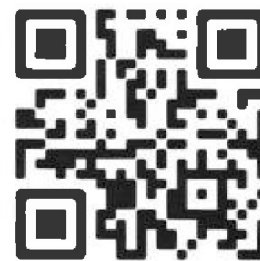




Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

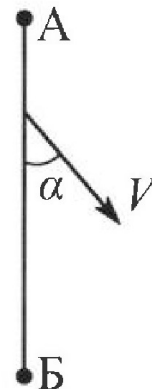
1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .

3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?

4. Найдите минимальную продолжительность $T_{\min}$ полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

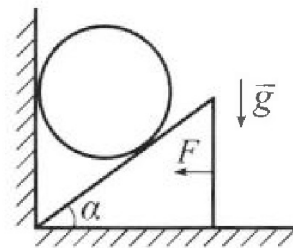
1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.

2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.

3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.



1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.

3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.

4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?

5. Найдите максимальную величину $N_{\max}$ этой силы.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

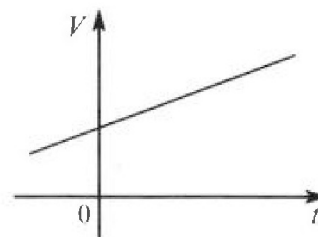
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



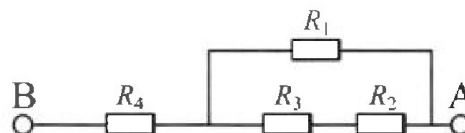
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r$, $R_2 = 2r$, $R_3 = 4r$, $R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{экв}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $\sin \alpha = 0,8 = \frac{4}{5}$

$T_0 = 200 \text{ c}$ $S = 2 \text{ km} = 2000 \text{ m}$

$v = 15 \text{ m/c}$

$u \cdot T_0 = 2S$

$u = \frac{2S}{T_0} = \frac{4000 \text{ m}}{200 \text{ c}} = 20 \text{ m/c}$

Вектор по условию $\Rightarrow$:

Δ косинусов:

$u^2 = v^2 + v_{\text{мг}}^2 - 2 \cos \alpha \cdot v_{\text{мг}} \cdot v$

$v_{\text{мг}}^2 + 225 - 400 - 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot v_{\text{мг}} \cdot 15 \text{ m/c}$

$v_{\text{мг}}^2 - 18 v_{\text{мг}} - 175 = 0$

$(v_{\text{мг}} - 25) (v_{\text{мг}} + 7) = 0$

$v_{\text{мг}} = 25 \text{ m/c}$ $v_{\text{мг}} = -7 \text{ m/c}$ не подходит

$v_{\text{мг}} = 25 \text{ m/c}$

$T_1 = \frac{S}{v_{\text{мг}}} = \frac{2000 \text{ m}}{25 \text{ m/c}} = 80 \text{ c}$

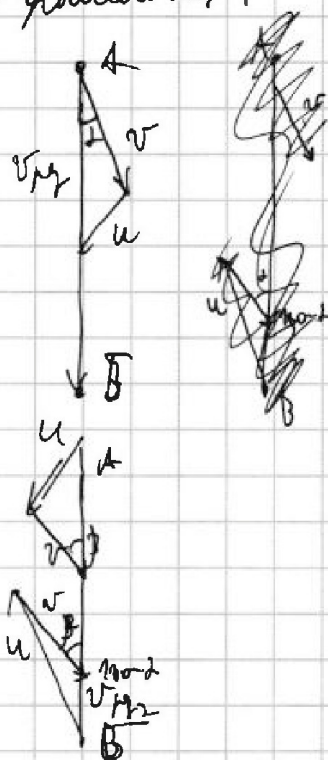
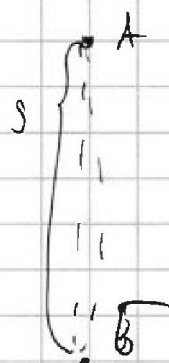
$v_{\text{мг}}^2 - 30 \cos \beta v_{\text{мг}} - 175 = 0$ - когда человек из А $\rightarrow$ Б

из Б $\rightarrow$ А: $u^2 = v^2 + v_{\text{мг}}^2 - 2 \cos (180 - \beta) v \cdot v_{\text{мг}}$

$400 = 225 + v_{\text{мг}}^2 + 30 \cos \beta v_{\text{мг}} \Rightarrow v_{\text{мг}}^2 + 30 \cos \beta v_{\text{мг}} - 175 = 0$

$0 = 900 \cos^2 \beta + 200$

$v_{\text{мг}1} = -30 \cos \beta + \sqrt{900 \cos^2 \beta + 175} = -6 \cos \beta +$





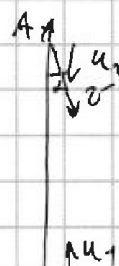
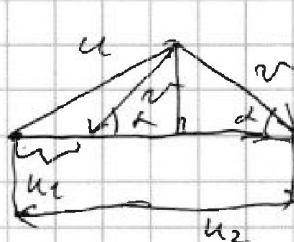
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

или проще
 u, u_1, u_2 скорости ~~потребителя~~ *потребителя*:
 $u_1 = \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} = v \cos \alpha$

$$u_2 = \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} + v \cos \alpha$$



$$T = \frac{S}{u_1} + \frac{S}{u_2} = S \left(\frac{2\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha + v^2 \cos^2 \alpha} \right) = 8 = \frac{S \cdot 2\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2}$$

$u = \text{const}; v = \text{const} \Rightarrow \min T \Rightarrow \min \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} \Rightarrow v^2 \sin^2 \alpha \Rightarrow \max$

$$\sin^2 \alpha \Rightarrow \max \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow$$

$$T = \frac{S \cdot 2\sqrt{u^2 - v^2}}{u^2 - v^2} = \frac{2S}{\sqrt{u^2 - v^2}} = \frac{4000m}{\sqrt{400^2 - 225^2} m/s} = \frac{4000m}{175 m/s} = \frac{4000m}{5\sqrt{7} m/s}$$

$$= \frac{800 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$

$$\text{Ответ: } u = 20 \text{ м/с}; T_1 = 80 \text{ с}; \alpha = 90^\circ; T = \frac{800 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$

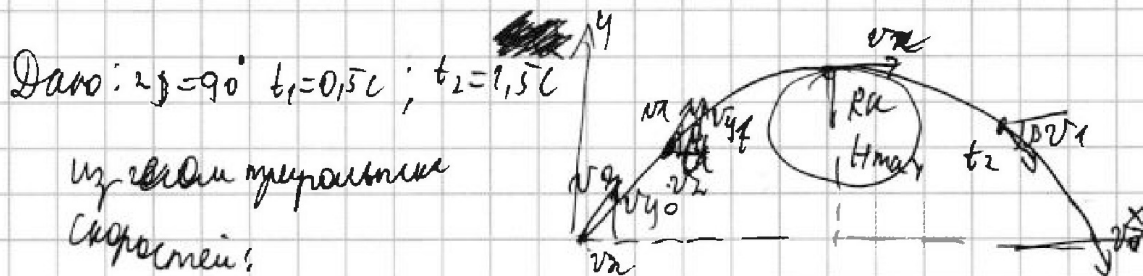


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

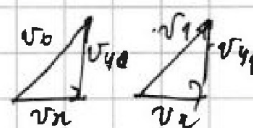
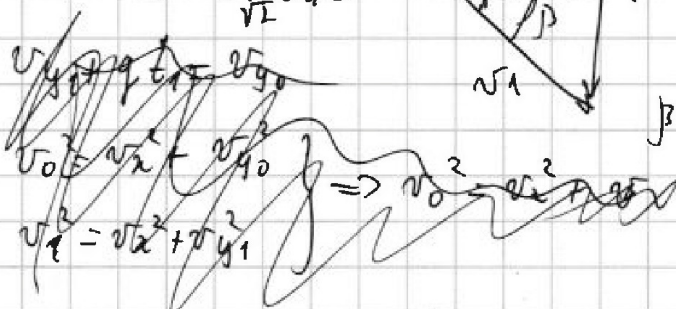
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$v_1 \sqrt{2} = g(t_2 - t_1)$$

$$v_1 = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ м/с}$$



$$v_{y1} = v_1 \cdot \sin \beta = \frac{v_1}{\sqrt{2}} = v_1 \cos \beta = g(t_2 - t_1)$$

$$v_{y0} - v_{y1} = g t_1 \quad v_{y0} = v_{y1} + g t_1 = \frac{v_1}{\sqrt{2}} + g t_1 \Rightarrow$$

$$T = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{\frac{v_1}{\sqrt{2}} + g t_1}{g} = \frac{g(t_2 - t_1) + g t_1}{g} = \frac{g t_2 + g t_1}{g} = t_1 + t_2 = 2\text{c} = 1\text{c}$$

$$L = v_x \cdot 2T = \frac{v_1}{\sqrt{2}} \cdot 2T = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} \cdot 2T = g(t_2 - t_1) \frac{(t_1 + t_2)}{2}$$

$$= g \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\text{c} \cdot 10\text{м/с}^2 = 10\text{м}; \quad R_k = \frac{v_x^2}{a_n} = \frac{v_x^2}{g} =$$

$$= \frac{g^2(t_2 - t_1)^2}{4g} = \frac{g(t_2 - t_1)^2}{4} = \frac{10\text{м/с}^2 \cdot 1\text{с}^2}{4} = \frac{10\text{м}}{4} = 2,5\text{м}$$

Ответ: 1с; 10м; 2,5м



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $F = mg\sqrt{3}$, $m = 0,7 \text{ кг}$

II 3H Уравнения на шарик кинки:

$$N_1 \sin \alpha - F = 0$$

$$N_1 \sin \alpha = F = mg\sqrt{3}$$

II 3H Уравнения на шарик шара:

$$N_2 \cos \alpha - mg = 0$$

$$N_2 \cos \alpha = mg$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\frac{v}{\sqrt{3}} = \frac{v \Delta t}{\Delta t}$$

$$\tan \alpha = \frac{v}{u}$$

$$u \cdot \sqrt{3} = v$$

$$a_{\text{ш}} = a_{\text{ш}}; a_{\text{ш}} \tan \alpha = a_{\text{ш}}$$

II 3H Уравнения на шарик кинки:

$$N_3 \sin \alpha = m \cdot a_{\text{ш}}$$

на шарик шара:

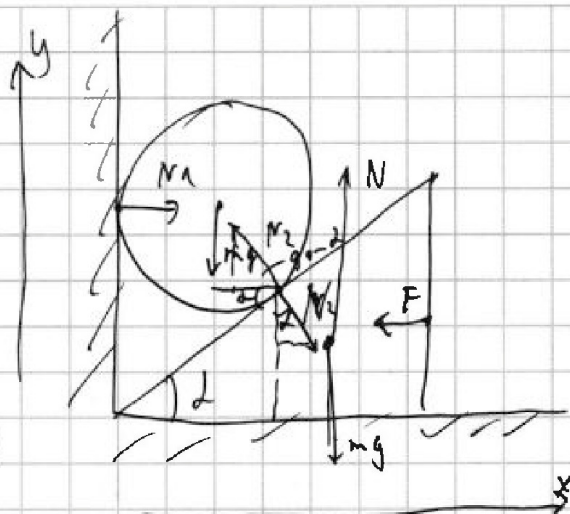
$$-mg + N_3 \cos \alpha = -ma_{\text{ш}}$$

$$mg - N_3 \cos \alpha = ma_{\text{ш}} = a_{\text{ш}} \sqrt{3} = N_3 \sin \alpha \cdot \tan \alpha = \frac{N_3 \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

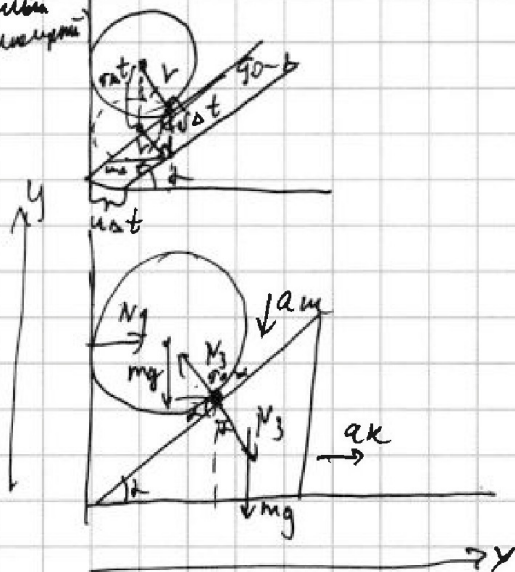
$$mg \cos \alpha = N_3 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = N_3 = mg \cos 60^\circ = \frac{mg}{2}$$

II 3H Уравнения на шарик шара:

$$N_1 - N_3 \sin \alpha = 0 \Rightarrow N_1 = N_3 \sin \alpha = \frac{mg}{2} \sin 60^\circ = \frac{mg\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ Н}$$



МАП:
(массовый
инвариант
преобразования)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mg \cos \alpha = N_3$$

$$N_1 = N_3 \sin \alpha = mg \sin \alpha \cos \alpha \quad \text{максимум при } \alpha = 45^\circ; \text{ даю } (*)$$

$$= \frac{mg}{2} = 2H$$

Ищем 3C Эйнштейна:

$$mgH + A_{\text{трения}} = mgh$$

($k=0$, т.е. трения нет)

$$A_{\text{трения}} = A_{N_3} = -N_3 \cos \alpha \cdot H =$$

$$= N_3 - mg \cos^2 \alpha H$$

$$mgH(1 - \cos^2 \alpha) = mgh$$

$$H = \frac{h}{\sin^2 \alpha} = \frac{h}{\frac{1}{4}} = \frac{h \cdot 4}{1} = 0,15 \text{ м} \cdot 4 = 0,6 \text{ м}$$

$30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

$$* \text{ Даю } \alpha = 45^\circ; \sin \alpha = x; \cos \alpha = \sqrt{1-x^2}$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = f \Rightarrow (x \cdot \sqrt{1-x^2})'_x = (f)'_x = 0$$

$$= (x)'_x \cdot \sqrt{1-x^2} + x(\sqrt{1-x^2})'_x = 1 \cdot \sqrt{1-x^2} + x \cdot \sqrt{1-x^2} \cdot (-2x) =$$

$$= \sqrt{1-x^2} + x \sqrt{1-x^2} (-2x) = \sqrt{1-x^2} - 2x^2 \sqrt{1-x^2} = 0$$

$$\Rightarrow (1-2x^2) \sqrt{1-x^2} = 0, \text{ т.е. ищем максимум:}$$

$$1-2x^2=0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \alpha \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\sqrt{1-x^2}=0 \Rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0 - \text{этом случае, т.е. } 0 < \alpha < 90^\circ$$

$\begin{cases} \sin \alpha \geq 0 \\ \cos \alpha \geq 0 \end{cases}$

Ответ: $\alpha = 60^\circ; 0,2 \text{ м} = H; N_1 = \sqrt{3}H; \alpha = 45^\circ - \text{max } N$

$$N_{\text{max}} = 2H$$



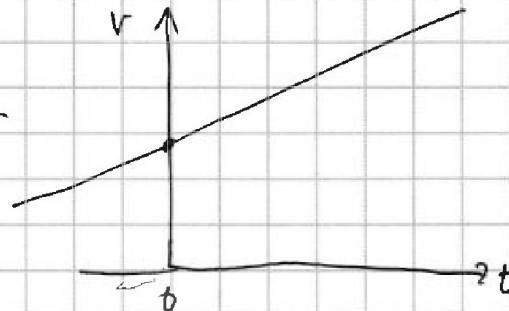
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Dano: $t_0 = 0^\circ\text{C}$ $t_{100} = 100^\circ\text{C}$
 $t_2 = 50^\circ\text{C}$ $t_1 = 40^\circ\text{C}$
 $L = 100\text{mm}$ $m = 0,0420$
 $\rho = 0,79\text{ г/см}^3 = 0,00079\text{ кг/см}^3$
 $\beta = 1,12$



$V(t) \rightarrow$ линейная зависимость $\Rightarrow$

$V = k \cdot t + b$; при $t_0 = 0^\circ\text{C}$ $V_0 = k \cdot 0 + b = b$
 $V_0 = k \cdot t_0 + b$

при $t_{100} = 100^\circ\text{C}$: $V = k \cdot 100 + b = V_0 \cdot \beta = k \cdot 100 + V_0 - k \cdot t_0$

$k = \frac{V_0(\beta - 1)}{t_{100} - t_0} = 0,0012$;
 $V(t) = \frac{m}{\rho} k$

$V_0 = \frac{m}{\rho}$ при $t_0 = 0^\circ\text{C}$:
 $V(t) = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} \cdot t + \frac{m}{\rho}$

$\Delta V = V(t_2) - V(t_1) = \frac{m}{\rho} \cdot \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} (t_2 - t_1) = \frac{0,042 \cdot 0,12 \cdot 10^3}{0,00079 \cdot 100} =$
 $= \frac{0,042 \cdot 0,12 \cdot 10^3}{100} = 0,5 \cdot 1,2 = 0,6 \text{ см}^3$

$S \cdot L = V(t_{100}) - V(t_0) = \frac{m(\beta - 1)}{\rho} + \frac{m}{\rho} - \frac{m}{\rho} =$
 $= \frac{m(\beta - 1)}{\rho}$
 $S = \frac{m(\beta - 1)}{\rho L} = \frac{0,042 \cdot 0,12}{0,00079 \cdot 100} = \frac{50 \cdot 0,12 \text{ мм}^2}{100} = 0,06 \text{ мм}^2$

Ответ: $V(t) = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} \cdot t + \frac{m}{\rho}$; $0,6 \text{ см}^3$; $0,06 \text{ мм}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
(из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $R_1 = 1,2r = 6 \text{ Ом}$ $I_0 = 4 \text{ А}$

$R_2 = 2r = 10 \text{ Ом}$

$R_3 = 4r = 20 \text{ Ом}$

$R_4 = r = 5 \text{ Ом}$

$R_{\text{звб}} = R_4 + \frac{(R_2 + R_3) \cdot R_1}{(R_2 + R_3) + R_1} = r + \frac{6r \cdot 1,2r}{6r + 1,2r} = r + r = 2r = 10 \text{ Ом}$

параллельно
последовательно

$P_{\text{общ}} = I_0^2 \cdot R_{\text{звб}} = 16 \text{ А}^2 \cdot 10 \text{ Ом} = 160 \text{ Вт}$

$\frac{R_1}{R_3 + R_2} = \frac{1,2r}{6r} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 5 \Rightarrow I_1 + I_2 = I_0 \Rightarrow 6I_2 = I_0 \Rightarrow$

$I_2 = \frac{I_0}{6}; I_1 = \frac{5}{6} I_0 \Rightarrow P_{R_4} = I_0^2 \cdot R_4 = 16 \text{ А}^2 \cdot 5 \text{ Ом} = 80 \text{ Вт}$

$P_{R_1} = I_1^2 \cdot R_1 = \left(\frac{5}{6} I_0\right)^2 \cdot 6 \text{ Ом} = \left(\frac{10}{3}\right)^2 \cdot 6 \text{ Ом} = 200 \text{ А}^2 \cdot 6 \text{ Ом} \approx 63 \text{ Вт}$

$P_{R_2} = I_2^2 \cdot R_2 = \left(\frac{I_0}{6}\right)^2 \cdot 10 \text{ Ом} = \frac{40}{9} \text{ Вт} \approx 4,4 \text{ Вт}$

$P_{R_4} = I_0^2 \cdot R_4 = I_0^2 \cdot r$

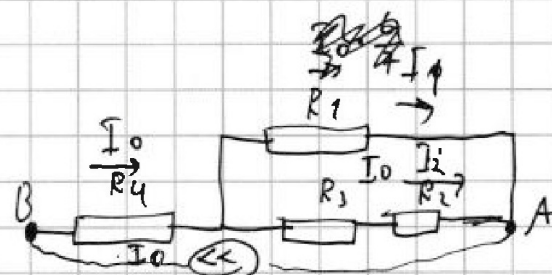
$P_{R_1} = I_1^2 \cdot R_1 = \left(\frac{I_0 \cdot 2r}{3r}\right) \cdot 4,6r = I_0^2 \cdot \frac{5}{6} r$

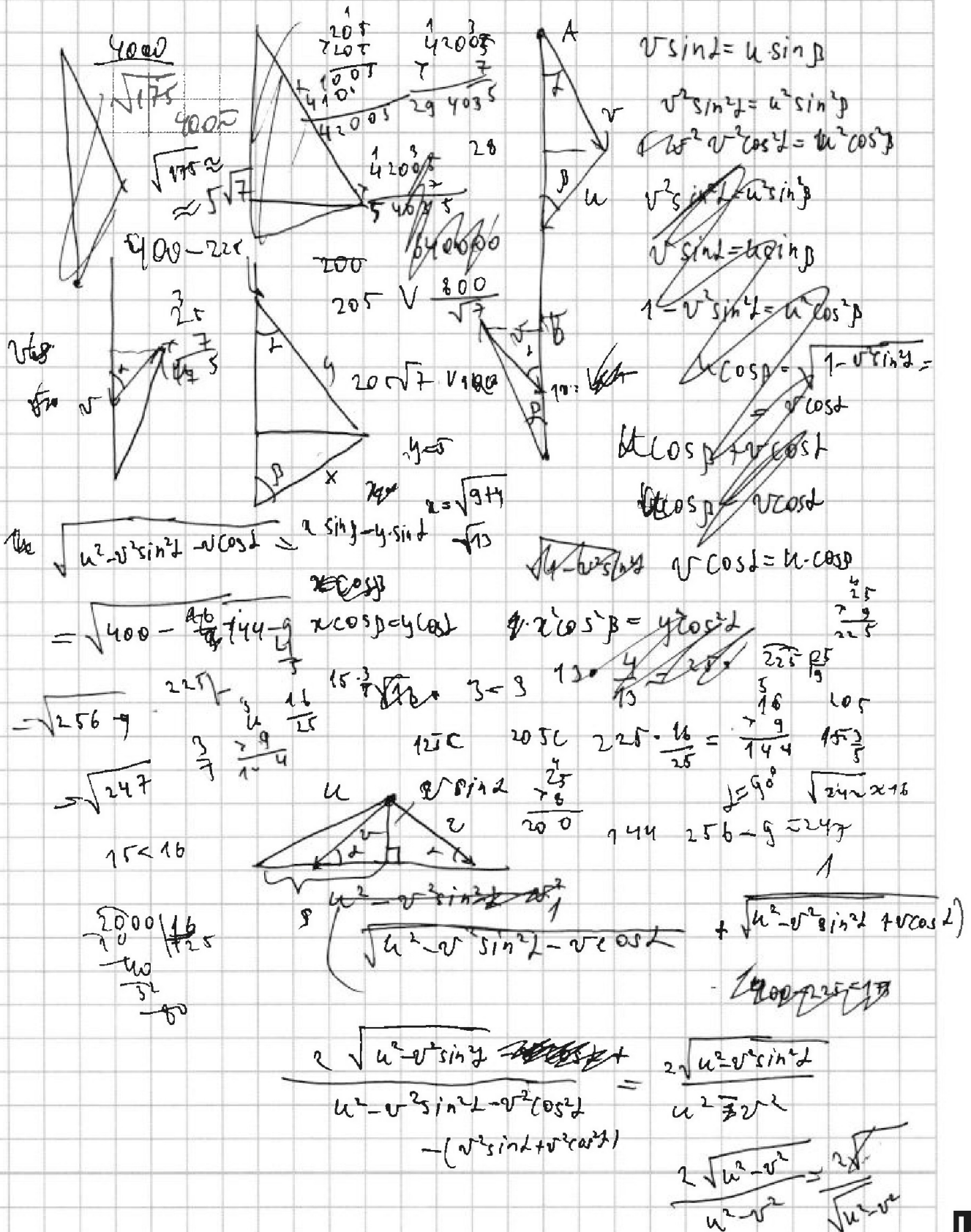
$P_{R_2} = I_2^2 \cdot R_2 = \frac{I_0^2}{36} \cdot 2r = \frac{I_0^2}{18} r$

$P_{R_3} = I_2^2 \cdot R_3 = \frac{I_0^2}{36} \cdot 4r = \frac{I_0^2}{9} r$

$\min(P_{R_1}, P_{R_2}, P_{R_3}, P_{R_4}) = P_{R_2} = \frac{I_0^2 \cdot r}{18} = \frac{16 \text{ А}^2 \cdot 5 \text{ Ом}}{18} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$

ответ: $10 \text{ Ом}; 160 \text{ Вт}; R_2 = \frac{40}{9} \text{ Вт}$





[illegible]

