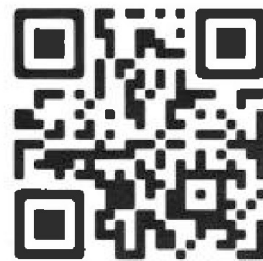




Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

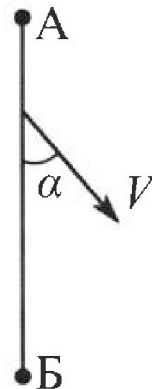
1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .

3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?

4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

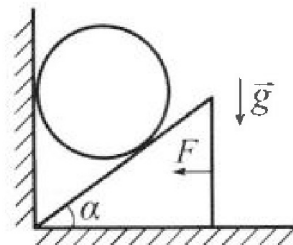
1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.

2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.

3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.



1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.

3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.

4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?

5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

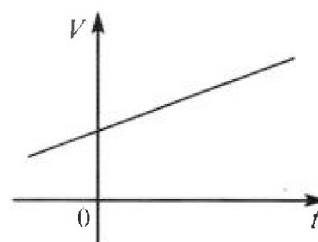
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



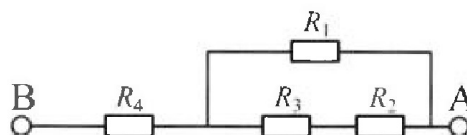
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|dV|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$T_0 = 200 \text{ c}$$

$$S = 2 \text{ km}$$

$$v = 15 \frac{\text{m}}{\text{c}}$$

$$\sin \alpha = 0,8$$

$$v_1 = ?$$

$$T_1 = ?$$

$$\alpha_{\min} = ?$$

$$T_{\min} = ?$$

Решение:

Для безветренной погоды:

$$v \cdot T_0 = 2 \cdot S$$

$$\Rightarrow v = \frac{2S}{T_0} = \frac{2 \cdot 2000 \text{ m}}{200 \text{ c}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{c}}$$

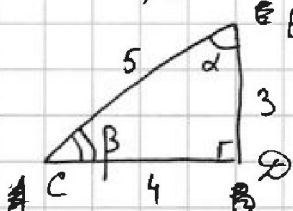
Т.к. $\vec{v}$ направлена под углом α , $\vec{v}$ пусть будет направлена под углом $\beta \Rightarrow \vec{v}_x + \vec{v}_x = 0$, чтобы его не сносило.

~~и не сносило.~~

$$\Rightarrow -v \cdot \sin \beta + v \sin \alpha = 0$$

$$\sin \beta = \frac{v \sin \alpha}{v} = \frac{15 \cdot 0,8}{20} = \frac{3}{5}$$

Нарисуем треуг. 3-4-5:



$\Rightarrow$ Т.к. $\sin \angle ECB = \frac{3}{5}$, то $\angle ECB = \beta$.

Т.к. $\sin \angle CEB = \frac{4}{5} = 0,8$, то $\angle CEB = \alpha$

Отсюда: $\alpha + \beta = 90^\circ$ или $\beta = 90^\circ - \alpha$

$$\Rightarrow \sin \beta = \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$\Rightarrow$ Суммарная скорость во втором случае:

$$v \cdot \cos \alpha + v \cdot \cos \beta = v \cos \alpha + v \sin \alpha = 15 \frac{\text{m}}{\text{c}} \cdot \frac{3}{5} + 20 \frac{\text{m}}{\text{c}} \cdot \frac{4}{5} = 9 \frac{\text{m}}{\text{c}} + 16 \frac{\text{m}}{\text{c}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{c}} = v_2 - \text{скорость в ситуации 2.}$$

~~Р.~~

$$T_1 \cdot v_2 = S \Rightarrow T_1 = \frac{S}{v_2} = \frac{2000 \text{ m}}{25 \frac{\text{m}}{\text{c}}} = \frac{100 \cdot 20}{25} \text{ c} =$$

$$= 4 \cdot 20 \text{ c} = 80 \text{ c}$$



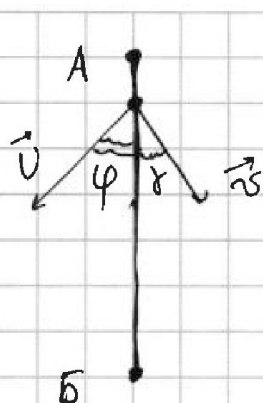
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найдём $\alpha_{\min} = \gamma$ и $T_{\min}$.

Теперь аналогично $v \sin \gamma = v \cdot \sin \varphi$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \sin \gamma \cdot \frac{v}{v} = \sin \gamma \cdot \frac{3}{4}$$

Пусть v_1 — скорость от A к B,

v_2 — от B к A:

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = v \cos \gamma + v \cos \varphi \\ v_2 = v \cos \gamma - v \cos \varphi \end{cases}$$

$$\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1 \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \frac{9}{16} \sin^2 \gamma}$$

$$\text{аналогично} \Rightarrow \cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma}$$

$$\text{Пусть } \sin^2 \gamma = 9a$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{9}{16}a} \quad \cos \gamma = \sqrt{1 - 9a}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = v \sqrt{1 - 9a} + v \cdot \sqrt{1 - \frac{9}{16}a} \\ v_2 = v \sqrt{1 - 9a} - v \cdot \sqrt{1 - \frac{9}{16}a} \end{cases}$$

$$T_{\min} = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = \frac{s}{v \sqrt{1 - 9a} + v \sqrt{1 - \frac{9}{16}a}} + \frac{s}{v \sqrt{1 - 9a} - v \sqrt{1 - \frac{9}{16}a}} =$$

$$= s \cdot \left(\frac{v \sqrt{1 - 9a} + v \sqrt{1 - \frac{9}{16}a}}{v(1 - 9a)(1 - \frac{9}{16}a)} \right) = T_{\min}(a)$$

$$\Rightarrow \text{Нужно минимизировать}$$

$$\text{или } \frac{4\sqrt{1 - 9a} + 3\sqrt{1 - \frac{9}{16}a}}{v(1 - 9a)(1 - \frac{9}{16}a)}$$

$$(v \cos \gamma + v \cos \varphi) \cdot t_1 + (v \cos \gamma - v \cos \varphi) \cdot t_2 = s \cdot 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{\rightarrow} \cdot t_1 = S \\ v_{\leftarrow} \cdot t_2 = S \\ t_1 + t_2 = T \end{cases}$$

t_1 - время полёта $A \rightarrow B$
 t_2 - время полёта $B \rightarrow A$
 T - время полёта $A \rightarrow B \rightarrow A$

$$\Rightarrow \begin{cases} (v \cos \delta + U \cos \varphi) t_1 = S & (1) \\ (-v \cos \delta + U \cos \varphi) t_2 = S & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cdot t_2 + (2) \cdot t_1 = (v \cos \delta + U \cos \varphi) t_1 t_2 + (-v \cos \delta + U \cos \varphi) t_1 t_2 = S t_2 + S t_1$$

$$\Rightarrow 2U \cos \varphi \cdot t_1 t_2 = S(t_1 + t_2)$$

$$t_1 + t_2 = \frac{2U \cos \varphi \cdot t_1 t_2}{S}; \cos \delta = \frac{S(t_1 + t_2)}{2v t_1 t_2} =$$

$$= \frac{S}{2v} \cdot \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right)$$

$$t_1 + t_2 = \frac{2v \cos \delta \cdot S^2}{-v^2 \cos^2 \delta + U^2 \cos^2 \varphi} = \frac{2v S \cdot \cos \delta}{v^2 \cos^2 \delta - U^2 \cos^2 \varphi} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Нужно минимизировать:

$$\cos \delta$$

$$9 \cos^2 \delta - 16 \cos^2 \varphi$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos \delta}{9(1-16a) - 16(1-9a)} &= \frac{\cos \delta}{9 - 9 \cdot 16a - 16 + 144a} \\ &= \frac{\cos \delta}{-7} \end{aligned} \Rightarrow \text{Нужно макс.}$$

$$\begin{aligned} v &= 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \sim 3 \\ U &= 20 \frac{\text{м}}{\text{с}} \sim 4 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \cdot t_2 + \textcircled{2} \cdot t_1 = 2 U \cos \varphi t_1 t_2 = S(t_1 + t_2)$$

$$\Rightarrow t_1 + t_2 = \frac{2 U \cos \varphi t_1 t_2}{S}$$

$$t_1 \cdot t_2 = \frac{S^2}{U^2 \cos^2 \varphi - v^2 \cos^2 \varphi}$$

$$\Rightarrow t_1 + t_2 = \frac{2 U \cos \varphi}{S} \cdot \frac{S^2}{U^2 \cos^2 \varphi - v^2 \cos^2 \varphi} =$$

$$= \frac{2 U \cos \varphi \cdot S}{U^2 \cos^2 \varphi - v^2 \cos^2 \varphi} - \text{min}$$

$$U \approx 20 \frac{\text{м}}{\text{с}} \sim 4$$

$$v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \sim 3$$

$$2 U \cdot S = \text{const}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \varphi}{16 \cdot (1 - 9/16) - 9(1 - 1/16)} = \frac{\cos \varphi}{7} - \text{min}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi - \text{min} \Rightarrow \varphi - \text{max.} \quad \text{max } \varphi \text{ когда } \delta \text{ max.} \Rightarrow \delta = \alpha_{\text{max}} = 90^\circ \Rightarrow \cos \delta = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{16}$$

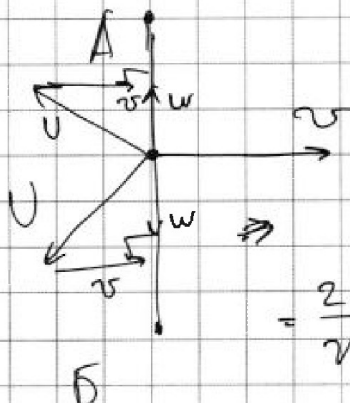
$$\textcircled{1} \text{ min } t_1, t_2 = 2 U \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{1}{4}$$

$\Rightarrow W$ - скорость движ. вдоль АВ равна:

$$W = \sqrt{U^2 - v^2}$$

$$\Rightarrow T_{\text{min}} = \frac{2S}{W} = \frac{2S}{\sqrt{U^2 - v^2}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 2000 \text{ м}}{\sqrt{20^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 15^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}} = \frac{4000 \text{ с}}{\sqrt{400 - 225}} = \frac{4000 \text{ с}}{\sqrt{175}} = \frac{800 \cdot 5}{\sqrt{175}} \text{ с}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi_{\text{м.}} = \frac{800 \text{ c}}{\sqrt{7}}$$

$$\text{Ответ: } V = \frac{2S}{T_0} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

$$T_1 = \frac{S}{v \cos \alpha + v \cos \beta} =$$

$$= 80 \text{ c}$$

$$\alpha_{\text{min}} = 90^\circ$$

$$T_{\text{min}} = \frac{2S}{\sqrt{v^2 - v^2}} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ c}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$t_1 = 0,5 \text{ c}$$

$$t_2 = 1,5 \text{ c}$$

$$\angle \beta = 90^\circ$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$T = ?$$

$$L = ? \quad \beta = 45^\circ$$

$$R = ?$$

Решение:

lg

$\vec{v}_1$

$\vec{v}_2$

$\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ - его скорости спустя t_1 и t_2 соотв.

т.к. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$, то по закону сохранения энергии

на одинаковой высоте.

Прямые, на которых лежат $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ симметричны относительно оси симметрии параболы.

$\Rightarrow$ можно отметить два угла по β (см. рис.).

~~Важно!~~ ~~составляющая~~ ~~вектора~~ ~~проекция~~ ~~скорости~~ ~~на ось Ox~~ - константа, т.к. $\vec{g} \perp Ox$.

$\Rightarrow |\vec{v}_1| \cdot \sin \beta = |\vec{v}_1| \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = v_x$ - где v_x и есть проекция скорости на Ox .

Треугольник скоростей:

Пусть $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$

$\Rightarrow v \cdot \sqrt{2} = g(t_2 - t_1)$

$v = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1 \text{ c}}{\sqrt{2}} =$

$= \frac{10}{\sqrt{2}} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 5\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_x = \frac{v}{\sqrt{2}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Мая за t_1 с v_x пройдет вдоль Ox расстояние a .

$\Rightarrow v_x \cdot t_1 = a = \frac{v}{\sqrt{2}} \cdot t_1 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0,5 \text{ c} = 2,5 \text{ м}$

За $t_2 - t_1$ он пройдет $2a$.

т.к. $t_2 - t_1 = 1 \text{ c} = 2 \cdot t_1$, $v_x = \text{const}$, то $2a = 2b \Rightarrow a = b = 2,5 \text{ м}$

из-за симметрии параболы

расстояния



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$L = 2a + 2b = 2(a + b) = 10 \text{ м}$

Т.к. $v_y = 0$, $v_x = \text{const}$

Радиус кривизны:

$g = \frac{v_x^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_x^2}{g} = \frac{5^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 2,5 \text{ м}$

Суммарное время полёта — $2T$ (из-за симметрии)

$2T \cdot v_x = L$

$\Rightarrow T = \frac{L}{2v_x} = \frac{10 \text{ м}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 1 \text{ с}$

Ответ: $L = 2(a + b) = 10 \text{ м}$

где $a = b = \frac{v}{\sqrt{2}} t_1 = 2,5 \text{ м}$

где $v = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$T = \frac{L}{2v_x} = 1 \text{ с}$

где $v_x = \frac{v}{\sqrt{2}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$R = \frac{v_x^2}{g} = 2,5 \text{ м}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$F = \sqrt{3} \text{ нг}$$

$\alpha = ?$

$$H = ? \quad h = 0,15 \text{ м}$$

$$N_1 = ?$$

$$\alpha_{\text{max}} = ?$$

$$N_{\text{max}} = ?$$

Решение:

P^* - вес шара на клин. (вниз)

N_k^* - сила норм. реак. опоры на клин,

N_1^* и N_2^* - на шар. (вниз)

2 З.Н. = 2-й закон Ньютона (без звёздочки вверху - будет после удаления F).

$$2 \text{ З.Н.: } m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

на шар:

$$O_y: 0 = N_2 \cos \alpha - mg$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$P^* = N_2 \leftarrow 3 \text{ З.Н. (3-й закон Ньютона)}$$

$$O_x \text{ на клин: } 0 = P^* \sin \alpha - F$$

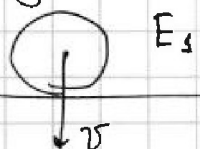
$$\Rightarrow P^* \sin \alpha = N_2 \sin \alpha = \frac{mg}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = mg \cdot \tan \alpha = F = \sqrt{3} \text{ нг}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{3} \quad \alpha = 60^\circ, \text{ т.к. } \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

Теперь отпускаем F.

ЗСЭ!

пусть v - скор. шара в момент соудар.



$$\Rightarrow E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{2} = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,15} = \sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

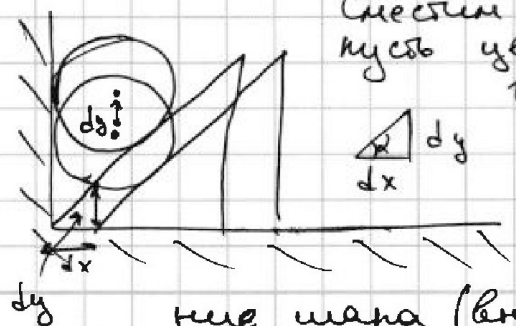
$$= \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,15 \text{ м}} = \sqrt{10 \cdot 0,3} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Сместим шар на малое dy . $\Rightarrow$ клин пусть уедет на dx .

из геом. рисунка: $\tan \alpha = \frac{dy}{dx} = \sqrt{3}$

$$dy = \sqrt{3} dx \quad \left| \cdot \frac{d^2}{dt^2} \right. \quad a_m = \tan \alpha \cdot a_k$$

$$a_m = \sqrt{3} a_k, \text{ где } a_m - \text{ускорение шара (вниз), } a_k - \text{клина (вправо).}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

23. Н.: для шара на $\begin{cases} O_y: -ma_m = N_2 \cos \alpha - mg & (1) \\ O_x: 0 = N_1 - N_2 \sin \alpha & (3) \end{cases}$

для клина на $\begin{cases} O_y: 0 = N_k - mg - P \cdot \sin \alpha & (3) \\ O_x: ma_k = P \cdot \sin \alpha & (4) \end{cases}$

$P = N_2 - 23. Н.$

$\frac{(1)}{(3)} = \frac{ma_m}{ma_k} = \sqrt{3} = \frac{N_2 \cos \alpha}{N_2 \sin \alpha}$

$N_1 = N_2 \sin \alpha \rightarrow N_2 = \frac{N_1}{\sin \alpha} \Leftrightarrow (2)$

$ma_k = P \sin \alpha = N_2 \sin \alpha = N_1 \quad (5) \Leftrightarrow (4)$

$ma_m = mg - N_2 \cos \alpha = mg - \frac{N_1}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha = mg - \frac{N_1}{\tan \alpha} \quad (6)$

$\frac{(6)}{(5)} = \frac{ma_m}{ma_k} = \sqrt{3} = \frac{mg - \frac{N_1}{\tan \alpha}}{N_1} = \frac{mg}{N_1} - \frac{1}{\tan \alpha}$

$\Rightarrow N_1 = \frac{mg}{\sqrt{3} + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{mg}{\sqrt{3} + \frac{1}{3}} = \frac{mg}{\frac{3\sqrt{3} + 1}{3}} = \frac{3mg}{3\sqrt{3} + 1} = \frac{3mg}{2\sqrt{3}} = \frac{mg\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{0,4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ Н} \approx 1,7 \text{ Н} \approx 2 \cdot 1,7 \text{ Н} = 3,4 \text{ Н}$

$= \frac{mg}{\frac{3\sqrt{3} + 1}{3}} = \frac{3mg}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}mg}{4} = \sqrt{3} \cdot 0,4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} =$

$= \sqrt{3} \text{ Н} \approx 1,7 \text{ Н}$

Т.к. $\frac{mg}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = N_1 = \frac{mg}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} - \text{max}$

то $\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} - \text{min}$

$\Rightarrow \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} \geq 2 \cdot \sqrt{\tan \alpha \cdot \frac{1}{\tan \alpha}} = 2 \Rightarrow N_1 \leq \frac{mg}{2} =$

~~Анализ~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow N_{\max} = \frac{mg}{2} = \frac{0,4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} = 2 \text{ Н}$$

т.к. $N_{\max}$ достигается при равенстве в косинусах. $\Rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 \Rightarrow \cos \alpha = 1$
 (т.к. $\alpha \geq 0$ - очевидно)

~~дальше~~ $\alpha_{\max} = 45^\circ$

Найдём H :

$$\textcircled{1} \Rightarrow m a_m = mg - N_2 \cos \alpha = mg - \frac{N_1}{\cos \alpha} = mg - \frac{\sqrt{3}}{4} mg : \sqrt{3} = \frac{3}{4} mg \Rightarrow a_m = \frac{3}{4} g$$

$\Rightarrow$ Время падения t : $\frac{a_m t^2}{2} = H$

где $a_m t = v = \sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (мы находим в начале решения). $v = \sqrt{2gh}$. $\Rightarrow t = \frac{v}{a_m} = \frac{v}{3/4 \cdot g} = \frac{4v}{3g} =$

$$= \frac{4 \cdot \sqrt{2gh}}{3g} = \frac{4 \cdot \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,15}}{3 \cdot 10} = \sqrt{\frac{32h}{9g}} = \sqrt{\frac{32 \cdot 0,15 \text{ м}}{9 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{16 \cdot 0,1 \cdot 0,5}{3 \cdot 10}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 0,05}{3}} = \frac{4 \cdot 0,1}{\sqrt{3}} = \frac{0,4}{\sqrt{3}} \text{ с} \approx \frac{0,4}{1,7} \text{ с} \approx 0,24 \text{ с}$$

$$\Rightarrow H = \frac{(a_m \cdot t) \cdot t}{2} = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{v \cdot \frac{4v}{3g}}{2} = \frac{2v^2}{3g} = \frac{2 \cdot 8 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{3 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \boxed{0,2 \text{ м}}$$

Ответ: $\alpha = 60^\circ$

$$H = \frac{2v^2}{3g} = 0,2 \text{ м}$$

$$N_1 = \sqrt{3} H \approx 1,7 \text{ Н} = \frac{\sqrt{3} mg}{4}$$

$$N_{\max} = \frac{mg}{2} = 2 \text{ Н}$$

$$\alpha_{\max} = 45^\circ$$

где $v = \sqrt{2gh}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть V_0 - объём цилиндрика между t_{100} и t_0 .

$$\Rightarrow S \cdot L = V_0$$

$$V_0 = V(t_{100}) - V(t_0) = \frac{(\beta-1)m}{t_{100} \cdot \rho} (t_{100} - t_0) -$$

$$= \left(\frac{(\beta-1)m}{t_{100} \cdot \rho} \cdot (t_{100} - t_0) + \frac{m}{\rho} \right) - \left(\frac{(\beta-1)m}{t_{100} \cdot \rho} \cdot (t_0 - t_0) + \frac{m}{\rho} \right) = \frac{(\beta-1)m}{\rho}$$

$$\Rightarrow S = \frac{V_0}{L} = \frac{(\beta-1)m}{\rho \cdot L} = \frac{0,12 \cdot 0,04 \text{ г}}{0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10 \text{ см}} =$$

$$= \frac{42 \cdot 4}{80000} \cdot \text{см}^2 = \frac{3}{5000} \text{ см}^2 = \frac{3}{50} \text{ мм}^2 = 0,06 \text{ мм}^2$$

Ответ: $V(t) = \frac{(\beta-1)m}{t_{100} \cdot \rho} \cdot (t - t_0) + \frac{m}{\rho}$
 $|\Delta V| = \frac{(\beta-1)m}{t_{100} \cdot \rho} (t_1 - t_2) = 0,6 \text{ мм}^3$

$$S = \frac{(\beta-1)m}{\rho \cdot L} = 0,06 \text{ мм}^2$$



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$t_0 = 0^\circ\text{C}$$

$$t_{100} = 100^\circ\text{C}$$

$$L = 100 \text{ мм} = 0,1 \text{ м} = 10 \text{ см}$$

$$m = 0,04 \text{ г}$$

$$\beta = 1,12$$

$$\rho = 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$1) V(t) - ?$$

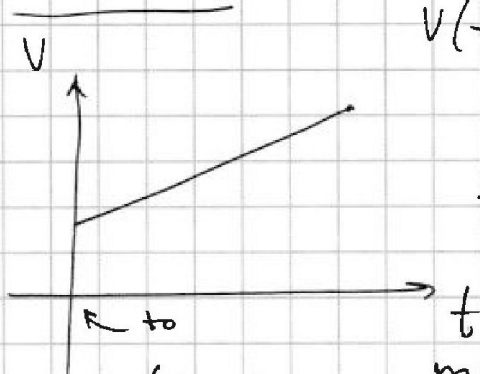
$$2) t_1 = 50^\circ\text{C}$$

$$|\Delta V| - ?$$

$$t_2 = 40^\circ\text{C}$$

$$3) S - ?$$

Решение:



т.к. $V(t)$ - линейн, то

$$V(t) = k \cdot t + b$$

свободн. член.

$$V(t_0) = b = \frac{m}{\rho}$$

$$V(t_{100}) = \beta \cdot \frac{m}{\rho} = \frac{\beta \cdot m}{\rho}$$

$$= k \cdot t_{100} + b = k \cdot t_{100} + \frac{m}{\rho}$$

$$\Rightarrow k \cdot t_{100} = (\beta - 1) \frac{m}{\rho}$$

$$\Rightarrow k = \frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho}$$

$$\Rightarrow V(t) = k \cdot t + b = \frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot t + \frac{m}{\rho}$$

~~т.к. t_0 - начало~~

т.к. ось Ox приближенно через t_0 , то лучше записать:

$$V(t) = \frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot (t - t_0) + \frac{m}{\rho}$$

$$|\Delta V| = V(t_1) - V(t_2) = \left(\frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot (t_1 - t_0) + \frac{m}{\rho} \right) - \left(\frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot (t_2 - t_0) + \frac{m}{\rho} \right) =$$

$$\frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot (t_1 - t_2) = \frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot (t_1 - t_2) =$$

$$= \frac{0,12 \cdot 0,04 \text{ г}}{100^\circ\text{C} \cdot 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} \cdot 10^\circ\text{C} = \frac{0,12 \cdot 4 \text{ г} \cdot 100}{10 \cdot 80 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = \frac{12 \cdot 4}{1000 \cdot 80} \text{ см}^3 =$$

$$= \frac{3}{5000} \text{ см}^3 = \frac{3}{5} \text{ мм}^3 = \boxed{0,6 \text{ мм}^3}$$



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

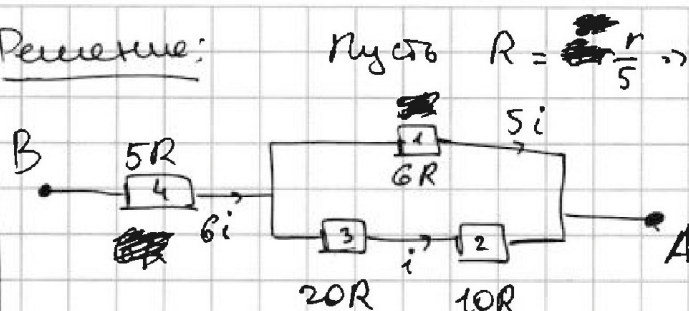
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

~~$R_1 = 1,2r$~~
 ~~$R_2 = 2r$~~
 $R_1 = 1,2r$
 $R_2 = 2r$
 $R_3 = 4r$
 $R_4 = r$
 $r = 5 \text{ Ом}$
 $R_{\text{экв}} = ?$
 $I = 4 \text{ А}$
 $P = ?$
 $P_{\text{мин}} = ?$

Решение:



$R_1 = 6R$
 $R_2 = 10R$
 $R_3 = 20R$
 $R_4 = 5R$

закон сохранения заряда

Расставим токи, с учётом 3СЗ и ~~токи~~ сопротивлений (см. рис.), где i — ток через R_2 и R_3 . (с параллельными ветвями)

$$\Rightarrow 6i R_{\text{экв}} = 5R \cdot 6i + 5i \cdot 6R = 60iR = U \text{ (общее напряжение)}$$

$$\Rightarrow R_{\text{экв}} = 10R = 10 \cdot \frac{r}{5} = 2r = 10 \text{ Ом}$$

$$P = \frac{U^2}{R_{\text{экв}}} = \frac{R_{\text{экв}} \cdot I^2}{R_{\text{экв}}} = R_{\text{экв}} \cdot I^2 = 10 \text{ Ом} \cdot 4^2 \text{ А}^2 =$$

$$I = 6i$$

$$= 160 \text{ Вт}$$

Пусть напряжение на R_j будет равно U_j . U — общее напряж. $U = R_{\text{экв}} \cdot I =$

$$U_4 = 30iR$$

$$U_3 = 20iR$$

$$U_2 = 10iR$$

$$U_1 = 30iR$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} P_4 \\ P_3 \\ P_2 \\ P_1 \end{matrix}$$

Пусть мощность на R_j будет равна P_j .

$$\Rightarrow P_1 = (5i)^2 \cdot 6R = 25 \cdot 6i^2 R = 150i^2 R$$

$$P_2 = i^2 \cdot 10R = 10i^2 R$$

$$P_3 = i^2 \cdot 20R = 20i^2 R$$

$$P_4 = (6i)^2 \cdot 5R = 36 \cdot 5i^2 R = 180i^2 R$$

$$\Rightarrow P_{\text{мин}} = P_2 = 10i^2 R. P = R_{\text{экв}} \cdot I^2 = 10R \cdot (6i)^2 = 360i^2 R$$

$$\Rightarrow P_{\text{мин}} = \frac{P}{36} = \frac{160 \text{ Вт}}{36} = \frac{40 \text{ Вт}}{9} = 4 \frac{4}{9} \text{ Вт} \approx 4,44 \text{ Вт}$$

Ответ: $R_{\text{экв}} = 2r = 10 \text{ Ом}$

$$P = R_{\text{экв}} \cdot I^2 = 160 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{мин}} = \frac{P}{36} = 4,44 \text{ Вт} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$$

на 2 резисторе.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

