



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CAM) = -\frac{3}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

По м. Виета $9t^2 - 9 = \underbrace{x_1 x_2}_{\text{корни}} > 0$

$$9t^2 - 9 > 0 \\ t^2 > 0 \Rightarrow t \neq 0$$

Если 2 разл. корня $\Rightarrow D > 0$

$$\begin{aligned} D &= (4\sqrt{2}t)^2 - 4(9t^2 - 9) = 16 \cdot 2t^2 - 36t^2 + 36 = \\ &= 32t^2 - 36t^2 + 36 = -4t^2 + 36 > 0 \end{aligned}$$

$$36 > 4t^2$$

$$9 > t^2 \Rightarrow t \in (-3; 3), \text{ по м.к. } t \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \in (-3; 0) \cup (0; 3)$$

Ответ: $t \in (-3; 0) \cup (0; 3)$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

$$a - b = 12 \Rightarrow a = b + 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

Подставляем $a = b + 12$

$$(b+12+b)(b+12+b+3) = 19p^4$$

$$(2b+12)(2b+15) = 19p^4$$

$$2(b+6)(2b+15) = 19p^4$$

Выражение в левой части :2 $\Rightarrow p=2$, т.к.

$19p^4 : 2$ и 19 - нечет., p - простое.

$$2(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 16$$

$$(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 8$$

$$2b^2 + 15b + 12b + 90 = 152$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

$$(b-2)(2b+31) = 0$$

$$\begin{cases} b_1 = 2 \\ b_2 = -\frac{31}{2} \end{cases} \text{ - не подходит, т.к. } b \in \mathbb{N}$$

$$b_1 = 2 \Rightarrow a = 14$$

Ответ: $a=14, b=2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

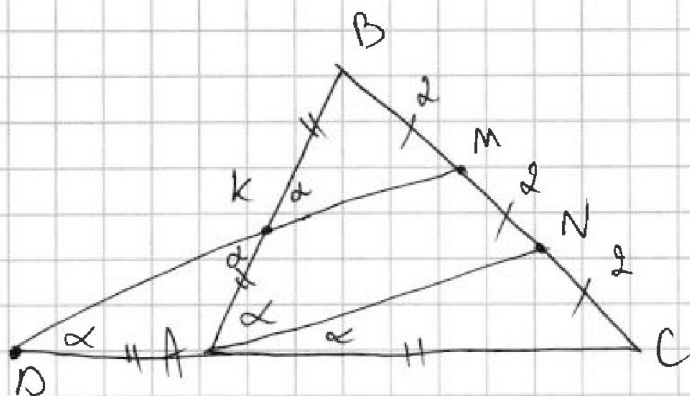


СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3.



$$DC = AB$$

$$BC = 6$$

$$\cos 2\angle CAN = -\frac{3}{4}$$

$$AB = ?$$

- 1) $AB \cap DM = K$
- 2) Т.к. $KM \parallel AN$ и $BM = MN \Rightarrow BK = AK$
- 3) $\angle NAC = \angle MDC = \alpha$ (т.к. $AN \parallel DM$) и $AN \parallel DM$, $AC = AD$ (т.к. $NE = MN$) $\Rightarrow AC = AD = BK = AK$ (т.к. $CD = AB$)
- 4) $\triangle ADK - \text{р/б} \Rightarrow \angle KDA = \angle DKA = \angle BKM = \alpha = \angle BAN$ ($KM \parallel AN$) $\Rightarrow AN - \text{бисс.}$ (т.к. $\angle BAN = \angle NAC$)

$$5) BN = 4$$

$$NC = 2$$

$$\text{По т. о бис-се: } \frac{BN}{AB} = \frac{NC}{AC} \Rightarrow \frac{4}{AB} = \frac{2}{AC} \rightarrow 2AC = AB$$

Пусть $AC = x$,
тогда $AB = 2x$

с) Т. косинусов для $\triangle BAC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC$$

$$36 = 4x^2 + x^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot 2x \cdot x$$

$$\text{Т.к. } \cos 2\alpha = \cos 2\angle CAN = -\frac{3}{4}:$$

$$36 = 5x^2 - 4x^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = 5x^2 + 3x^2 = 8x^2$$

$$9 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$AB = 2x = 2 \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

Ответ: $3\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

Т.к. парт $4 \cdot 3 = 12$, а тепловек 11 $\Rightarrow$ одна парты должна быть пустой. Пусть она будет в одном из рядов на первом месте

☒ ☐ ☐ ☐
☐ ☐ ☐ ☐
☐ ☐ ☐ ☐

Тогда, когда мы выстроим людей по ряду мы их выстраиваем в порядке возрастания. (В каждом таком выборе мы можем это сделать).

Если люди будут сидеть не в порядке возрастания, то кому-то будет плохо видно.

Кол-во способов рассадить людей на с пустой парты на первом месте:

$$C_{11}^2 \cdot C_3^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$$

↑ пустая парты может быть в одном из четырех рядов

2) Пусть пустая парты будет на втором месте в каком-то ряду

☐ ☐ ☐ ☐
☒ ☐ ☐ ☐
☐ ☐ ☐ ☐

Тогда в каждом из трех рядов оставшихся (без пустой парты) мы также выстроим людей в порядке возрастания (от первой парты и последней). Ряд, в котором из пустой парты, мы можем посадить двух людей в любом порядке, т.к. человек на 1й парте будет хорошо видеть, и человек на третьей парте тоже, т.к. перед ним пустая парты (ближайшая).

Способов так рассадить

$$C_{11}^2 \cdot 2 \cdot C_3^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$$

↑ пустая парты на втором месте может быть в одном из 4х рядов

3) Пусть пустая парты будет на третьем месте в одном из рядов, тогда аналогично тому случаю рассаживаем людей в порядке возрастания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н.ч. (продолжение)
Тогда способов будет
 $C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4$

4) складываем все эти способы

$$\begin{aligned} & C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 + C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 + C_{11}^2 \cdot 2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 \\ &= C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 8 + C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 4 \cdot 2 = \\ &= 16 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 \cdot 8 = 16 \cdot 55 \cdot 12 \cdot 7 \cdot 20 \cdot 1 = 1478400 \text{ способов} \end{aligned}$$

Ответ: 1478400 способов



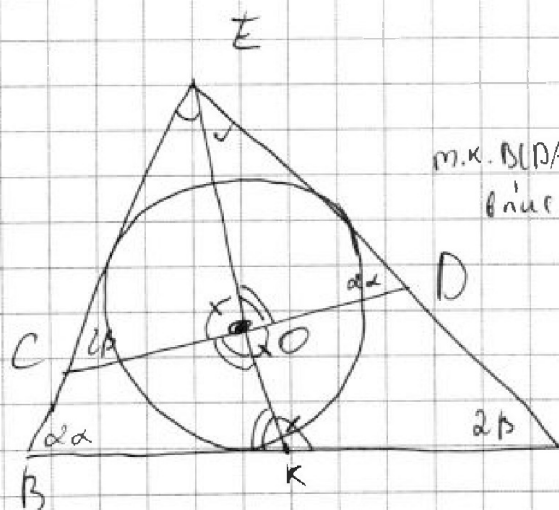
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.



$DO + EP \text{ max} = ?$

$DO + ED$ будет максим.

м.к. $\triangle ODA$
впис.

$\rightarrow \triangle EDO \sim \triangle EBK \Rightarrow$

$\Rightarrow ED + DO = (EB + BK) \cdot$

Пусть $\frac{DE}{BE} = m$ — коэффициент.

$$DE = m \cdot BE$$

$$DO = m \cdot BK$$

$$A \quad DE + DO = m(BE + BK) =$$

$$= \frac{DE}{BE} (BE + BK) = DE + \frac{DE \cdot BK}{BE}$$

$$BE \cdot DO = DE \cdot BK$$

$$DO + DE = DE \cdot BK + BE = DE (BK + 1) \text{ max при } \frac{DE \cdot BK}{BE}$$

$$BK = \text{max} \cdot \frac{DE \cdot BK}{BE} \cdot \frac{1}{12} \rightarrow DO = \frac{1}{12}$$

$$DO + DE = \frac{DE \cdot BK}{12} + DE = DE \left(\frac{BK}{12} + 1 \right) \text{ max}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

Если из каждой вершины можно добраться в любую другую, то граф - связный (граф-дерево-вершины, дороги-ребра)

~~Далее~~ Предположим, что в графе есть цикл, тогда из какой-то вершины можно добраться в какую-то, куда он вышел тем же путем (то 2м путем цикла) - противоречие условию.

Поскольку в графе циклов нет $\Rightarrow$ он - дерево

Посчитаем ребра в графе (пусть вершин n) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ребер $n-1$ (т.к. граф-дерево)

$$n-1 = \frac{5+6+7+9+n-4}{2}$$

степени всех вершин, $n-4$ - ~~степени~~ сумма степеней вершин, из которых выходит по 1 ребру

$$2n-2 = 11+16+n-4$$

$$2n-2 = 27+n-4$$

$$n-2 = 23$$

$$n=25 \Rightarrow \text{вершин } 25$$

Ответ: 25.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7.

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

1) $1-|x-y-1| \geq 0$

$$|x-y-1| = 1$$

$$\begin{cases} x-y=0 \rightarrow \text{не подходит, т.к. } 2x-2y-x^2-y^2 = -2x^2 \neq 0 \\ x-y=2 \rightarrow \sqrt{1-|x-y-1|} = 0 \rightarrow \sqrt{4-x^2-y^2} = 2 \rightarrow x^2+y^2=0 \end{cases}$$

при $x=0=y$
ниже не выпол.
равенство

2) $1-|x-y-1| > 0$

$$|x-y-1| < 1$$

$$\begin{cases} x-y-1 < 1 \\ x-y-1 > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y < 2 \\ x-y > 0 \end{cases} \Rightarrow x-y \in (0; 2)$$

3) $2x-2y-x^2-y^2 = 0 \Rightarrow 1-|x-y-1| = 4$

$$|x-y-1| = -3 \rightarrow \text{противоречие}$$

3) $2x-2y-x^2-y^2 > 0$

$$2(x-y) > x^2+y^2$$

$$x-y < 2 \Rightarrow x^2+y^2 < 2(x-y) < 4.$$

т.к. $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x$ и y могут принимать только 0, 1, -1,
т.к. иначе или $|x|$ или $|y| \geq 2 \rightarrow x^2+y^2 \geq 4 \rightarrow \text{пр-ие}$

4) $x=0, y=1$

$$2x-2y-x^2-y^2 = 0-2-0-1 < 0 - \text{противоречие}$$

5) $x=1, y=0$

$$2x-2y-x^2-y^2 = 2-0-1-0 = 1$$

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{1+|1-0-1|} = 1+1=2 - \text{подходит}$$

~~6) $x=1, y=1$ $1^2+1^2 < 2 \cdot 0$ - противор.~~

~~7) $x=0, y=-1$~~

6) $x=1, y=-1$

$$1-(-1) \geq 2 - \text{противор. (т.к. } x-y < 2)$$

7) $x=-1, y=1$

$$x-y < 0 - \text{пр-ие}$$

8) $x=-1, y=0$

$$x-y < 0 - \text{пр-ие}$$

9) $x=0, y=-1$

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{1-|0-1-1|} = 2 - \text{подходит}$$

Ответ: $x=1, y=0$; $x=0, y=-1$.

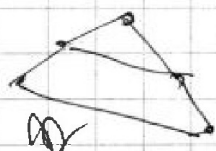
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



2-1

1

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$x-y \in (0; 2)$$

$$4 > 2(x-y) > x^2+y^2$$

$$2x-2y-x^2-y^2$$

$$2x-2y-x^2-y^2 + x - |x-y-1| = 2$$

$$x-y-1 \geq 0$$

$$2x-2y-x^2-y^2-x+y+1=1$$

$$x-y \geq 1$$

$$x-y-1 < 0$$

$$x-y-x^2-y^2=0$$

$$x=1+y$$

$$x-y < 1$$

$$x-y > 0$$

$$x(x-1) = y(y+1)$$

$$x(x-1) \geq (1+y)y$$

$$2(1+y-y) \geq (1+y)^2+y^2$$

$$2 > 2y^2+2y+1$$

$$1 > 2y^2+2y$$

$$\sqrt{3} \approx 1.732 \quad \frac{1}{2} > y(y+1)$$

$$2x-2y-x^2-y^2+x-y-1=1$$

$$3(x-y)-x^2-y^2=2$$

$$x-y > 1$$

$$2 > 3-x^2-y^2$$

$$1 > -x^2-y^2$$

$$1 < x^2+y^2 < 4$$

$$1/1$$

$$2y^2+2y-1=0$$

$$2=4+1+4 \cdot 2=$$

$$-2+\sqrt{13}=13$$

$$-2-\sqrt{13}$$

$$-2+\sqrt{3}$$

$$-2+\sqrt{3}$$

$$-2+\sqrt{3}$$

$$-2+\sqrt{3}$$

$$-2+\sqrt{3}$$

$$1-x+y+1=$$

$$2-x+y$$

$$2(x-y)-x^2-y^2 \geq 0$$

$$2(x-y)=x^2+y^2$$

$$DO+ED=$$

$$DO+ED=$$

$$(BK+BE) \cdot BE$$

$$4 > 2(x-y) > x^2+y^2 \quad |x-y-1| = -3 \rightarrow \text{нр-ше}$$

$$\frac{OD}{BK} = \frac{DE}{BE}$$

$$x-y < 2$$

$$BK \cdot DE$$

$$3 \cdot 3 = 9$$

$$12+DE$$

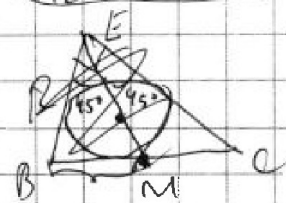
$$DO+ED=$$

$$k \cdot EB + k \cdot MB$$

$$k(EB+MB)$$

$$k(12+MB)$$

$$\frac{DO}{12} (12+MB)$$



$$DO=$$

$$DO+DE = \frac{12 \cdot DO}{12} = DO$$

$$= \frac{DE}{12} (12+BK) =$$

$$= DE+DE \cdot BK$$

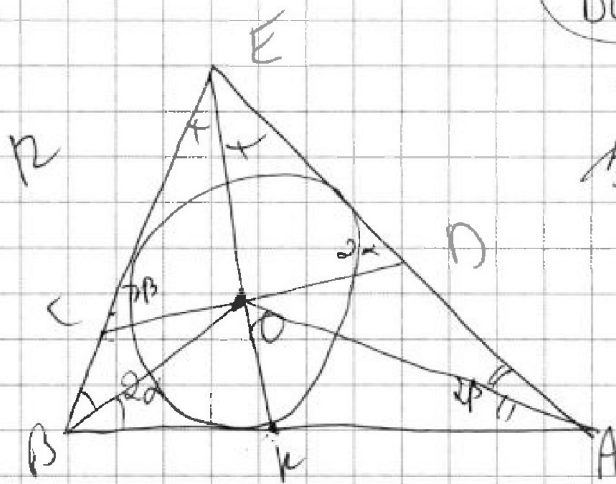


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

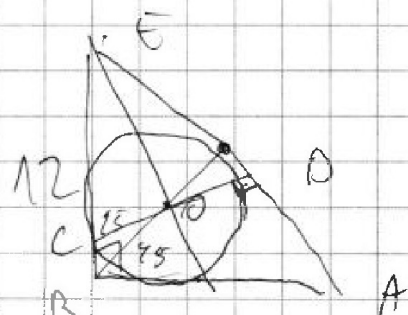
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$DE + OD$ max

$$BE = 12$$

$BE = AC = AB$



$$BK < BE + EK$$

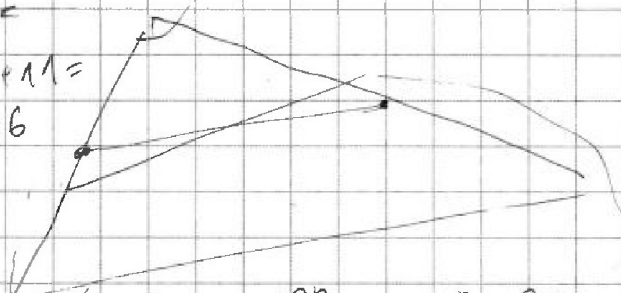
$$7 + 10 + 9 + 5 =$$
$$= 31 + 14 = 45$$

$$7 + 5 + 5 +$$

$$4 + 5 =$$

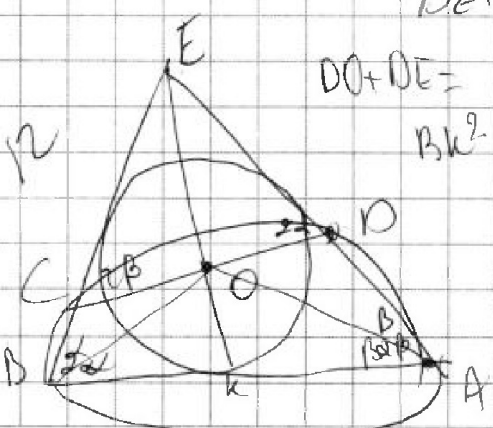
$$15 + 11 =$$

$$= 26$$



$$(BE + BK) \cdot \frac{OD}{BK} = \frac{OD \cdot BE}{BK} + OD = BE + OD$$
$$DE + OD = \frac{OD \cdot 12}{BK} + OD$$

$$DO + DE = BK^2$$



$$DE$$
$$BK$$
$$DE \left(\frac{BK}{12} + 1 \right)$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 20 \\ \hline 1100 \\ + 504 \\ \hline 1344 \\ \times 11 \\ \hline 1344 \\ + 1344 \\ \hline 14784 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving a sphere and a triangle.

Diagrams:

- A sphere with a triangle inscribed on its surface.
- A triangle ABC with a point O inside it, and a circle passing through O .
- A triangle ABC with a point O inside it, and a circle passing through O .
- A triangle ABC with a point O inside it, and a circle passing through O .

Equations and Calculations:

- $90^\circ - \beta - \alpha + 2\beta = 90^\circ + \beta - \alpha$
- $\sin \alpha = \frac{\sin \beta}{EO}$
- $EO = \frac{12 \sin \beta}{\cos \alpha}$
- $DE + DO < AE + OA$
- $130 - 2\beta - 2\alpha$
- $DE < AE$
- $OD < OA$
- $max: ?$
- $BE = 12$
- $ED + DO = ?$
- $\frac{DE}{BE} = \frac{OD}{BO}$
- $\frac{DE}{12} = \frac{OD}{130}$
- $\frac{130}{12} = \frac{OA}{AE}$
- $EO^2 = DE^2 + DO^2 - 2 \cos 2\beta \cdot ED \cdot OD$
- $EO^2 + 2 \cos 2\beta \cdot ED \cdot OD + 2 DE \cdot DO = 2 (DE + OD)^2$
- $\frac{12 \sin \beta}{\cos \alpha} \leq 1$
- $\frac{12}{\cos \alpha} + 2x \leq 1$
- $90 - \beta - \alpha + \beta = 90 - \alpha$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 524 \\ \times 14 \\ \hline 2096 \\ + 5240 \\ \hline 7336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ \times 11 \\ \hline 84 \\ + 840 \\ \hline 924 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1344 \\ \times 11 \\ \hline 1344 \\ + 13440 \\ \hline 14784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1344 \\ \times 11 \\ \hline 1344 \\ + 13440 \\ \hline 14784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ \times 16 \\ \hline 504 \\ + 840 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ \times 16 \\ \hline 504 \\ + 840 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1755 \\ \times 10 \\ \hline 17550 \end{array}$$

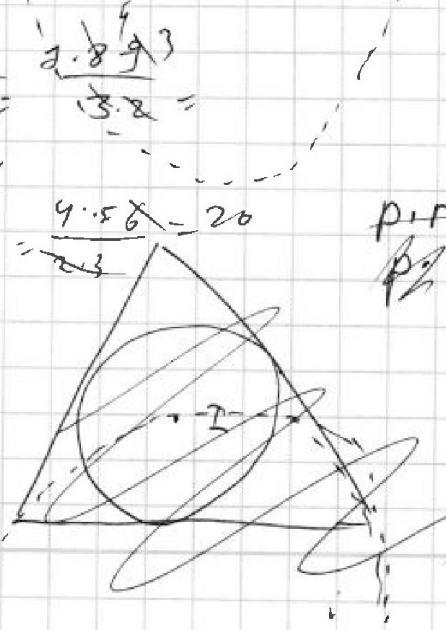
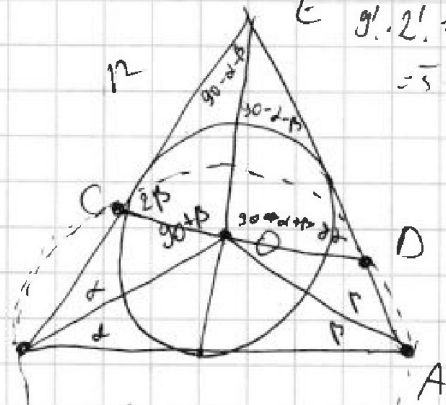
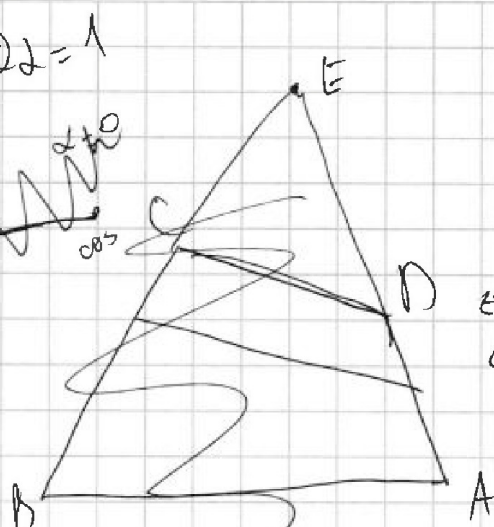
$$\begin{array}{r} 01 \\ \times 31 \\ \hline 031 \\ + 010 \\ \hline 041 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ \times 31 \\ \hline 183 \\ + 3660 \\ \hline 1941 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 456 \\ \times 20 \\ \hline 9120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 20 \\ \hline 240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 20 \\ \hline 240 \end{array}$$



$$DO + DE \text{ max}$$

$$\frac{\sin 90^\circ + \beta}{12} = \frac{\sin \alpha}{EO} \quad 180$$

$$EO = \frac{12 \sin \alpha}{\sin 90^\circ + \beta}$$

$$EO^2 = OD^2 + ED^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot EO \cdot OD$$

$$EO^2 + 2 \cos 2\alpha \cdot EO \cdot OD + 2 \cdot EO \cdot OD = (OD + EO)^2$$

$$DE + DO = (P - EO) \text{ max}$$

$$S_{AED} = \frac{1}{2} ED \cdot OD \cdot \sin 2\alpha$$

$$EC \cdot BE = ED \cdot EA$$

$$ED + OD > EO$$

$$EO + OD > DE$$

$$EO + ED > OD$$

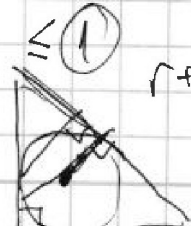
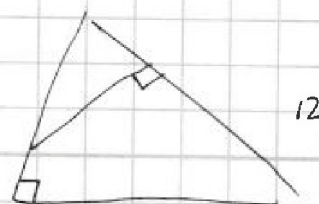
$$\sqrt{(12 + \frac{p}{2})(p - 12)(p - \alpha)(p - \beta)}$$

$$\sqrt{(6 + \frac{p}{2})(p - 12)(p - \alpha)(p - \beta)}$$

$$p \cdot r = 12 \cdot AB \cdot \sin 2\alpha$$

$$(DO + ED)^2 \leq 4ED \cdot OD + EO^2$$

$$x^2 \leq 4ED \cdot OD + EO^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$x_1, x_2 > 0$$

 ~~$x_1 \neq x_2$~~

$$9t^2 - 9 = x_1 x_2$$

$$(-2)$$

$$9t^2 - 9 = x_1 x_2 > 0$$

$$x^2 - 9$$

$$9t^2 - 9 > 0$$

$$x^2 - 8\sqrt{2}x + 96 - 9 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \pm 3 \quad t^2 > 0$$

$$x^2 - 8\sqrt{2}x - 45 = 0$$

$$x_1 x_2 > 0 \quad 3(1-3) = -9$$

$$D = (8\sqrt{2})^2 + 4 \cdot 45 \cdot 9$$

$$8\sqrt{2} \pm 90$$

$$a - b = 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4 \quad p - \text{н.р.ч.}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^4 \quad a, b = ?$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

$$a - b = 12$$

$$a = 12 + b$$

$$(12+2b)(12+2b+3) = 19p^4$$

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$D > 0$$

$$x \pm 15$$

$$\frac{15}{90}$$

$$159$$

$$62$$

$$62; 31$$

$$2$$

$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 27 = 62$$

$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 27 = 62$$

$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 27 = 62$$

$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 27 = 62$$

$$(4\sqrt{2}t)^2 - (9t^2 - 9) \cdot 4 =$$

$$= 16 \cdot 2t^2 - 36t^2 + 36 =$$

$$= 32t^2 - 36t^2 + 36 =$$

$$= -4t^2 + 36 > 0$$

$$4t^2 < 36$$

$$t^2 < 9$$

$$t \in (-3; 3)$$

$$t \neq 0$$

$$(-3; 0)$$

$$2(b-2)(b+\frac{31}{2})$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

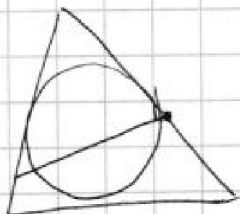
$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$

$$(b-2)(2b+31)$$



Sebo < 8m < 10 < 10.2

$$2b^2 - 2bx - 4b + 4x$$

$$2(b-2)(b-x)$$

$$-2bx - 4b = -2bx - 4b = -2(b^2 + 31b - 62)$$

$$-2x = 31$$

$$x = -\frac{31}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4-x^2-y^2} + \sqrt{0}$$

$$= 2$$

$$4-x^2-y^2=4$$

$$x^2+y^2=0$$

$$x=0$$

$$y=0$$

$$AB=1$$

$$AB=CD$$

$$BC=6$$

$$\cos(2\angle CAM) = -\frac{3}{4}$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\cos 2\alpha = \sin 2\alpha$$

cos

$$\frac{BM}{AB} = \frac{NC}{AC}$$

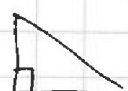
$$\frac{2}{4} = \frac{2}{4}$$

$$AB=AC$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2ACAB \cos 2\alpha$$

$$2AC=AB$$

$$g=2$$



$$\cos 90^\circ = 0$$

$$ED \neq DO$$

$$DO < CD$$

$$DE < A$$

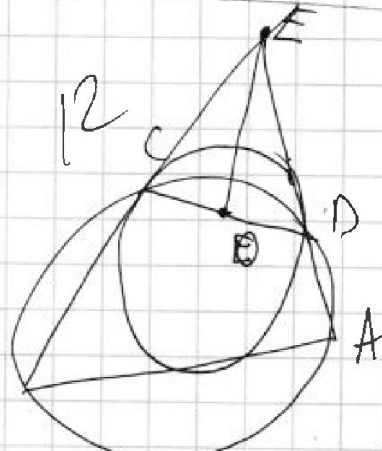
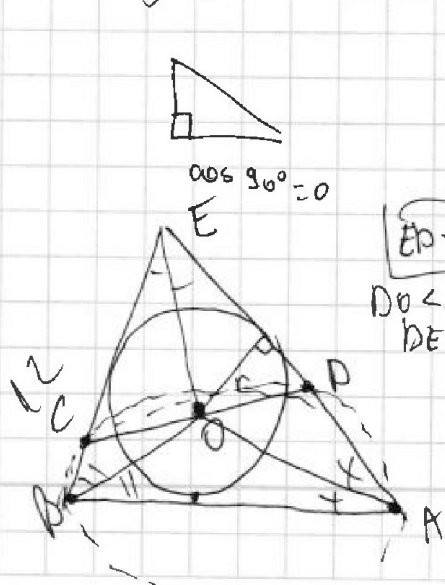
$$DO \geq r$$

$$P \cdot P = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sin 2\alpha \cdot AB < P \cdot DO \cdot BE \cdot DE \cdot \sin 2\alpha$$

$$6 \sin 2\alpha \cdot AB < P$$

$$BE=12$$

$$ED+DO$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_8^3 \cdot C_3^3$$



$$\frac{9!}{6! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{2 \cdot 3} = 17.0$$

$$C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{4 \cdot 5 \cdot 6} = 20$$

$$\frac{12}{84}$$

$$\begin{array}{r} 89 \\ \times 11 \\ \hline 89 \\ + 89 \\ \hline 924 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 20 \\ \hline 1100 \\ + 924 \\ \hline 15784 \end{array}$$

$$1 - |x - y - 1| \geq 0$$

$$1 - |x - y - 1| > 0$$

$$1 > |x - y - 1|$$

$$\begin{cases} 2m - (x^2 + y^2 - 2xy) > 0 \\ 2m - m^2 - 2p > 0 \end{cases} \begin{cases} x - y - 1 \leq 1 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$$

$$x - y \in [0; 2]$$

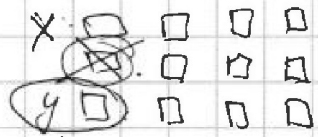


$$11 + 16 = 27$$

$$5 + 6 + 7 + 9 + x = 27$$

$$\frac{5 + 6 + 7 + 9 + x}{2} = x + 4 - 1$$

$$27 + x = 21 + 6 \Rightarrow 27 = x \rightarrow 28$$



$$x, y$$

$$x > y$$

$$z + wez = z$$

$$11z + wez = z$$

$$m \sqrt{2} + \sqrt{2} =$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} 2x - 2y + x^2 - y^2 &= \\ &= 2(x - y) - (x^2 - y^2) > 0 \\ 2(x - y) &> x^2 - y^2 \end{aligned}$$

$$2(m)$$

$$2m -$$



$$|x - y - 1| = 0$$

$$|x - y - 1| = 1$$

$$2(x - y) - x^2 - y^2 = 0$$

$$\begin{cases} x - y - 1 = 1 \\ x - y = 2 \\ x - y - 1 = -1 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 - x^2 - y^2 = 2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

$$m \in (0; 2)$$

$$x, y \in (0; 2)$$

