ребер через сумму степеней
 вершин:

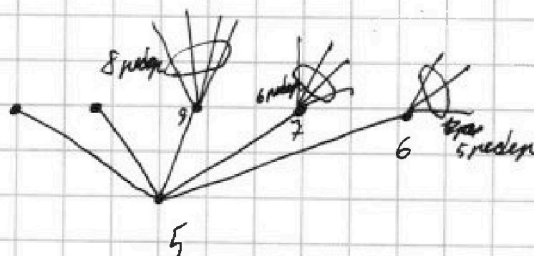
$$\text{кол-во ребер} = \frac{5+6+3+3+x}{2} = \frac{27+x}{2}$$

$$\text{т.е. } x+3 = \frac{27+x}{2}$$

$$2x+6 = 27+x$$

$$x = 21 \Rightarrow \text{вершин в графе равно } \underline{25}$$

пример:



$$\text{всего вершин: } 1 + 5 + (8+6+5) = 11 + 14 = \underline{25}$$

Ответ: 25.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2.$$

ОПЗ:

$$\begin{cases} 2x-2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ 1-|x-y-1| \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x^2+2x-1-y^2-2y-1 \geq 0 \\ |x-y-1| \leq 1 \end{cases}$$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 \leq 2$$

$$\begin{cases} x-y-1=1 & (1) \\ x-y-1=0 & (2) \\ x-y-1=-1 & (3) \end{cases}$$

1) $x-y-1=1 \Rightarrow x=y+2.$

$$(y+2-1)^2 + (y+1)^2 \leq 2$$

$$2(y+1)^2 \leq 2$$

$$(y+1)^2 \leq 1$$

$$\begin{cases} y+1=1 \\ y+1=0 \\ y+1=-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=-1 \\ y=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ x=1 \\ y=-1 \\ x=0 \\ y=-2 \end{cases}$$

подставляем в уравнение и получаем, что только пары x и y не являются корнями

2) $x-y-1=0 \Rightarrow x=y+1$

$$(y+1-1)^2 + (y+1)^2 \leq 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
2 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + (y+1)^2 \leq 2$$

заметьте, что при $y \leq -2$: $y^2 + (y+1)^2 \geq 5$ - т.е. не подходит
и также при $y \geq 1$: $y^2 + (y+1)^2 \geq 5$ - т.е. не подходит.
 $y=0$ и $y=-1$ - подберем.

$$\begin{cases} y=0 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ x=0 \\ y=-1 \end{cases} \quad \text{подставляем в уравнение и получаем, что } (1;0) \text{ и } (0;-1) - \text{ корни}$$

$$(3) \quad x - y - 1 = -1 \Rightarrow x = y$$

$$(y-1)^2 + (y+1)^2 \leq 2$$

$$2y^2 + 2 \leq 2$$

$$2y^2 \leq 0$$

$$y^2 \leq 0$$

$$y=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \quad \text{подставляем в уравнение и получаем, что } (0;0) - \text{ не решение}$$

Ответ: $(1;0) \quad (0;-1)$

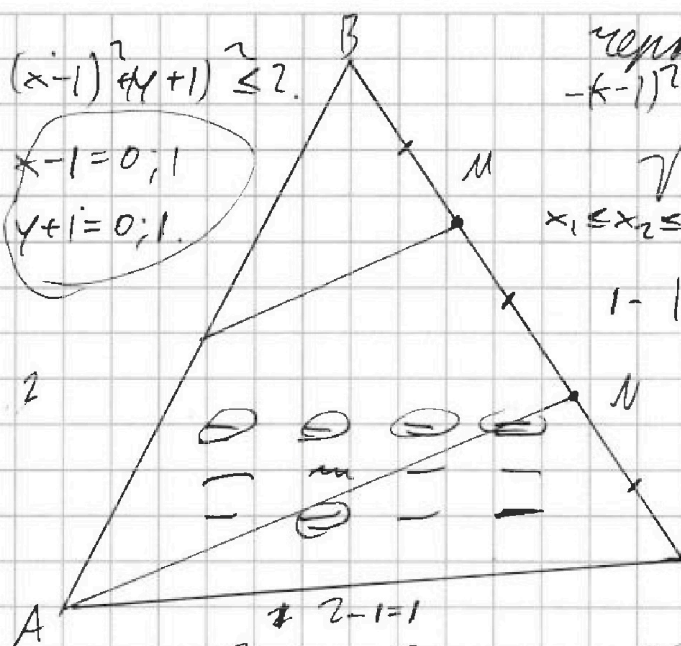


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(x-1)^2 + (y+1)^2 \leq 2$$

$$\begin{cases} x-1=0; 1 \\ y+1=0; 1 \end{cases}$$

черновики
 $-(x-1)^2 - (y+1)^2 + 2 = 0 \Rightarrow 2$

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} =$$

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$$

$$1 - |x-y-1| \geq 0$$

$$(1) \quad x=y+2$$

$$(2) \quad (x-y-1)^2 + (y+1)^2 \leq 2$$

$$2(y+1)^2 \leq 2$$

$$\begin{cases} x-y-1=1 \\ x-y-1=0 \end{cases} \quad (y+1)^2 \leq 1$$

$$\begin{cases} x-y-1=-1 \\ y \leq -2 \end{cases}$$

$$-x^2 + 2x - y^2 - 2y \geq 0$$

$$\cos(\angle EM) = -\frac{3}{4}$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

$$1 - |2-1|^2 = 0$$

$$AB - CD = ?$$

$$(2) \quad x=y+1$$

$$y^2 \geq 4$$

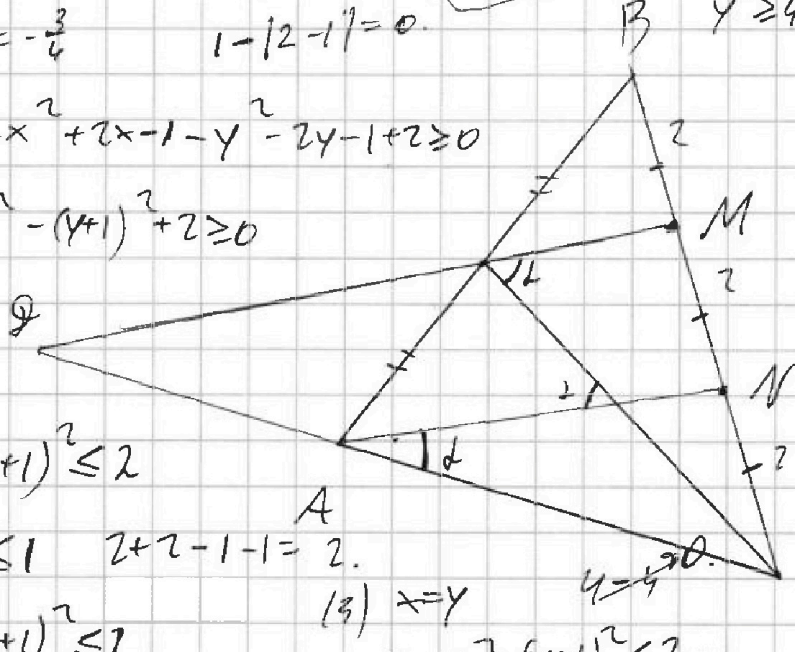
(CAN)

$$y^2 + (y+1)^2 \leq 2$$

$$y = -1; 0;$$

$$y = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{2}$$



ОПЗ:

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 \leq 2$$

$$|x-y-1| \leq 1 \quad 2+2-1-1=2$$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 \leq 2$$

$$\begin{cases} x-y-1=1 & (1) \\ x-y-1=0 & (2) \\ x-y-1=-1 & (3) \end{cases}$$

$$(3) \quad x=y$$

$$(y-1)^2 + (y+1)^2 \leq 2$$

$$y^2 - 2y + 1 + y^2 + 2y + 1 \leq 2$$

$$2y^2 \leq 0$$

$$y=0$$

$$2y^2 + 2y + 1 \leq 2$$

$$2y^2 + 2y - 1 \leq 0$$



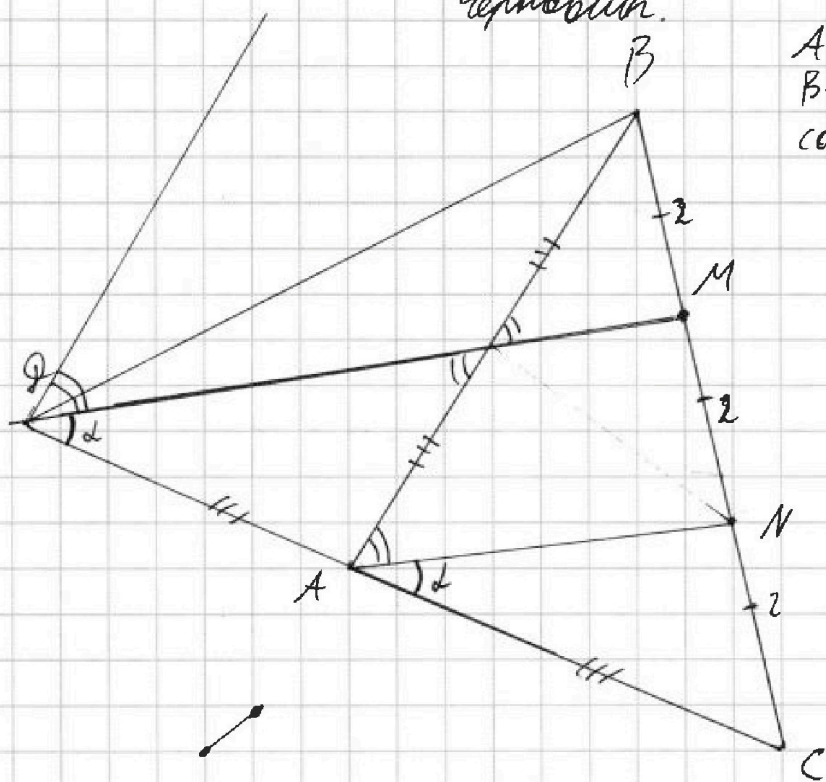
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

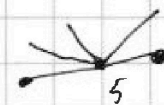
черновик.



$$AB = CQ = ?$$

$$BE = 6$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{3}{4}$$



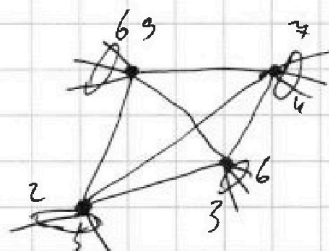
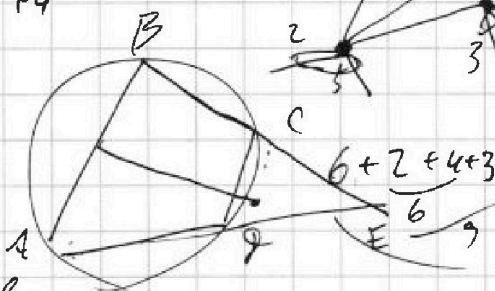
$$\leq 4+5+6+8 = 23.$$

$$+4 \quad +4$$

$$\max 23 - \infty$$

$$\min 15 - \infty$$

x-чис. в.



ев матрицы $\rightarrow$
 $\Rightarrow$ нет циклов
 $\Rightarrow$ дерево.

$$1+5+6+5 = 10+3+8 = 25.$$

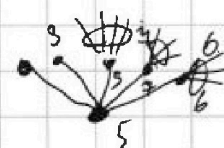
$$16+11=27$$

$(x+4-1)$ -ребра.

$x+3$ ребра в графе.

$$x+3 = \frac{9+7+6+5+x}{2}$$

$$2x+6 = 27+x \quad x = 21$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

0 0
1 2
2...11 3...11

$$10+9+...+1=55$$

черновик.

$$55+110+55=220$$

0
1...10
2...11

$$\begin{cases} BN = NP \\ AM = MP \end{cases}$$

2 1
3 2
4 3
5 4

$$BN - AM = NP - MP$$

$$MN - AB = MP - PC \quad CD - MN$$

$$AB = PC \quad AB + CD = 2MN$$

$$MN = \frac{AB + CD}{2}$$

1 1
0 1
1 1
2 1
3 1
4 1
5 1

$$180 - 90 + 2 = 90 + 2$$

$$1 \times 2 = 2$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$2 \times 3 = 6 +$$

$$= \frac{5}{2}$$

за 5 - сразу

5.

$$(3! \cdot 2!) +$$

$$2 \times 2$$

$$3! \cdot 2! +$$

$$1234$$

$$n \times n = (n+1)!$$

$$n(n+1)$$

$$\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{4}{4}$$

$$13$$

$$223$$

$$13$$

$$12$$

$$12$$

$$34$$

$$12$$

$$34$$

$$12$$

$$34$$

$$12$$

$$24$$

$$4$$

$$24$$

$$34$$

$$43$$

$$43$$

$$43$$

$$43$$

$$43$$

$$43$$

$$43$$

$$1: 7$$

$$1: 7$$

$$2: 7 \cdot 6$$

$$1, 2: 7$$

$$7$$

$$2, 3: 6$$

$$2, 4: 5$$

$$2, 5: 1$$

$$1, 3: 6$$

$$7$$

$$8$$

$$8$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$1, 3: 6$$

$$7$$

$$8$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$1, 5: 1$$

$$7$$

$$8$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$9$$

$$1...7$$

$$2...8$$

$$3...9$$

$$4...10$$

$$5...11$$

$$6...12$$

$$7...13$$

$$8...14$$

$$9...15$$

$$10...16$$

$$11...17$$

$$12...18$$

$$13...19$$

$$14...20$$

$$15...21$$

$$16...22$$

$$17...23$$

$$18...24$$

$$19...25$$

$$20...26$$

$$21...27$$

$$22...28$$

$$2...7$$

$$3...8$$

$$4...9$$

$$5...10$$

$$6...11$$

$$7...12$$

$$8...13$$

$$9...14$$

$$10...15$$

$$11...16$$

$$12...17$$

$$13...18$$

$$14...19$$

$$15...20$$

$$16...21$$

$$17...22$$

$$18...23$$

$$19...24$$

$$20...25$$

$$21...26$$

$$22...27$$

$$23...28$$

$$3...6$$

$$4...7$$

$$5...8$$

$$6...9$$

$$7...10$$

$$8...11$$

$$9...12$$

$$10...13$$

$$11...14$$

$$12...15$$

$$13...16$$

$$14...17$$

$$15...18$$

$$16...19$$

$$17...20$$

$$18...21$$

$$19...22$$

$$20...23$$

$$21...24$$

$$22...25$$

$$23...26$$

$$24...27$$

$$4...5$$

$$5...6$$

$$6...7$$

$$7...8$$

$$8...9$$

$$9...10$$

$$10...11$$

$$11...12$$

$$12...13$$

$$13...14$$

$$14...15$$

$$15...16$$

$$16...17$$

$$17...18$$

$$18...19$$

$$19...20$$

$$20...21$$

$$21...22$$

$$22...23$$

$$23...24$$

$$24...25$$

$$25...26$$

$$5...4$$

$$6...3$$

$$7...2$$

$$8...1$$

$$9...0$$

$$10...-1$$

$$11...-2$$

$$12...-3$$

$$13...-4$$

$$14...-5$$

$$15...-6$$

$$16...-7$$

$$17...-8$$

$$18...-9$$

$$19...-10$$

$$20...-11$$

$$21...-12$$

$$22...-13$$

$$23...-14$$

$$24...-15$$

$$25...-16$$

$$26...-17$$

$$6...3$$

$$7...2$$

$$8...1$$

$$9...0$$

$$10...-1$$

$$11...-2$$

$$12...-3$$

$$13...-4$$

$$14...-5$$

$$15...-6$$

$$16...-7$$

$$17...-8$$

$$18...-9$$

$$19...-10$$

$$20...-11$$

$$21...-12$$

$$22...-13$$

$$23...-14$$

$$24...-15$$

$$25...-16$$

$$26...-17$$

$$27...-18$$

$$7...2$$

$$8...1$$

$$9...0$$

$$10...-1$$

$$11...-2$$

$$12...-3$$

$$13...-4$$

$$14...-5$$

$$15...-6$$

$$16...-7$$

$$17...-8$$

$$18...-9$$

$$19...-10$$

$$20...-11$$

$$21...-12$$

$$22...-13$$

$$23...-14$$

$$24...-15$$

$$25...-16$$

$$26...-17$$

$$27...-18$$

$$28...-19$$

$$8...1$$

$$9...0$$

$$10...-1$$

$$11...-2$$

$$12...-3$$

$$13...-4$$

$$14...-5$$

$$15...-6$$

$$16...-7$$

$$17...-8$$

$$18...-9$$

$$19...-10$$

$$20...-11$$

$$21...-12$$

$$22...-13$$

$$23...-14$$

$$24...-15$$

$$25...-16$$

$$26...-17$$

$$27...-18$$

$$28...-19$$

$$29...-20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

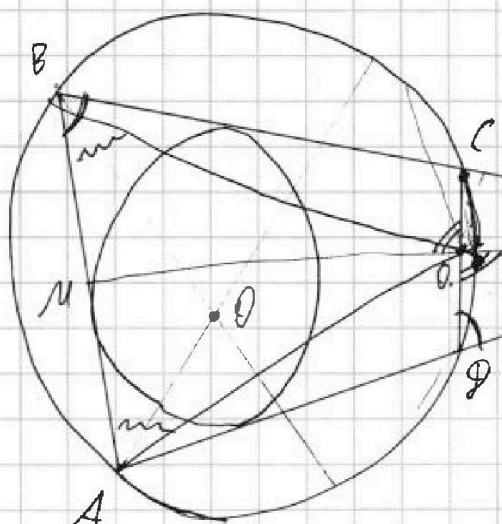
1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BEM \sim DEO.$$

черновик



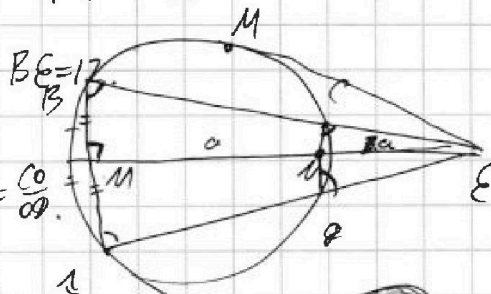
$$EM^2 = EC \cdot EB = ED \cdot EA.$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{1} \Rightarrow b = 2a$$

$$\frac{a}{2} \cdot (AE + AM) = EP = 3a \cdot 2AM = 6aAM$$

$$\frac{EA}{AB} = \frac{AM}{MB} = \frac{CO}{OD} \quad \frac{AE + AM}{12}$$

$$EP + PO = ?$$



$$AM = \frac{12}{11}$$

$$\frac{EA}{12} = \frac{AM}{MB} = \frac{CO}{OD}$$



$$\angle = \beta \quad \angle - \alpha' = \beta - \beta'$$

$$AME \sim DKE$$

$$\frac{AM}{EN} = \frac{ME}{NE} = \frac{3}{2}$$

$$ND = \frac{2AM}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{11} = \frac{8}{11}$$

$$EP + PN = \frac{2}{3} \left(\frac{EA}{12} + \frac{AM}{12} \right) = \frac{8}{11}$$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$$

$$y^2 = 0$$

