



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a - b = 12$ , а значение выражения  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$  равно  $19p^4$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
3. [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 6$ ,  $\cos(\angle \overset{C}{\underset{CAN}{CEM}}) = -\frac{3}{4}$ .
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
  - он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 12$ .
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1 <sup>различных</sup>  
Квадратное уравнение имеет 2 действительных корня тогда и только тогда, когда  $D > 0$ . По т. Виета произведение корней — свободный коэффициент. Тогда составим сис-му: уравнения

$$\begin{cases} 16 - 2t^2 - 4(9t^2 - 9) > 0 \\ (9t^2 - 9) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4t^2 + 36 > 0 \\ t^2 - 1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4t^2 > -36 \\ t^2 > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 < 9 \\ t^2 > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t < -3 \\ t < 3 \end{cases} \quad \begin{cases} t < -1 \\ t > 1 \\ t > -3 \\ t < 3 \end{cases}$$

Ответ:  $(-3; -1)$

Ответ:  $(-3; -1) \cup (1; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Из условия получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} a-b=12 \\ a^2+2ab+b^2+3a+3b=19p^4 \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) (a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^4$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

Разность любых чисел  $(a+b)$  и  $(a+b+3)$  нечётна, поэтому из этих 2-х чисел ~~1~~ одно точно делится на 2. Значит их произведение чётно.  $19p^4:2 \Leftrightarrow p^4:2 \Leftrightarrow p:2$ . Существует только одно чётное простое число, это число 2. Значит  $p=2$ . Возвращаемся к системе.

$$\begin{cases} a-b=12 \\ (a+b)(a+b+3)=19 \cdot 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=12 \\ (a+b)(a+b+3)=19 \cdot 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=12 \\ (a+b+3)=\frac{19 \cdot 16}{a+b} \end{cases}$$

Пусть  $x=a+b$ . Сделаем замену.

$$\begin{cases} a-b=12 \\ \frac{19 \cdot 16 - x^2 - 3x}{x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=12 \\ x \neq 0 \\ x^2 + 3x - 19 \cdot 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=12 \\ x \neq 0 \\ \begin{cases} x=16 \\ x=-19 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=12 \\ \begin{cases} a+b=16 \\ a+b=-19 \end{cases} \end{cases}$$

Поскольку  $a$  и  $b$  — натур. числа,  $a+b \neq -19$

$$\begin{cases} a-b=12 \\ a+b=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=14 \\ b=2 \end{cases}$$

Ответ:  $a=14$ ;  $b=2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

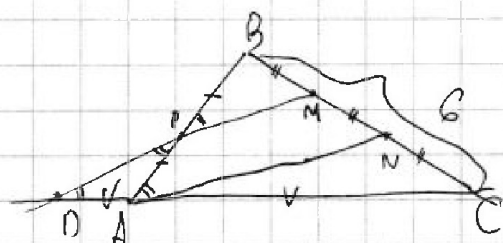
N3

$$AB = CD$$

По т. Фалеса:  $AD = AC$ ;  $BP = PA$ .

Из условия  $\frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} \Rightarrow AP = AD$ .

Тогда  $\triangle ADP - \triangle PDB$ , по двум углам.



$$\angle ADP = \angle APD \text{ по св-ву } \triangle ADP.$$

$$\angle APD = \angle BPM \text{ как вертикальные}$$

$$\angle BPM = \angle BAN \text{ по св-ву пар. прямых}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

Посчитаем кол-во способов выбрать кто и на каком ряду будет сидеть. Получится  ~~$C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$~~   $C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$  способов, т.к. мы для каждого из трёх рядов выбираем 3 учеников, а двоим оставшимся садимся на последний. Теперь посмотрим кол-во расстановок в пределах одного ряда. На 3-х рядах, где сидят по 3 человека, рассадить их можно единственным образом (самый высокий сзади, а самый низкий спереди). А на ряду, где расположатся 2 ученика, можно посадить их четырьмя способами:

1)  $\begin{array}{c} \text{высокий} \\ 3 \\ \text{низкий} \\ 2 \\ 1 \end{array}$

2)  $\begin{array}{c} \text{высокий} \\ 3 \\ \text{низкий} \\ 2 \\ 1 \end{array}$

3)  $\begin{array}{c} \text{высокий} \\ 3 \\ \text{низкий} \\ 2 \\ 1 \end{array}$

4)  $\begin{array}{c} \text{низкий} \\ 3 \\ \text{высокий} \\ 2 \\ 1 \end{array}$

Ж. Ещё осталось выбрать ряд, на к-ром сидят 2 человека (4 способа это сделать)

Тогда всего способов рассадить ребят  $4 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 4$

Ответ:  $16 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$



1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА  
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Деревья — вершины связного графа без циклов. Заметим, назовём деревья, откуда исходит более одной дороги, «крупными». Заметим, что «крупные» деревья могут быть связаны между собой только непосредственно, т.е. из одной крупной деревни в другую можно добраться, не заходя в деревни, к-рые мы «крупными» не считаем. Это так, потому что <sup>от</sup> <sup>и</sup> <sup>ей</sup> ~~деревня~~ <sup>2 «крупные»</sup>, отходит не менее 2-х дорог, а следовательно она и сама является крупной.

Кроме того, из условия ясно, что «крупные» <sup>деревни</sup> ~~дороги~~ <sup>соединены</sup> между собой так, что от одной до другой можно добраться единственным способом: 2 из них соединены каждой с одной, а другие 2 соединены каждая с 2 двумя «крупными» деревьями. Пусть D5, D6, D7 и D9 — деревья, от к-рых отходит соответственно 5, 6, 7 и 9 дорог.

| «Крупные»<br>Деревья, от к-рых<br>отходит по одной<br>дороге к «крупным»<br>деревьям | Кол-во дорог<br>от этих, крупных<br>и не «крупных»<br>(в деревьях из 1<br>столбца)<br>↑<br>то же, что и<br>кол-во соединений<br>с ними не «крупных»<br>деревьев | «Крупные»<br>деревья, от к-рых<br>по 2 дороги<br>к «крупным»<br>деревьям | Кол-во дорог<br>от них к<br>не «крупным»<br>деревьям<br>из 2 столбца<br>↑<br>то же, что и<br>кол-во соединений<br>с ними не «крупных»<br>деревьев | Общее число<br>деревьев |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| D5 и D7                                                                              | 10 не крупных*                                                                                                                                                  | D6 и D9                                                                  | 11 не крупных*                                                                                                                                    | 10+11+4 = 25 деревьев   |
| D5 и D6                                                                              | D7 и D9                                                                                                                                                         | D7 и D9                                                                  |                                                                                                                                                   |                         |
|                                                                                      | 11                                                                                                                                                              |                                                                          |                                                                                                                                                   |                         |

Приведу пример: D



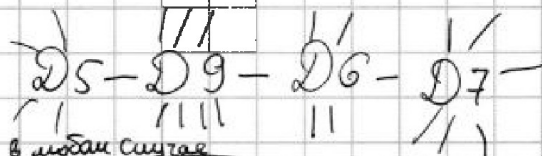
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Приведу пример (ваши "крупные" деревья)



3 дороги <sup>в любом случае</sup> соединяют "крупные" деревья, а сумма всех остальных дорог равна кол-ву не "крупных" деревьев. Пусть  $a$  и  $b$  — кол-во ~~гор~~ дорог, исходящих из городов, стоящих соответственно с левого и правого краёв нашей последовательности, а  $c$  и  $d$  — кол-во дорог из городов, стоящих соответственно на 2-м и 3-м местах. Тогда общее число деревьев считается по формуле:

$$4 + (a-1) + (b-1) + (c-2) + (d-2) = a + b + c + d - 2 = 5 + 9 + 6 + 7 - 2 = 25$$

Ответ: 25 дорог деревьев



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}$$~~

N 7

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x-y-1} = 2$$

~~Раскроем модуль, рассмотрим 2-е слагаемое. Подкоренное выражение должно быть равно нулю неотрицательно~~

~~Рассмотрим подкоренное выражение 2-го слагаемого и раскроем модуль при  $y \leq x-1$   $1-x+y+1 = y-x+2 \geq 0$ , т.к. подкоренное выражение неотрицательно~~

~~Отсюда 
$$\begin{cases} y = x-1 \\ y = x-2 \end{cases}$$~~

~~при  $y \geq x-1$   $1+x-y-1 = x-y \geq 0$~~

~~Отсюда 
$$\begin{cases} y = x \\ y = x-1 \end{cases}$$~~

~~Но стоит проверить, при каких значениях переменных первое подкоренное выражение тоже неотрицательно.~~

~~$$y = x-2$$~~

~~1) при  $y = x-2$~~

~~$$2x-2(x-2)-x^2-(x-2)^2$$~~

~~$$2x-2(x-2)-x^2-(x-2)^2 = 2x-2x+4-x^2-x^2+4x-4 = -2x^2+4x = -2(x^2-2x)$$~~

~~$$-2(x^2-2x) \geq 0$$~~

~~$$x^2-2x \leq 0$$~~

~~$$(x-1)^2 \leq 1$$~~

~~Решение~~

~~$$-1 \leq x-1 \leq 1$$~~

~~$$0 \leq x \leq 2$$~~

~~2) при  $y = x-1$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 2(x-1) - x^2 - (x-1)^2 = 2x - 2x + 2 - x^2 - x^2 + 2x - 1 = -2x^2 + 2x + 1$$

$$-2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

Для того чтобы решить первую дробную 2р-к рав-ва

это парабола ветвями вниз.  $x_{\text{верш}} = \frac{-2}{-4} = 0.5$

$$y_{\text{верш}} = \frac{-2 + 2 + 1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

Теперь подставим найденные  $y$ .

~~при  $y = x$~~

при  $y = x$

$$\sqrt{-2x^2} + \sqrt{1 - |x - x - 1|} = 2$$

$$-2x^2 = 4$$

$$x^2 = -2$$

⊖

2) при  $y = x - 1$

$$\sqrt{2x - 2(x-1) - x^2 - (x-1)^2} + \sqrt{1 - |x - x - 1|} = 2$$

$$\sqrt{2x - 2x + 2 - x^2 - x^2 + 2x - 1} + 1 = 2$$

$$\sqrt{-2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$-2x^2 + 2x + 1 = 1$$

$$-2x^2 + 2x = 0$$

$$-2x(x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Тогда подставим  $x = 0, y = -1$  и  $x = 1, y = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☒

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) при  $y = x - 2$

$$\sqrt{2x - 2(x-2) - x^2 - (x-2)^2} + \sqrt{1 - |x - x + 2 - 1|} = 2$$

$$\sqrt{2x - 2x + 4 - x^2 - x^2 + 4x - 4} + 0 = 2$$

$$\sqrt{-2x^2 + 4x} = 2$$

$$-2x^2 + 4x = 4$$

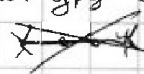
$$-2x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 2 < 0$$

—

Ответ:  $(0; -2); (1; 0)$





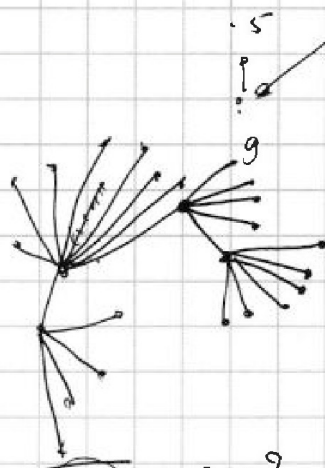


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^3} + 0 = ?$$
$$-2x^2 = 4$$

6 3 ба от. дорож к деревцам



5-9-7-6

5 6 9 7

5 6 7 9

5 7 6 9

5 7 9 6

6 5 9 7

6 5 7 9

6 7 9 5

6 7 5 9

6 9 5 7

6 9 7 5

если (краю

5 и 7 или 7 и 5

в центр

6 и 9 или 9 и 6

край

5; 7 → +90

5; 6 → +9

5; 9 → 12

7; 6 → 11

7; 9 → 14

6; 9 → 13

центр

6; 9 → +7 +4 +11 25

7; 9 → 12 25

6; 7 → 9 25

5; 9 → 10 25

6; 5 → 7 25

7; 5 → 8 25

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$\sqrt{-(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$\sqrt{-(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2} \geq 0$$

"0" на  $x=y=1$

$(x-1) = y$

$$\sqrt{2x-2(x-2)-x^2-(x-2)^2} + \sqrt{1-|x-x+2-1|} = 2$$

$$\sqrt{2x-2x+4-x^2-x^2+4x-4} = 2$$

$$-2x^2+4x=4$$

$$(I) \quad 2x^2-2x=-2$$

$$(II) \quad x^2-2x+2=0$$

$$4-4 \cdot 2 < 0$$

$$y \geq x-1$$
$$x \leq y+1$$

$$\sqrt{1+x-y-1}$$

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{y-1}$$

$$y \leq x-1$$

$$\sqrt{1-x-y+1}$$

$$\sqrt{y-x+2}$$

$$y+2 \geq x$$

$$x+2 \leq y$$

$$y \geq x+2$$

$$x \geq y$$
$$x=y$$
$$x=y+1$$
$$y=x-2$$



$$x-2 \leq y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

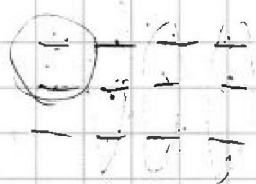
$\sqrt{2-\frac{1}{4}} + \sqrt{1-|0+1-1|} =$   $x=0$   $y=-1$   
 $a-b=12$   $\sqrt{1-|0+1-1|}$   
 $a^2+2ab+b^2+3a+3b=19p$   
 $(a+b)^2+3(a+b)=19p$   
 $(a+b)(a+b+3)=19p$  :  $19; p, 1, p^2, p^3, p^4, 19p, 19p^2, 19p^3$   
 $\begin{cases} a+b=x \\ a+b+3=\frac{19 \cdot 16}{x} \\ a-b=2 \end{cases}$   $\frac{19 \cdot 16}{x} - x = 3$   
 $\begin{cases} 19 \cdot 16 - x^2 - 3x = 0 \\ x \neq 0 \\ x^2 + 3x - 19 \cdot 16 = 0 \end{cases}$   $x \neq 0$   
 $\boxed{16} = (-19)$   
 $19 - 16 = 3$   
 $AB=CD$   
 $x, \frac{x}{2}, 6$   $\triangle$   
 $\cos(2\alpha) = -\frac{3}{4}$   
 $\alpha +$   
 $\text{Итого } CD$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) пусть  $1$  на  $1$

$$C_{11}^2 \cdot C_{11}^3 \cdot C_{11}^3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$C_{12}^3 \cdot C_{12}^3 \cdot C_{12}^3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 = 4 \cdot (C_{12}^3)^3$$

$$-2(x^2 - 2x) \geq 0$$

$$x^2 - 2x \leq 0$$

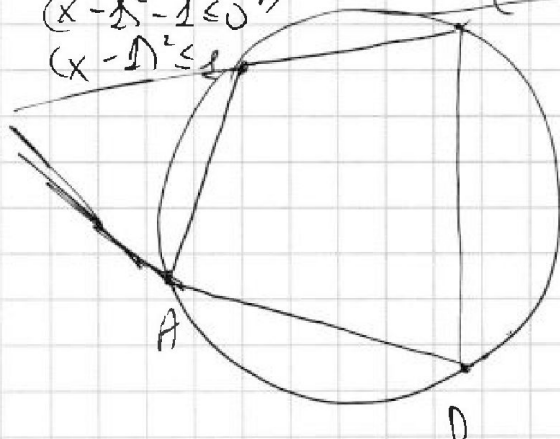
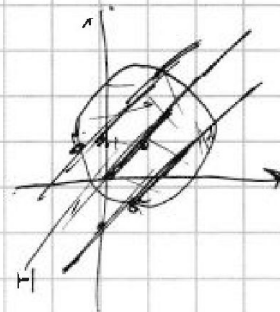
$$(x - 1)^2 \leq 1$$

$$(x - 1)^2 \leq 1$$

$$-1 \leq x - 1 \leq 1$$

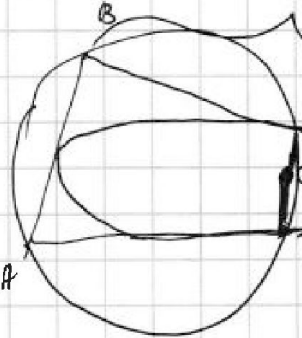
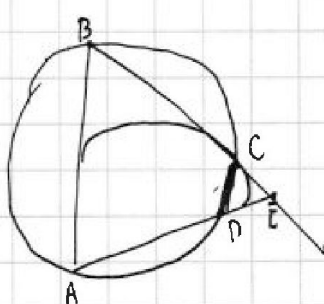
$$0 \leq x \leq 2$$

$$\begin{matrix} B & B & - & H \\ - & - & B & - \\ - & H & H & B \end{matrix}$$



$$\begin{cases} y = x \\ -2x^2 + 5 = 2 \\ x^2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ 2x - 2(x - 1) - x^2 - (x - 1)^2 + \sqrt{2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = x - 1 \\ 2x - 2(x - 1) - x^2 - (x - 1)^2 + \sqrt{2} = 0 \\ 2 + 2x = 0 \\ 1 + x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ 2x - 2(x - 2) - x^2 - (x - 2)^2 + \sqrt{2} = 0 \end{cases}$$

$$2x^2 - 8x + 4 + x^2 - 6x + 4x - 4 = 2$$

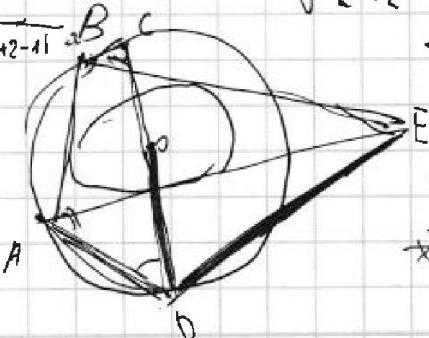
$$4x^2 = 2$$

$$x = 2$$

$$y = 0$$

$$\sqrt{4 - 4}$$

$$0$$



$$\begin{cases} 2x - 2y - x^2 - y^2 \geq 0 \\ x^2 - (x - 1)^2 - (y - 1)^2 \geq -2 \\ (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 2 \end{cases}$$