



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CAD) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

$t = ?$
два разл. действ.
корня, произв которых > 0 .

З-м, что это квадрат. ур-ие отн. x . $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ оно будет иметь два ^{различных} корня тогда

и только тогда, когда $D > 0 \Leftrightarrow (2\sqrt{3}t)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4t^2 - 4) > 0$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 3t^2 - 16(t^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow 12t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$\Leftrightarrow -4t^2 + 16 > 0 \Leftrightarrow 16 > 4t^2 \Leftrightarrow t^2 < 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \in (-2; 2). \text{ З-м, что по Д. Виета}$$

~~пр~~ произведение корней данного ур-ия (если они ₃ равно $4t^2 - 4$. Откуда найдем н. систему:

$$\begin{cases} 4t^2 - 4 > 0 \\ t \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 > 1 \\ t \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty) \\ t \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

Ответ: $t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$a, b \in \mathbb{N}$

$$a + b = 40.$$

$p \in \mathbb{P}$ — *натуральное число*

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

$a, b = ?$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$\Downarrow$$

$$\text{т.к. } a+b=40 \Rightarrow b=40-a$$

$\Downarrow$

$$(a - (40-a))(a - (40-a) + 15) = 17p^5$$

$$(2a-40)(2a-40+15) = 17p^5$$

$$2(a-20)(2a-25) = 17p^5$$

$$\text{Получаем, } 270 \nmid 17p^5 : 2 \Rightarrow p^5 : 2 \text{ (т.к. } (17; 2) = 1)$$

$$\Downarrow$$

$$p : 2 \Rightarrow p = 2 \text{ (т.к. } p \in \mathbb{P})$$

$$2a^2 - 25a - 40a + 20 \cdot 25 = 17 \cdot 16$$

$$2a^2 - 65a + 500 - 16^2 - 16 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 500 - 256 - 16 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 244 - 16 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 248 - 20 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 228 = 0$$

$$\Delta = 65^2 - 4 \cdot 2 \cdot 228 = 4225 - 8 \cdot 228 = 4225 - 1824 =$$

$$= 2401 = 49^2 \Rightarrow a = \frac{65 \pm 49}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{57}{2} \\ a = \frac{16}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = \frac{16}{4} \end{cases} \text{ (т.к. } a \in \mathbb{N})$$

$$\Downarrow$$

$$b = 36$$

Ответ: $a=4; b=36$.

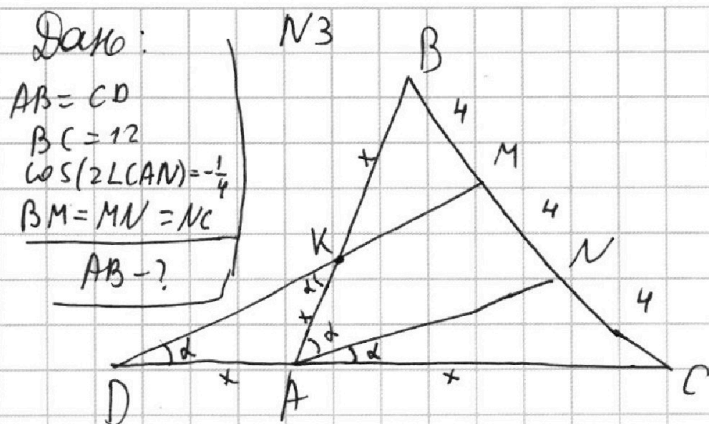


1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) 3-м, это т.к. $BC = 12$

$$BM = MN = NC$$

$\Downarrow$

$$BM = MN = NC = 4$$

2) Пусть $\angle CAN = \alpha$

$$\cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$$

$\Downarrow$

т.к. $DM \parallel AN$

$\Downarrow$

$$\angle MDA = \alpha$$

(т.к. $\cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$ при $AD = AC$)

3) т.к. $MD \parallel NA$
 $\hookrightarrow MN = NC$

$$AD = AC \text{ (по т. Палеса)}$$

$$\text{Пусть } x = AD = AC \Rightarrow CD = 2x \Rightarrow AB = 2x$$

4) Пусть 1) к $BA \cap MN \Rightarrow$ по Δ . Менее для ΔABC и сек. MD :

$$\begin{aligned} \angle KAN &= \angle DKA = \alpha \\ \text{(т.к. } DM \parallel AN, \text{ при } DM \parallel AN, \text{ } KA - \text{сек.)} \\ \angle KDA &= \angle DKA \text{ (по об.)} \end{aligned}$$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BK}{KA} \cdot \frac{AD}{DC} = 1$$

$$\frac{8}{4} \cdot \frac{BK}{KA} \cdot \frac{x}{2x} = 1 \Rightarrow \frac{BK}{KA} = 1$$

$\Downarrow$

$$BK = KA$$

$$BK + KA = AB = 2x$$

$$\angle BAC = 2\alpha$$

$$\Delta DKA - \text{1/5} \Leftrightarrow \begin{cases} BK = KA = x \\ x = AD \text{ (по об.)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BK = KA \\ BK + KA = AB = 2x \end{cases}$$

Замечание: 5) Δ Косинусов для ΔABC :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$144 = 4x^2 + x^2 - 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$$

$$144 = 5x^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \Rightarrow 144 = 5x^2 - x^2 \cdot (-1)$$

$$144 = 6x^2 \Rightarrow 3x^2 = 72$$

$$x^2 = 24$$

$$AB = 2x = 4\sqrt{6} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{6} \Leftrightarrow x = \sqrt{24}$$

(т.к. $x > 0$ - по условию)

Ответ: $AB = 4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение №4

3) 3-и, что если пусто на второй парте, то эта ситуация аналогично 1-ой с одним изменением, после выбора мн-в А и В мы можем рассадить оставшихся 2-ух человек на ряду с пусто как хотим, то есть всего $2!$ способами $\Rightarrow$ если пусто на второй парте, то кол-во способов равно $3 \cdot 2! \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 = 6 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$ (очевидно, что расстановки разные)

$$\begin{aligned} \Downarrow \\ \text{Всего способов } (3 + 3 + 6) \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 &= 12 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 = \\ &= 12 \cdot \frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 12 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 12 \cdot 56 \cdot 10 = \\ &= 6720 \end{aligned}$$

Ответ: 6720 способами.



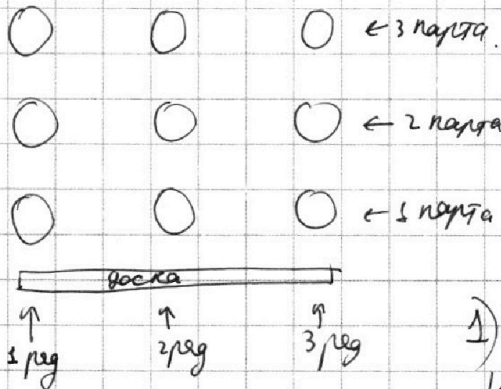
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4



Вот Под „пусто“ будем подразумевать парту, за которой никто не сидит (очевидно, что она одна).

1) 3-м, что если пусто расположено на 3 парте, то подсет возможных вариантов сводится к выбору множеств

порядок элементов в А и В не важен! → А и В из множества {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8}

или по выбору А, В не совпадает с выбором В, А

ВОО это росты и шкафы.

(тогда упорядочив мн-во А и В и расставив их соответственно в ряды 1 и 2, а после упорядочив остаток из 2-ух элементов из мн-ва и поставив их на 3 ряд, мы сможем получить нужную расстановку)

выбрать два таких мн-ва можно $C_8^3 \cdot C_{8-3}^3$ способами.

Но вариантов расположения

пусто на 3-ей парте 3

Если пусто на 3-ей парте кал-во

способов равно $3 C_8^3 \cdot C_5^3$ (очевидно также, что все такие расстановки возможны)

2) 3-м, что если пусто расположено на первой парте, то эта ситуация аналогична 1-ой

кал-во способов равно $3 C_8^3 \cdot C_5^3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение N5

⇓

$$\frac{10 \sin \alpha / \cos \beta}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{DE}{\cos(\beta - \alpha)} = \frac{OD}{\cos(\alpha + \beta)}$$

⇓

$$DE = \cos(\beta - \alpha) \cdot \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$OD = \cos(\alpha + \beta) \cdot \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta}$$

⇓

$$OD + DE = \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta} (\cos(\beta - \alpha) + \cos(\alpha + \beta)) =$$

$$= \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta} (\cos \beta \cos \alpha + \sin \alpha \sin \beta + \cos \beta \cos \alpha - \sin \alpha \sin \beta) =$$

$$= \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta} \cdot 2 \cos \alpha \cos \beta = 10$$

⇓

$$OD + DE = 10 \Rightarrow \min(OD + DE) = 10$$

~~ответ~~

Ответ: ~~ответ~~ $\min(OD + DE) = 10$



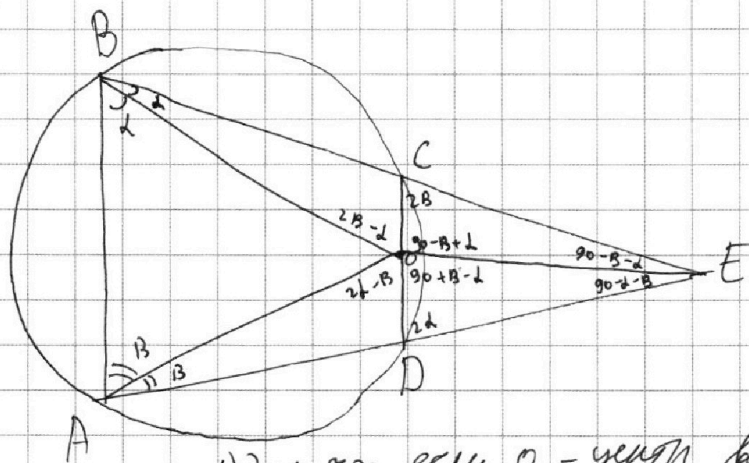
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5
 $BE = 10$
 $\min(ED + DO) = ?$



1) 3-4, что если O - центр впис. окр. в $\triangle ABE$

2) Пусть $\angle ABO = \angle OBC = \alpha$ $\Leftarrow$ AO - бисс. $\angle BAD$
 $\angle BAO = \angle OAD = \beta$ $\Leftarrow$ BO - бисс. $\angle ABC$
 $\angle DCE = \angle BAD = 2\beta$ (бисс. впис. $\triangle ABD$)
EO - бисс. $\angle BEA$

$\angle CDE = \angle ABC = 2\alpha$ (бисс. впис. $\triangle ABC$)

Кроме того, пусть $\gamma = \angle CEO = \angle OED \Rightarrow$ в $\triangle CDE$ сумма углов равна $2\gamma + 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$
(т.к. EO - бисс. $\angle BEA$)

3) В $\triangle BEO$, впис. сумма углов:

$$\angle OBE + \angle BEO + \angle BOE + \angle COE = 180^\circ$$

$$\alpha + 90 - \beta - \alpha + 90 - \beta + \alpha + \angle BOE = 180^\circ$$

$$\angle BOE = 2\beta - \alpha$$

Аналогично в $\triangle AOE$: $\angle AOE = 2\alpha - \beta$

В $\triangle COE$:

$$\angle COE = 180^\circ - \angle OCE - \angle CEO = 90 - \beta + \alpha$$

$$\angle DOE = 180^\circ - \angle COE = 90 + \beta - \alpha$$

4) В $\triangle BEO$ по синусов:

$$\frac{BE}{\sin(90 + \beta)} = \frac{OE}{\sin \alpha} \Rightarrow OE = 10 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$$

5) В $\triangle DOE$ по синусов:

$$\frac{OE}{\sin(2\alpha)} = \frac{DE}{\sin(90 + \beta - \alpha)} = \frac{OD}{\sin(90 - \alpha - \beta)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Представим систему дорог на острове в виде графа.
(Вершины - деревни; ребра - дороги). Т.к. из любой деревни в любую другую можно добраться и при том единств. образом, то это означает, что наш граф - связное дерево. Пусть деревень на острове n штук. Тогда по свойству дерева, ребер в нем $n-1$.

Посчитаем теперь $\sum_v \deg(v)$. $\sum_v \deg(v) = 3+4+5+7+(n-4) \cdot 1 =$

$$= 7+7+5+n-4 = 14+1+n = n+15.$$

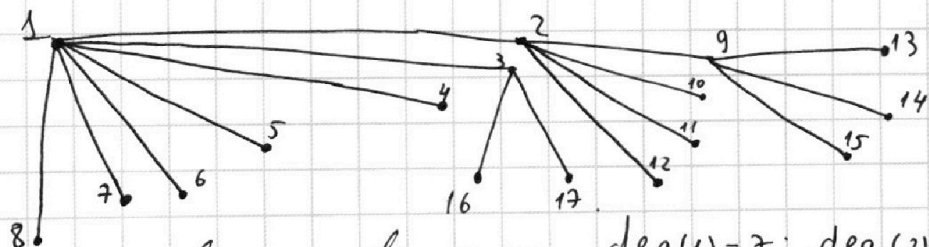
↑
т.к. есть 4 такие деревни и $n-4$ деревни со степенью 1.

Но з-м, что $\sum_v \deg(v)$ равна

удвоенному числу ребер $\Rightarrow \sum_v \deg(v) = 2(n-1)$

Пример на 17:

$$\begin{aligned} n+15 &= 2n-2 \\ 17 &= n \Rightarrow n=17. \end{aligned}$$



это связное дерево, при том $\deg(1)=7$; $\deg(2)=5$; $\deg(9)=4$,

$\deg(3)=3$;
степень всех остальных вершин равна 1.



Ответ: 17 деревень.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение N 7

$$3.2) \text{ Если } a = -1 \text{ и } b = 1 \Rightarrow \sqrt{2 - 1^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - 0} = 1 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$$

↓
(-1; 1)

$$3.3) \text{ Если } a = -1 \text{ и } b = -1 \Rightarrow \sqrt{2 - (-1)^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - 2} = 1$$

↓
0

$$\begin{matrix} x-1 & y-1 \\ // & // \end{matrix} \quad (a; b) \in \{ (0; 1); (0; -1); (1; 0); (1; -1); (-1; 0); (-1; 1) \}$$

↓

$$(x; y) \in \{ (1; 2); (1; 0); (2; 1); (2; 0); (0; 1); (0; 2) \}$$

↓

Ответ: $x = 1; y = 2$

или $x = 1; y = 0$

или $x = 2; y = 1$

или $x = 2; y = 0$

или $x = 0; y = 1$

или $x = 0; y = 2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7
 $x, y \in \mathbb{Z}$

~~2.2~~
 $x = ?; y = ?$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

Пусть

$$a := x - 1$$

$$b := y - 1$$

$$\Rightarrow a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

~~$$x = a + 1$$~~

$$y = b + 1$$

$\Downarrow$

$$2x - x^2 = 2a + 2 - a^2 - 2a - 1 = 1 - a^2$$

$$2y - y^2 = 1 - b^2$$

$$x + y - 2 = a + b$$

$$\sqrt{2 - a^2 - b^2} + \sqrt{1 - |a + b|} = 1$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 2 \\ |a + b| \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 \leq 2 \\ b^2 \leq 2 \\ |a + b| \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \in \{-1; 0; 1\}, \text{ т.к. } a \in \mathbb{Z} \\ b \in \{-1; 0; 1\}, \text{ т.к. } b \in \mathbb{Z} \\ a + b \in \{-1; 0; 1\}, \text{ т.к. } a + b \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

1.1) Если $a = 0$ и $b = 0 \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{1} = 1 \quad \nabla$

1.2) Если $a = 0$ и $|b| = 1 \Rightarrow \sqrt{2 - 0^2 - 1} + \sqrt{1 - |b|} = 1$

(если $b \neq 0 \Rightarrow |b| = 1$)

$$\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \quad \checkmark \Rightarrow a = 0; |b| = 1$$

$$\Downarrow$$

$$(0; 1)$$

$$(0; -1)$$

2.1) Если $a = 1$ и $b = 0 \Rightarrow \sqrt{2 - 1^2 - 0} + \sqrt{1 - 1} = 1$

$$\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \quad \checkmark \Rightarrow (1; 0)$$

2.2) Если $a = 1$ и $b = 1 \Rightarrow \sqrt{2 - 1^2 - 1^2} + \sqrt{1 - 2} = 1$

∇

2.3) Если $a = 1$ и $b = -1 \Rightarrow \sqrt{2 - 1^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - 0^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$

$$\Downarrow$$

$$(1; -1)$$

3.1) Если $a = -1$ и $b = 0 \Rightarrow \sqrt{2 - (-1)^2 - 0} + \sqrt{1 - 1} = 1$

$$\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \quad \checkmark \Rightarrow (-1; 0)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

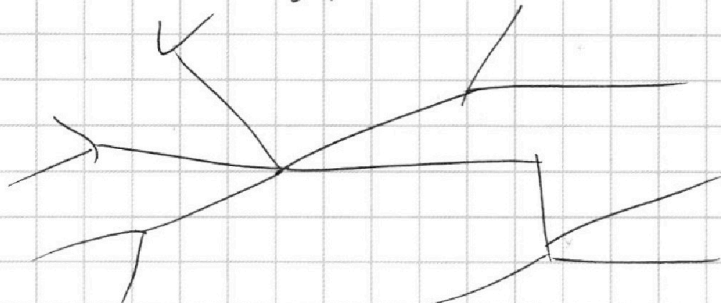
1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Очев, что дерево



Есть дерево $\Rightarrow$ то все ребра $(n-1)$

$\Downarrow$

$$2(n-1) = \sum \deg = 3 + 4 + 5 + 7 + (n-4) \cdot 1 \Rightarrow 2n-2 = 7+7+5+1-4$$

$$2n-2 = 19+n-4 = 15+n$$

$$\left(\frac{5}{\sin \alpha}\right)^2 (\cos \alpha + 1) = \frac{5(\cos \alpha + 1)}{\sin^2 \alpha} = 5 \cdot \frac{\cos \alpha + 1}{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$x = 0 + 1$$

$$n-2 = 15$$

$$x=0 \Rightarrow 1$$

$$x=1 \Rightarrow 0$$

$$\frac{x+1}{1-x^2}$$

$$(x+1)(1-x^2) - (x+1)(1-x)^2 = 0$$

$$1-x^2 - (x+1)(1-x) = 0$$

$$1-x^2 + 2x(x+1) = 0$$

$$1-x^2 + 2x^2 + 2x = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$\sqrt{2 - (x^2 - 2x + 1) - (y^2 - 2y + 1)} = \sqrt{2 - (x-1)^2 - (y-1)^2}$$

$$\text{Пусть } a = x-1, b = y-1 \Rightarrow \sqrt{2-a^2-b^2} + \sqrt{1-|a+b|} = 1$$

$$x = a+1$$

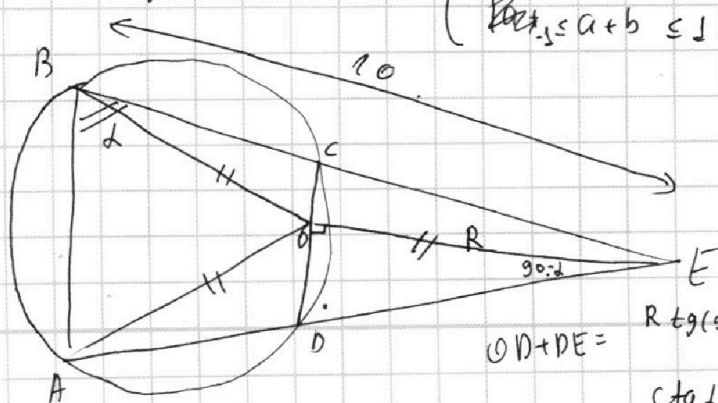
$$y = b+1$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 2 \\ |a+b| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$a^2 \leq 2 \Rightarrow a \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$$

$$BE = 10$$

$$\min(OD + DE) = ?$$



$$OD + DE =$$

$$R \operatorname{tg}(90-\alpha) + \frac{R}{\cos(90-\alpha)} = R \operatorname{ctg} \alpha + \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical solutions and diagrams on grid paper.

Top Left: Vertical calculations:
$$\begin{array}{r} 4225 \\ - 1824 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.2 \cdot 22.8 = \\ = 8 \cdot 200 + 8 \cdot 20 + 64 = \\ = 1600 + 160 + 64 = \\ = 1760 + 64 = \\ = 1824 \end{array}$$

Top Right: Geometry diagram of a triangle with points D, A, B, C, M, N. Angles are marked with 'x'. A calculation: $\sin(2\alpha) = -\frac{1}{4}$. A formula: $\frac{Bk}{KA} \cdot \left(\frac{x}{2x}\right)^{\frac{1}{2}} = 1$. Result: $BK = KA$.

Middle: Large geometry diagram with points A, B, C, D, E. A circle is inscribed. Angles are marked. A calculation: $\min(ED + DD) = ?$.

Bottom Left: Vertical calculations:
$$\begin{array}{r} 6549 = 1024 \\ - 6420 = 4225 \\ \hline 114 = 57 \cdot 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ \times 65 \\ \hline 3925 \\ + 3900 \\ \hline 4225 \end{array}$$

Bottom Right: Vertical calculations:
$$\begin{array}{r} 4 \cdot 2 \cdot 228 \\ \times 228 \\ \hline 8224 \end{array}$$

$$D = 65^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 57 =$$

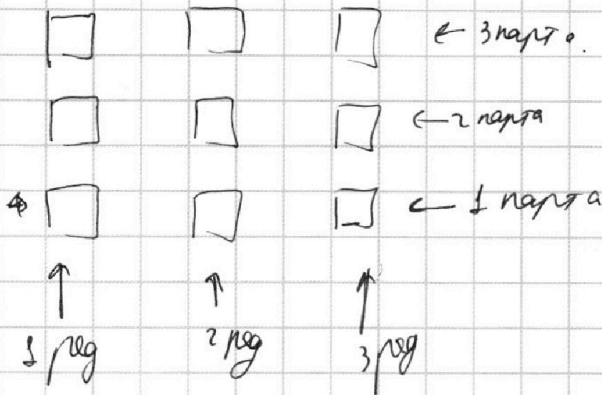


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

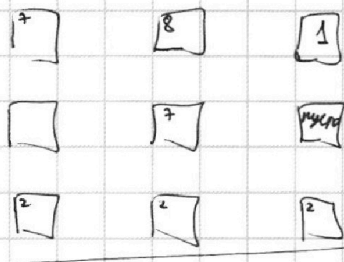


будет если: 1) сидит на первой парте

2) если перед ним никого

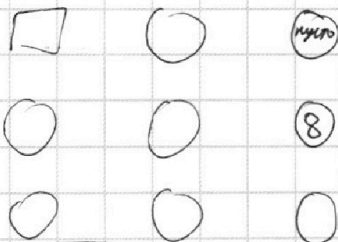
3) если перед ним человек ниже роста.

Если самый низкий человек ~~сидит~~ на 3 парте, при чем второе по высоте, он сидит на первой парте. Какой - то



по сути надо рассадить

ростом 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8



где 1 выбрать место 3 способами, где 2, 3 способами где 3 способа.

по сути мы выбираем

из множества {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8}

два трех элементных множества.

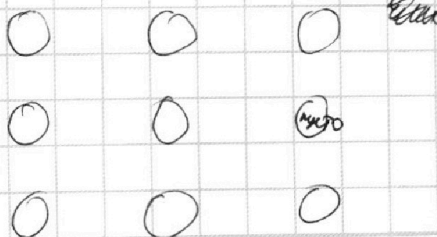
$$C_8^3 \cdot C_5^3$$

из 8 мы выбираем 2 м.ва:

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 2$$

или по середине $2(C_8^3 \cdot C_5^3)$

или пусто среди
то $3! \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$ вариантов



$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 10 \cdot 56 = 560$$

