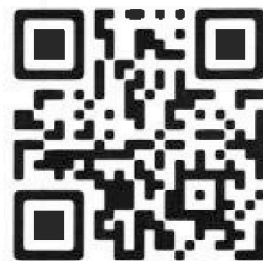




Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

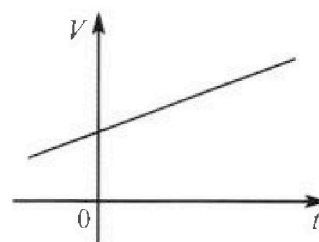
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L = 100$ мм. В термометре находится $m = 0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



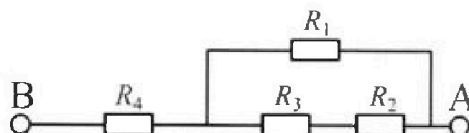
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|dV|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{экв}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

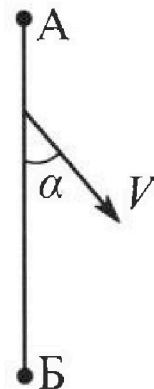
1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .

3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?

4. Найдите минимальную продолжительность $T_{\min}$ полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

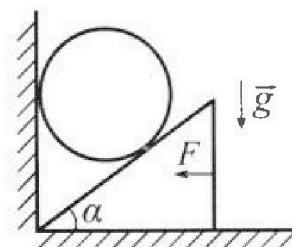
1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.

2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.

3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.



1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.

3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.

4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?

5. Найдите максимальную величину $N_{\max}$ этой силы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть из $A \rightarrow B$ $S = 200 \text{ км}$, обратно $S \Rightarrow$ все из B

$A \rightarrow B \rightarrow A$ $2S = 400 \text{ км}$. Тогда $2S = u \cdot T_0 \Rightarrow u = \frac{2S}{T_0} = \frac{400 \text{ км}}{200 \text{ с}} =$

$$= 0,02 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

↑
т.к. нет ветра, дрон летит со своей собственной скор-ю

2. В условии говорится о ветре дрон должен лететь так, что бы его скор-ть отн-о земли была

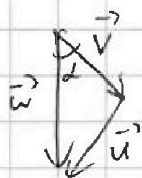
направлена ровно из $A \rightarrow B$. Назовем его скор-ть

отн-о земли w , тогда: $\vec{w} = \vec{v} + \vec{u}$. На рисунке

это будет выглядеть так:



можно рассмотреть векторный Δ -ик скоростей, показывающий соотношение $\vec{w}$.



Это т-е косинусов для этого Δ -ика:

$$u^2 = w^2 + v^2 - 2vw \cos \alpha \Rightarrow$$

$$w^2 - 2v \cos \alpha w + (v^2 - u^2) = 0 \Rightarrow$$

$$w = \frac{2v \cos \alpha \pm \sqrt{4v^2 \cos^2 \alpha - 4(v^2 - u^2)}}{2} = v \cos \alpha \pm \sqrt{v^2 \cos^2 \alpha - v^2 + u^2}$$

$$u = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow -v^2 + u^2 > 0 \Rightarrow$$

$v^2 \cos^2 \alpha - v^2 + u^2 > v^2 \cos^2 \alpha \Rightarrow$ корни с минусом будут меньше нуля, а т.к. мы ищем модуль скорости, он нам не подходит $\Rightarrow$

$$w = v \cos \alpha + \sqrt{u^2 + v^2 (\cos^2 \alpha - 1)} = v \cos \alpha + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,8^2} = \sqrt{1 - 0,64} = \sqrt{0,36} = 0,6 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

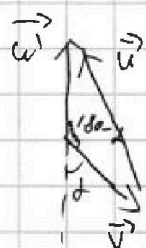
$$W = 15 \frac{m}{c} \cdot 0,8 + \sqrt{20^2 \frac{m^2}{c^2} - 15^2 \frac{m^2}{c^2} \cdot 0,8^2} = 9 \frac{m}{c} + \sqrt{400 - 225 \cdot 0,64} \frac{m}{c} =$$

$$= 9 \frac{m}{c} + \sqrt{(20 - 15 \cdot 0,8)(20 + 15 \cdot 0,8)} \frac{m}{c} = 9 \frac{m}{c} + \sqrt{(20 - 12)(20 + 12)} \frac{m}{c} =$$

$$= 9 \frac{m}{c} + \sqrt{8 \cdot 32} \frac{m}{c} = 9 \frac{m}{c} + \sqrt{2^{3+5}} \frac{m}{c} = 9 \frac{m}{c} + 16 \frac{m}{c} = 25 \frac{m}{c}$$

С такой скоростью движется груз в направлении отрезка $A\bar{B}$ (откуда зная) $\Rightarrow$ время T , можно рассчитать по формуле: $T_1 = \frac{S}{W} = \frac{2000 m}{25 \frac{m}{c}} = \frac{2000 m}{25 \frac{m}{c}} = 20 \cdot \frac{100}{25} c = 80 c$

3. Рассмотрим движение груза в направлении отрезка $A\bar{B}$. Это будет скорость на участке $A \rightarrow B$. На участке $B \rightarrow A$ будет другая скорость. Тогда можно представить так:



$\vec{u}$ направил туда же, а $\vec{v}$ добавили так, чтобы $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ было направлено в точку $A\bar{B}$. Тогда по теореме косинусов для каждого из векторов:

$$u^2 = w^2 + v^2 - 2w \cdot v \cos(180 - \alpha) = w^2 + v^2 + 2wv \cos \alpha \Rightarrow$$

$$-2v \cos \alpha \pm \sqrt{4v^2 \cos^2 \alpha - 4(v^2 - u^2)}$$

$$w^2 + 2wv \cos \alpha + (v^2 - u^2) = 0 \Rightarrow w =$$

$$\frac{-2v \cos \alpha \pm \sqrt{4v^2 \cos^2 \alpha - 4(v^2 - u^2)}}{2}$$

$$w = -v \cos \alpha \pm \sqrt{v^2 \cos^2 \alpha - v^2 + u^2}$$

Здесь $v \cos \alpha > 0 \Rightarrow -v \cos \alpha < 0$, тогда очевидно что корень с минусом будет отрицательным < 0 , т.е. $\sqrt{x}$ для любого $x \in [0; +\infty)$ ≥ 0 . $\Rightarrow$

$$w = -v \cos \alpha + \sqrt{v^2 (\cos^2 \alpha - 1) + u^2} = -v \cos \alpha + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$$

Здесь α - наименьший оптимальный угол, который мы ищем. Для него время на $A \rightarrow B$ будет минимальным. Назовем его время T



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T \rightarrow \min; \quad T = \frac{S}{v} + \frac{S}{v'} = S \cdot \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v'} \right)$$

↑
пути A → B ↑
пути B → A

S - константа $\Rightarrow$ надо минимизировать $\left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v'} \right)$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{v'} = \frac{v + v'}{v \cdot v'} = \frac{v \cos \alpha + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} + -v \cos \alpha + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{(\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} + v \cos \alpha)(\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} - v \cos \alpha)}$$

$$= \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{(u^2 - v^2 \sin^2 \alpha) - v^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}$$

$$= \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2} = \frac{2}{u^2 - v^2} \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} \Rightarrow$$

const

Для минимизации T нужно, чтобы

$$\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} \rightarrow \min \Rightarrow u^2 - v^2 \sin^2 \alpha \rightarrow \min \Rightarrow$$

$$v^2 \sin^2 \alpha \rightarrow \max \quad (1 \text{ н. в. вычитаем из } u^2 = \text{const}) \Rightarrow$$

$$\text{т.к. } v^2 = \text{const}, \quad \sin^2 \alpha \rightarrow \max, \quad \text{т.е. } \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow$$

$$\sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ \quad \text{Тогда } \alpha = 90^\circ \text{ все время пути}$$

стремится к тому, к чему хотим, и $T = T_{\min}$

$$T_{\min} = S \cdot \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v'} \right) = S \cdot \frac{2}{u^2 - v^2} \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$T_{\min} = \frac{S}{u^2 - v^2} \cdot \sqrt{u^2 - v^2} = \frac{2S}{\sqrt{u^2 - v^2}} = \frac{2 \cdot 2 \text{ км}}{\sqrt{20^2 - 15^2} \frac{\text{м}}{\text{с}}} =$$

$$= \frac{4000 \text{ м}}{\sqrt{(20-15) \cdot (20+15)} \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{4000}{\sqrt{5 \cdot 35}} \text{ с} = \frac{4000}{5\sqrt{7}} \text{ с} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с} = \frac{800}{\sqrt{7}} \sqrt{7} \text{ с}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 1. $u = 20 \frac{м}{с}$; 2. $T_1 = 80 с$; 3. $\alpha = 90^\circ$,
к (мгновенно)
4. $T_{min} = \frac{800}{4} \sqrt{7} с$



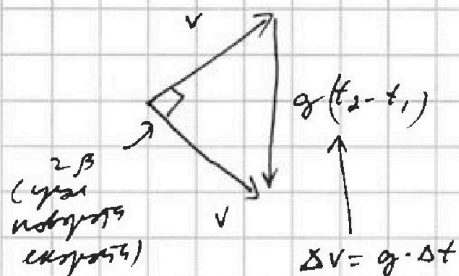
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть скорость, которую имел мяч в моменты t_1 и t_2 , будет V , тогда мяч изобразится как треугольник



Этот ΔV по условию равен V , да еще $\angle$ 45° , так модуль скорости равен V

$$V^2 + V^2 = (g(t_2 - t_1))^2 \Rightarrow$$

$$2V^2 = g^2(t_2 - t_1)^2 \Rightarrow$$

$$V = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot 0,5 c - 0,5 c}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \frac{m}{c}$$

Пусть начальная скорость мяча (в момент времени $t_0 = 0$) была u , представим её как $u^2 = u_x^2 + u_y^2$, где u_x и u_y — проекции на горизонт. и вертик. — оси соотв-но.

Тогда можно рассчитать модуль этой скор-ти в моменты t_1 и t_2 , когда он был V :

$$\begin{cases} V^2 = (u_y - gt_1)^2 + u_x^2 \\ V^2 = (u_y - gt_2)^2 + u_x^2 \end{cases} \quad \text{①}$$

$$(u_y - gt_1)^2 - (u_y - gt_2)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(gt_2 - gt_1)(2u_y - g(t_1 + t_2)) = 0 \Rightarrow$$

$$u_y = \frac{g(t_1 + t_2)}{2} = \frac{10 \frac{m}{c^2} (0,5 + 0,5) c}{2} = 10 \frac{m}{c} \Rightarrow$$

$$V^2 = (u_y - gt_1)^2 + u_x^2 \Rightarrow u_x^2 = V^2 - (u_y - gt_1)^2$$

$$u_x^2 = \frac{100}{2} \frac{m^2}{c^2} - (10 \frac{m}{c} - 10 \frac{m}{c^2} \cdot 0,5 c)^2 = 50 \frac{m^2}{c^2} - 25 \frac{m^2}{c^2} = 25 \frac{m^2}{c^2}$$

$$u_x = 5 \frac{m}{c}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Зная u_x и u_y легко ответить на все вопросы задачи:

Время падения на максимальную высоту определяется моментом, когда вертикальная составляющая скорости равна нулю. В этот момент мяч находится на максимальной высоте. Зная u_y и g , можно найти время T до момента, когда $u_y = 0$:

$$0 = u_y - gT \Rightarrow T = \frac{u_y}{g} = \frac{10 \frac{m}{c}}{10 \frac{m}{c^2}} = 1 c$$

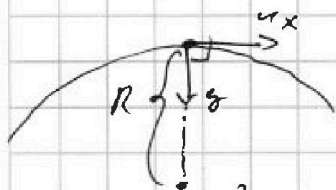
Тот же период времени T понадобится мячу, чтобы пройти путь L по горизонтальной траектории (ведь это параболы). Зная время $2T = 2 c$, скорость u_x мяча не меняется.

Зная путь, пройденный мячом по горизонтальной траектории, можно рассчитать L так:

$$L = u_x \cdot 2T = 5 \frac{m}{c} \cdot 2 c = 10 m$$

Мяч всегда движется с ускорением g , т.е. силой тяжести. Сила — это сила тяжести.

В любой момент, как сказано выше, сила тяжести направлена вертикально вниз. Зная, что мяч летит со скоростью, составляющей только из горизонтальной составляющей u_x , т.е. скорость горизонтальна. Ускорение g всегда вертикально вниз, направлено $\Rightarrow$ всякое ускорение мяча $\perp$ скорости мяча.



Зная, что всякое ускорение состоит только из нормальной (центр.-стрим.) составляющей. Её можно вычислить по формуле:

$a_n = \frac{v^2}{R}$, где v — скорость движения тела, а R — радиус кривизны. В нашем случае $a_n = g$; $v = u_x$.

$$g = \frac{u_x^2}{R} \Rightarrow R = \frac{u_x^2}{g} = \frac{25 \frac{m^2}{c^2}}{10 \frac{m}{c^2}} = 2,5 m$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ 1. $T = 1 \text{ с}$; 2. $L = 10 \text{ м}$; 3. $R = 2,5 \text{ м}$



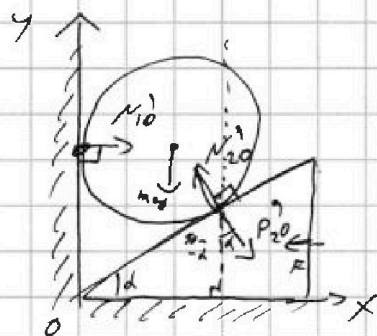
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На шар действует сила тяжести - mg , сила реакции со стороны вертикал. стены - N_1 , и сила реакции со стороны клина - N_2 . Силы N_1 и N_2 - реакции к норм-лям, которые действуют на шар.



По III з-ну Ньютона, шар с такой же по модулю силой действует на клин. Назовём эту силу P_2 . Ещё на клин действует сила F . Вместе они уравновешивают груз груза, т.е. клин не ускоряется вправо.

В проекции на гориз-ую ось Ox :

$$P_2 \sin \alpha - F = 0 \Rightarrow \text{т.к. } |P_2| = |N_2|$$

$$N_2 \sin \alpha - F = 0 \Rightarrow N_2 \sin \alpha = F \quad (1)$$

С другой стороны, шар тоже уравновешен $\Rightarrow$ в проекции на Oy : (вертикаль)

$$-mg + N_2 \cos \alpha = 0 \Rightarrow N_2 \cos \alpha = mg \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{F}{mg} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3} mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Тогда известна сила F , остальные силы в системе мы знаем и найдем.

Клин не ускоряется по горизонтали, т.е. $a_x = 0$. По вертикали есть ускорение, значит, сила реакции пола. По гориз-тали ускорение клина 0. По вертикали ускорение клина 0. По гориз-тали ускорение клина 0. По вертикали ускорение клина 0.

$$P_2 \sin \alpha = m \cdot a_x \Rightarrow N_2 \sin \alpha = m \cdot a_x \Rightarrow F = m \cdot a_x \Rightarrow$$

$$\sqrt{3} mg = m \cdot a_x \Rightarrow a_x = g \sqrt{3}$$



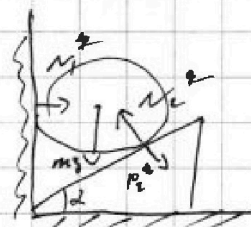
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

После того как F убрал силы в системе каноничны. Теперь будем называть силы N_1^* и N_2^* , N_1^* и N_2^* (для N_2^* - н. на клин теперь действует сила P_2^* , из z -но N . $(P_1^* + N_1^* + P_2^*) = (N_2^*)$



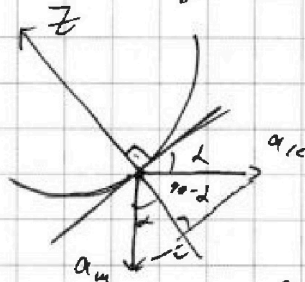
Пусть он движется с ускорением a_k . Оно точно направлено вверх, т.к. вб-тб не равно (для N_2^* - н. на клин).

По z -но N : $ma_k = P_2^* \sin \alpha = N_2^* \sin \alpha$ (на z -но N)

Пусть шар движется с ускорением a_m . Оно точно направлено вертикально вверх, т.к. он не может отделиться/вдавиться в стенку. По z и N для шара на вертикаль - y но ось выложим тем:

$$-ma_m = -mg + N_2^* \cos \alpha \Rightarrow N_2^* \cos \alpha = m(g - a_m) \Rightarrow \frac{N_2^* \sin \alpha}{N_2^* \cos \alpha} = \tan \alpha = \sqrt{3} = \frac{a_k}{g - a_m} \Rightarrow \frac{a_k}{g - a_m} = \sqrt{3} (*)$$

(с другой стороны шарик и клин не улетят отрываясь друг от друга (т.к. нет трения) движется вместе с клином, что приемлемо и т.д.) Значит ускорения в точке касания шар с клином проекции на ускорения на z ось, т.е. что N_1^* касания, равны, иными словами от шарика шар от шарика и касания приемлемо.



$$a_{kz} = -a_k \cos \alpha = -a_k \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a_{kx} = -a_k \cos 90 - \alpha = -a_k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a_m \cdot \frac{1}{2} = a_k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a_m = a_k \sqrt{3} (*)$$

$$\Rightarrow \frac{a_m}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{a_m}{g - a_m} = \sqrt{3} \Rightarrow a_m = 3g - 3a_m \Rightarrow$$

$a_m = \frac{3}{4}g$. Шарик начал двигаться с ускорением a_m с $v_0 = 0$, пусть конечная скорость $= V$. Тогда по q -ю перемещению

по времени: $H = \frac{V^2 - v_0^2}{2a_m} = \frac{V^2}{2a_m} = \frac{4V^2}{8g} = \frac{2V^2}{3g}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

С другой стороны, замедляется с ускорением после удара скрывается мяч будет v (вверх). Он начнет замедляться с ускор g и остановится на макс. высоте h , когда его скорость станет 0. Это то, что он достиг макс. высоты, зная, что вниз он будет двигаться с ускор g по $\rightarrow$ движение равно, действующая на шар теперь - сила тяжести.

Итак по той же гр-ле:

$$h = \frac{0 - v^2}{-2g} = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v^2 = 2gh; \quad \checkmark$$

$$H = \frac{3v^2}{2g} \Rightarrow v^2 = \frac{2gH}{3} \Rightarrow \frac{2gH}{3} = 2gh \Rightarrow H = 3h$$

$$H = \cancel{0,15 \text{ м}} = 0,45 \text{ м} \quad H = \frac{4}{3} h = 0,15 \text{ м} \cdot \frac{4}{3} = 0,20 \text{ м}$$

По оси Ox шар не движется $\Rightarrow a_{mx} = 0$. Итак по 3-му N . $0 = N_1' - N_2' \sin \alpha \Rightarrow N_1' = N_2' \sin \alpha$

Как закон Ньютона вокруг из уравнений $N_2' \sin \alpha = m a_k$ далее. Как закон Ньютона: $a_k = \frac{a_m}{\sqrt{3}}$; $a_m = \frac{2}{4} g \Rightarrow$

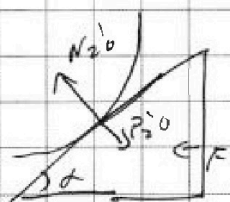
$$a_k = \frac{\sqrt{3}}{4} g \Rightarrow N_2' \sin \alpha = m \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} g \quad \checkmark$$

$$N_2' \sin \alpha = N_1' = \frac{\sqrt{3} m g}{4} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{4} = \sqrt{3} \text{ Н}$$

N_1' - и есть искомая сила действующая на шар в направлении движения

(N_1 и N_2 - силы в направлении движения; N_1' и N_2' - величины равновесия)

Три измерения 2 силы F тоже измеряется:



$$F = P_{20}' \sin \alpha \quad (\text{равновесие шара})$$

$$N_{20}' \cos \alpha = mg \quad (\text{равновесие шара})$$

$$|N_{20}'| = |P_{20}'| \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{N_1' \sin \alpha}{N_1' \cos \alpha} = \frac{F}{mg} \Rightarrow F = mg \tan \alpha$$

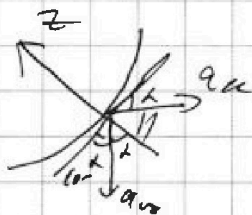
В момент начала движения силы N_1' и N_2' направлены вверх N_1 и N_2 (отличаются от направления движения)

$$mg_{\text{к}} = N_2 \sin \alpha = N_2 \cos \alpha \quad (\text{т.е. } 3\text{-й и 4-й закон Ньютона})$$

$$ma_m = N_2 mg - N_2 \cos \alpha \quad (\text{т.е. } 3\text{-й и 4-й закон Ньютона})$$

$$\frac{a_{\text{к}}}{g - a_m} = \tan \alpha$$

Угловое движение без отрыва
также выполняется $\Rightarrow$



$$a_{mz} = -a_m \cos \alpha$$

$$a_{kz} = -a_k \cos 90^\circ - \alpha = -a_k \sin \alpha$$

$$a_{mz} = a_{kz} \quad (\text{без отрыва}) \Rightarrow$$

$$a_m \cos \alpha = a_k \sin \alpha \Rightarrow a_m = a_k \tan \alpha \Rightarrow$$

$$\frac{a_{\text{к}}}{g - a_{\text{к}} \tan \alpha} = \tan \alpha \Rightarrow a_{\text{к}} = g \tan \alpha - a_{\text{к}} \tan^2 \alpha \Rightarrow$$

$$a_{\text{к}} = g \cdot \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

Чтобы не отрывался $\Rightarrow$ т.е. 3-й и 4-й закон Ньютона: $0 = N_1 - \underbrace{N_2 \sin \alpha}_{mg_{\text{к}}} \Rightarrow$

$$N_1 = m \cdot a_{\text{к}} = mg \cdot \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$N_1 = mg \cdot \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = mg \cdot \frac{\sin \alpha}{\frac{1}{\cos \alpha}} = mg \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \Rightarrow$$

$$N_1 = \frac{mg}{2} \sin 2\alpha, \quad \frac{mg}{2} = \text{const} \Rightarrow \text{при } N_1 \rightarrow \text{max} \text{ нужно}$$

$$\sin 2\alpha \rightarrow \text{max} \Rightarrow \sin 2\alpha = 1 \quad (\text{добавим единицу}) \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\text{При таком значении } N_1 = N_{\max} = \frac{mg}{2} \cdot \sin 90^\circ = \frac{0,4 \text{ кН}}{2}$$

$$= 0,2 \text{ кН} = 2 \text{ Н}$$

Ответ: 1. $\alpha = 60^\circ$; 2. $H = 0,20 \text{ м}$; 3. $N = \sqrt{3}H$; 4. N_1 принимает наиб. значение при $\alpha = 45^\circ$; $N_{\max} = 2 \text{ Н}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$V(t)$ имеет линейный вид. $\rightarrow$ Его можно представить в виде $V(t) = kt + b$, где k и b — некие константы.
Известно: $V(t_0) = kt_0 + b = u$ и $V(t_{100}) = \beta \cdot V(t_0) \Rightarrow$
 $V(t_{100}) = kt_{100} + b$

$$kt_{100} + b = \beta kt_0 + \beta b. \text{ Объявляем } V(t_0) = \frac{m}{\rho(t_0)} = \frac{m}{\rho} = \frac{0,042}{0,8 \text{ г/см}^3} = \frac{1}{20} \text{ см}^3 = 0,05 \text{ см}^3. \text{ Нужно найти } V(t_{100}) \text{ и } V(t_0)$$

$$V(t_{100}) - V(t_0) = kt_{100} + b - (kt_0 + b) = k(t_{100} - t_0)$$

$$\beta V(t_0) - V(t_0) = k(t_{100} - t_0) \Rightarrow$$

$$k = \frac{(\beta - 1) V(t_0)}{t_{100} - t_0} = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow$$

$$V(t_0) = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} \cdot t_0 + b \quad t_0 = 0 \Rightarrow V(t_0) = \frac{m}{\rho} = b \Rightarrow$$

$$k = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho}; \quad b = \frac{m}{\rho} \Rightarrow$$

$$V(t) = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} \cdot t + \frac{m}{\rho}$$

$$V(t_2) = kt_2 + \frac{m}{\rho} \quad (\text{используем } k \text{ и } b \text{ из предыдущих шагов})$$

$$V(t_2) = kt_2 + \frac{m}{\rho} \quad \Delta V = V(t_2) - V(t_1) = k(t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\Delta V = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} (t_2 - t_1) = \frac{0,12}{100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}} \cdot \frac{0,042}{0,8 \text{ г/см}^3} \cdot (50 - 40)^\circ\text{C} =$$

$$= \frac{0,12}{100} \cdot 10 \cdot 0,05 \text{ см}^3 = \frac{0,12}{10} \cdot 0,05 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = \frac{0,12 \cdot 50}{10} \text{ мм}^3 =$$

$$= 0,12 \cdot 5 \text{ мм}^3 = 0,6 \text{ мм}^3$$

Л.С. — разность объемов $V(t_0)$ и $V(t_{100}) \Rightarrow$

$$Л.С. = V(t_{100}) - V(t_0) = kt_{100} - kt_0 = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} \cdot t_{100} =$$

$$= \frac{0,12}{100^\circ\text{C}} \cdot 100^\circ\text{C} \cdot \frac{0,042}{0,8 \text{ г/см}^3} = 0,12 \cdot 0,05 \text{ см}^3 = 0,12 \cdot 50 \text{ мм}^3 = 6 \text{ мм}^3$$

$$S = \frac{6 \text{ мм}^3}{200 \text{ мм}} = 0,03 \text{ мм}^2$$

Ответ: 1. $V(t) = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} \cdot t + \frac{m}{\rho}$; 2. $\Delta V = 0,6 \text{ мм}^3$; 3. $S = 0,03 \text{ мм}^2$

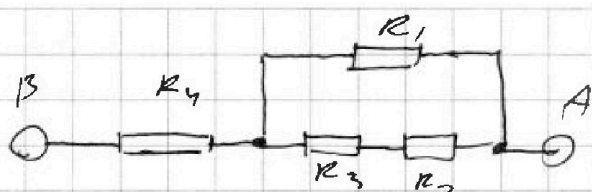


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{2-3} = R_2 + R_3$$

(поп-соед.)

1 и 2-3 соединены параллельно
 1 и 2-3, а 2 и 3 соединены
 последовательно

$$\frac{1}{R_{2-3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} = \frac{1}{3 \cdot 2 \Omega} + \frac{1}{2 \Omega + 4 \Omega}$$

$$R_{1-3} = \frac{6 \cdot 1,2 \Omega}{6 + 1,2} = \frac{7,2 \Omega}{7,2} = 1 \Omega$$

$$R_{2-3} = R_4 + R_{1-3} = 1 \Omega + 1 \Omega = 2 \Omega = 10 \text{ В}$$

Соединены параллельно 4 и 1-3 равны (поп.) $\Rightarrow$
 тогда на них распределяется ток поровну:

$$I_4 = I_{1-3} = I = 4 \text{ А}$$

R_4 и R_{1-3} соединены последовательно $\Rightarrow$

$$I_4 = I_{1-3} = I = 4 \text{ А} \quad 1 \text{ и } 2-3 \text{ соединены параллельно}$$

$$\Rightarrow U_1 = U_{2-3} \Rightarrow I_1 R_1 = I_{2-3} R_{2-3} \Rightarrow I_1 \cdot 3 \Omega = I_{2-3} \cdot 2 \Omega \Rightarrow I_1 = \frac{2}{3} I_{2-3}$$

$$I_1 = 5 I_{2-3} \quad \text{и} \quad I_1 + I_{2-3} = I_{1-3} = 4 \text{ А} \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{1}{6} \cdot 5 I = \frac{20}{6} \text{ А} = \frac{10}{3} \text{ А}$$

$$I_{2-3} = \frac{1}{6} I = \frac{4}{3} \text{ А} = \frac{2}{3} \text{ А} \quad 2 \text{ и } 3 \text{ соединены параллельно} \Rightarrow I_2 = I_3 = I_{2-3}$$

Рассчитав мощность на каждой резисторе по формуле

$$P = I^2 R \text{ и сложив их:}$$

$$P_4 = I_4^2 R_4 = 16 \text{ А}^2 \cdot 5 \Omega = 80 \text{ А} \cdot \text{В} = 80 \text{ Вт}$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{100}{9} \text{ А}^2 \cdot 3 \Omega = \frac{120 \cdot 5}{9} \text{ Вт} = \frac{40 \cdot 5}{3} \text{ Вт} = \frac{200}{3} \text{ Вт}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{16}{9} \text{ А}^2 \cdot 2 \Omega = \frac{40}{9} \text{ Вт}$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = \frac{16}{9} \text{ А}^2 \cdot 4 \Omega = \frac{80}{9} \text{ Вт}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \left(\frac{200}{3} + \frac{40}{9} + \frac{80}{9} + 80 \right) \text{ Вт} = \left(\frac{600}{9} + \frac{40}{9} + \frac{80}{9} + \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$+ \frac{720}{9} \text{ Вт} = \left(\frac{720 + 720}{9} \right) \text{ Вт} = 160 \text{ Вт}$$

Найдя мощность каждого резистора, видим, что
наименьшая мощность у резистора R_2 , равная $P_{\min} =$
 $= \frac{40}{9} \text{ Вт}$ (у резистора $\frac{40}{9}$; $\frac{200}{3} = \frac{600}{9} \text{ (Вт)}$; $80 \text{ Вт} = \frac{720}{9} \text{ Вт}$)

Ответ: 1. $R_{\text{экв}} = 2 \text{ к} = 10 \text{ Ом}$; 2. $P = 160 \text{ Вт}$; 3. наименьшая
мощность на $2 \cdot \text{Ом}$ резисторе (R_2), равная $P_{\min} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$

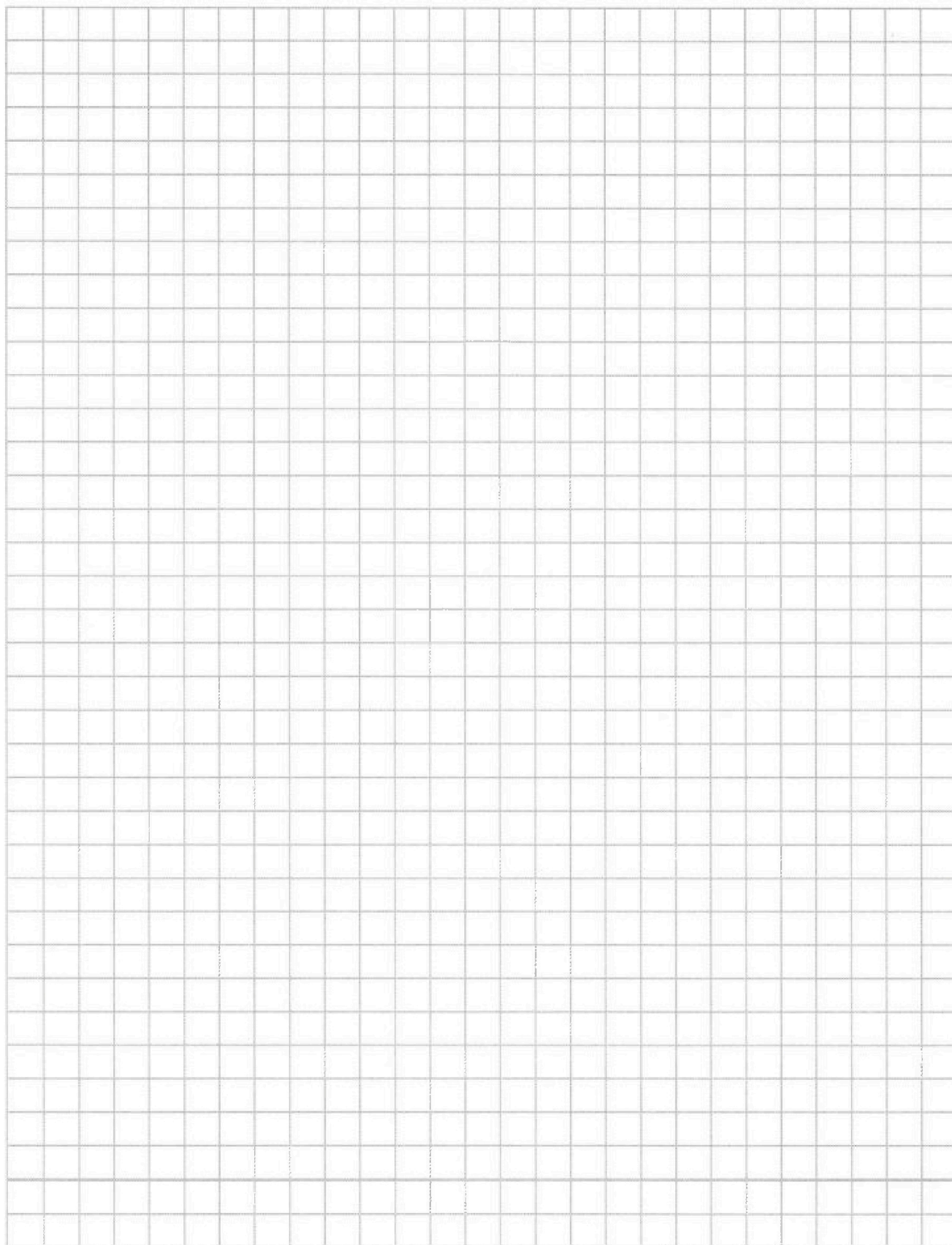


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

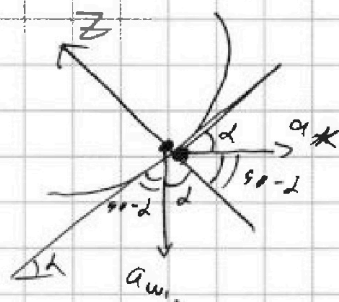
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~черновик~~

Рассмотрим точку касания шара и клина. Они не должны отрываться друг от друга (заметим, что есть, пока, нет трения и т.д.) Значит ускорение шара и клина в точке касания в проекции на ось $\perp$ поверхности клина будут равны. Ускорение любой точки клина, в т.ч. тем, которая шар будет касаться во всю поверхность, равно его ускорению - a_k .

Шар движется вертикально вниз (окажем, что он не отрывается и не выкатывается вбок, сразу) $\Rightarrow$ Его точка касания движется с тем же ускорением вниз, обозначим это ускорение a_m .



Ускорения ускорения равны.

$$\begin{aligned} a_{kz} &= a_k \cdot \cos 90 - \alpha = -a_k \sin \alpha = -a_k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a_{mz} &= a_m \cdot \cos \alpha = -a_m \cdot \frac{1}{2} \\ a_k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} &= a_m \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a_m = a_k \sqrt{3} = 9\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$a_m = 3g$$

Используем формулу для перемещения без времени

$$S = \frac{v_k^2 - v_0^2}{2a}, \text{ чтобы найти скорость перед ударом о пов-ть.}$$

$$(V): H = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot 3g} \Rightarrow H = \frac{v^2}{6g} \Rightarrow v^2 = 6gH \quad (3)$$

С другой стороны шар имеет такую же скорость v сразу после удара и поднимается на высоту h . $\Rightarrow$

По той же формуле

$$h = \frac{v_k^2 - v_0^2}{-2g} = \frac{-v^2}{-2g}$$

Ускорение "тормозит" шар

v_k - скорость шара-то, которая вместе спускается вправо
 v_0 - как шарик вылетел - шар-то, нуль отсюда



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

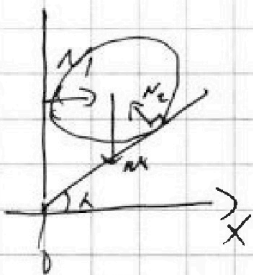
~~Черновик~~

$$h = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v^2 = 2gh \quad \text{из (3): } v = 69 \text{ м/с}$$

$$2gh = 69^2 \Rightarrow h = 3 \text{ м} \Rightarrow H = \frac{h}{3} = \frac{0,15 \text{ м}}{3} = 0,05 \text{ м} = 5 \text{ см}$$

Стоит сразу сказать, что укрепление при подходе
точно будет g , т.к. соприкосновение с землей означает
что клин окончательно вошел в под шара.

Вспомогательная задача. Вспомогательная ось X
сравнение балансов ось:



$$\text{OX: } 0 = N_1 - N_2 \sin \alpha = N_1 - F \Rightarrow$$

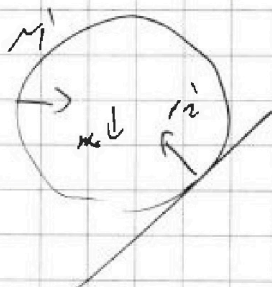
$N_1 = F$

$$N_1 = F = \sqrt{3} mg = \sqrt{3} \cdot 0,4 \text{ м} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 4\sqrt{3} \text{ Н}$$

При изменении угла α будет меняться сила F ,
несмотря на то, что равновесие. Однако соотношение (1) и (2)
будет по-прежнему справедливым:

$$N_2 \sin \alpha = F; \quad N_2 \cos \alpha = mg \Rightarrow \tan \alpha = \frac{F}{mg}$$

$$F = mg \cdot \tan \alpha. \text{ Требуется}$$



$$N_2 \sin \alpha = mg$$
$$mg - N_2 \cos \alpha = ma$$
$$\sqrt{3} = \frac{a}{g - a}$$

$$3 = \frac{a}{g - a}$$

$$a = \frac{3}{4} g \dots$$

$$\frac{a}{g} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{a}{g} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{a}{g} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

