



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B$ в безветренную погоду составляет $T_0=400$ с. Расстояние AB равно $S=9,6$ км.

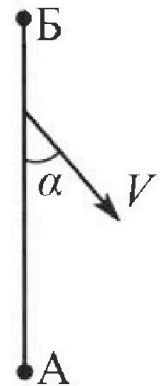
1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 16$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.) таким, что $\sin \alpha = 0,6$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .

3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ максимальная? Движение аппарата прямолинейное.

4. Найдите максимальную продолжительность $T_{\max}$ полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$. Движение аппарата прямолинейное.



2. Школьник наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости повернулся на угол $2\beta = 60^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до падения на площадку.

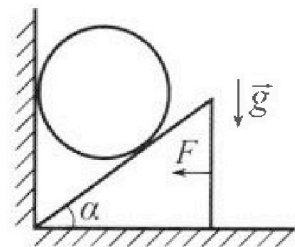
2. Найдите максимальную высоту H полета.

3. Найдите радиус R кривизны траектории в момент времени $t_1 = 1$ с.

3. Клин с углом при вершине $\alpha = 30^\circ$ находится на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина покоится однородный шар (см. рис.), касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=1$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите горизонтальную силу F , которой систему удерживают в покое.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на $H=0,8$ м шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью.



2. Найдите перемещение h шара после соударения до первой остановки.

3. Найдите ускорение a клина в процессе разгона.

4. При каком значении угла α ускорение клина максимальное?

5. Найдите максимальное ускорение $a_{\max}$ клина.

Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

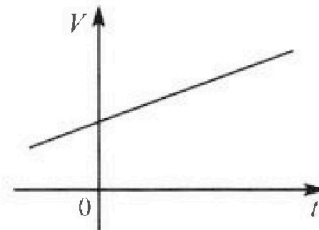
Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. На шкале ртутного термометра расстояние между отметками $t_1 = 35^\circ\text{C}$ и $t_2 = 42^\circ\text{C}$ равно $L=5$ см. В термометре находится $m=2$ г ртути.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем ртути увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем ртути в $\beta = 1,018$ раза больше объема ртути при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность ртути при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 13,6$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

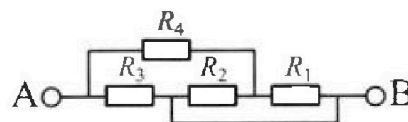


1. Следуя представленным опытными данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.
2. Найдите приращение ΔV объема ртути при увеличении температуры от $t_1 = 35^\circ\text{C}$ до $t_2 = 42^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 6$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного напряжения $U=10$ В.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Затем упр. с ср. скоростью. $v_{\text{ср}} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}}$

$$v_{\text{ср}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot (v \cos \beta - v \cos \alpha)(v \cos \beta + v \cos \alpha)}{v \cos \beta - v \cos \alpha + v \cos \beta + v \cos \alpha} = \frac{2v^2 \cos^2 \beta - v^2 \cos^2 \alpha}{2v \cos \beta}$$

$$T = \frac{2s \cdot v \cos \beta}{v^2 \cos^2 \beta - v^2 \cos^2 \alpha} \quad (T = \frac{2s}{v_{\text{ср}}}, \text{ где } T - \text{ время пути в направлении})$$

Положим $\sin \alpha = x$, $x \in [0; 1]$

$$16 \sin \alpha = 24 \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{2}{3} x$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{4x^2}{9}} = \sqrt{\frac{9-4x^2}{9}} = \frac{\sqrt{9-4x^2}}{3}, \quad \cos \alpha = \sqrt{1-x^2}$$

$$T = \frac{2s \cdot v \cdot \frac{\sqrt{9-4x^2}}{3}}{v^2 \left(1 - \frac{4x^2}{9}\right) - v^2 (1-x^2)} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 9600 \cdot \sqrt{9-4x^2}}{3 \cdot 9^2 (9-4x^2-4+4x^2)} = \frac{2^4 \cdot 3 \cdot 2^5 \cdot 3 \cdot 20 \cdot \sqrt{9-4x^2}}{3 \cdot 2^6 \cdot 5} =$$

$$= 24 \cdot 20 \cdot \sqrt{9-4x^2} = 480 (\sqrt{3-2x} \cdot \sqrt{3+2x})$$

$$0 \leq x_1 < x_2 \leq 1$$

$$T(x_1) - T(x_2) = 480 (\sqrt{9-4x_1^2} - \sqrt{9-4x_2^2}) > 0 \Rightarrow T(x) \downarrow \text{ на } [0; 1]$$

$$\text{т.к. } x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2 \Rightarrow \sqrt{9-4x_1^2} > \sqrt{9-4x_2^2} \quad (1)$$

максимальное значение T на $[0; 1]$ достигается при $x=0$

$$\text{т.к. это } T(0) \Rightarrow x=0 \Rightarrow \alpha = \arcsin(0) = 0^\circ$$

$$T(0) = 480 \cdot \sqrt{9} = 480 \cdot 3 = 1440 \text{ с}$$

$$\text{Ответ: } 24 \text{ мс; } \frac{6000}{3 \cdot 5 - 8} \text{ с; } 0^\circ; 1440 \text{ с.}$$



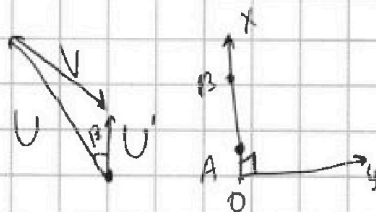
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$U = \frac{S}{T_0} = \frac{9600}{400} = 24 \text{ м/с}$$

Пусть $(\hat{U}; \hat{U}') = \beta$



Найдем проекции U и V на Ox и Oy .

$$U_x = U \cos \beta, \quad V_x = -V \cos \alpha$$

$$U_y = -U \sin \beta, \quad V_y = V \sin \alpha$$

Так как $Ox \parallel AB$,
то $AB \parallel Ox$,
 $Oy \perp Ox$

Т.к. движение из A в B , то $V_x + U_x = U'_x$

$$U_y + V_y = 0 \Rightarrow V \sin \alpha = U \sin \beta \quad (1)$$

$$U'_x = U \cos \beta - V \cos \alpha \quad (2)$$

$$(1) \sin \beta = \frac{V \sin \alpha}{U} = \frac{16 \cdot 0,6}{24} = 0,4$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - 0,16} = \sqrt{0,84} = 0,9165, \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - 0,36} = 0,8$$

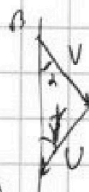
$$(2) U'_x = 9,8 \sqrt{21} - 0,8 \cdot 16 = 4,8 \sqrt{21} - 12,8 = 0,8(6\sqrt{21} - 16) \text{ м/с}$$

$$T_1 = \frac{S}{U'_x} = \frac{9600}{0,8(6\sqrt{21} - 16)} = \frac{6000}{3\sqrt{21} - 8} \text{ с}$$

Когда БПЛА летит из B в A , то

$$V \sin \alpha = U \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{2}{3} \sin \alpha \Rightarrow \beta = \alpha$$

$$U'_{\text{отр.}} = V \cos \alpha + U \cos \beta$$



$\beta = \alpha$ (угол между векторами равен)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

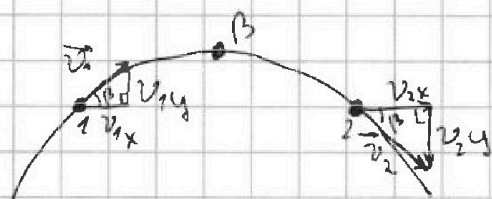
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Мая летит по параболе



т.к. $|v_1| = |v_2|$, то

$$v_{1y} = |v_1| \sin \alpha = |v_2| \sin \alpha = v_{2y}$$

$$v_{1y} - g(t_2 - t_1) = -v_{2y} \quad (v_{2y} \text{ — т.к. скорость вниз})$$

$$2v_{1y} = g(t_2 - t_1)$$

$$v_{1y} = \frac{g(t_2 - t_1)}{2} = 5 \text{ м/с}$$

v_{2y} — вертикальная составляющая скорости в точке.

$$v_{2y} = 0 \Rightarrow v_{1y} - g(t_2 - t_1) = 0$$

$$g t_2 = v_{1y} + g t_1$$

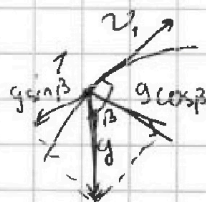
$$t_2 = \frac{v_{1y} + g t_1}{g} = \frac{5 + 10}{10} = 1,5 \text{ с} \Rightarrow \text{в вершине}$$

мая был через 1,5 с после старта.

$$T = 2 t_2 = 3 \text{ с}$$

$$H = \frac{g t_2^2}{2} = \frac{10 \cdot 1,5^2}{2} = 11,25 \text{ м}$$

$$v_1 = \frac{v_{1y}}{\sin \alpha} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10 \text{ м/с}$$



$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$g \cos \alpha = \frac{v_1^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_1^2}{g \cos \alpha} = \frac{100}{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ м}$$

Ответ: $T = 3 \text{ с}$; $H = 11,25 \text{ м}$; $R = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ м}$

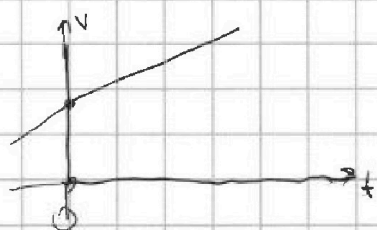


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Запишем ур-е прямой

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

Дано: $v(t_0) = \frac{m}{\rho}$; $v(t_{100}) = \frac{\beta m}{\rho}$

$\parallel$ $\parallel$
 $v_0 + a(t_0 - t_0)$ $v_0 + a(t_{100} - t_0)$

$$v(t_{100}) - v(t_0) = \frac{m}{\rho}(\beta - 1) \Rightarrow a = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$v(t) = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} \cdot t$$

$$\Delta V = v(t_2) - v(t_1) = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} \cdot t_2 - \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} \cdot t_1 =$$

$$= \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} (t_2 - t_1) = \frac{2 \cdot 0,018}{13,6 \cdot 100} \cdot 7 = \frac{0,252}{1360} \text{ м}^3 = \frac{63}{340} \text{ мм}^3$$

$$\Delta V = S \cdot l \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{l} = \frac{63}{340 \cdot 50} = \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$$

Ответ: $v(t) = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} \cdot t$; $\Delta V = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} \cdot (t_2 - t_1) = \frac{63}{340} \text{ мм}^3$;

$$S = \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

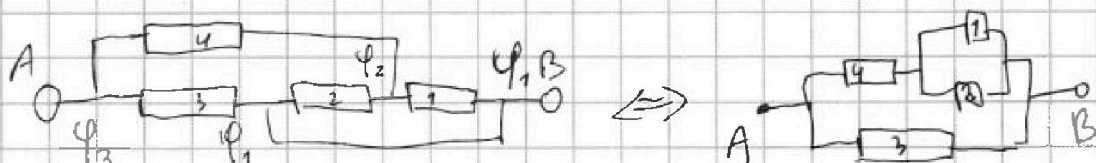
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Перепишем схему.

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100}{25} = 4 \text{ Ом}$$

$$R_{124} = R_4 + R_{12} = 6 + 4 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_{1243} = \frac{R_3 \cdot R_{124}}{R_3 + R_{124}} = \frac{100}{20} = 5 \text{ Ом}$$

по правилу параллельного/последовательного соединения

$$R_{\text{э\text{кв}}} = R_{1243} = 5 \text{ Ом} \quad \left| \quad P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = \frac{16}{5} = 3,2 \text{ Вт}$$

$$P = \frac{U^2}{R_{\text{э\text{кв}}}} = \frac{100}{5} = 20 \text{ Вт} \quad \left| \quad P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{16}{20} = 0,8 \text{ Вт}$$

$$P_3 = \frac{U^2}{R_3} = \frac{100}{10} = 10 \text{ Вт}$$

Ответ: $R_{\text{э\text{кв}}} = 5 \text{ Ом}$;

$$I_4 = I_{12} \Rightarrow \frac{U_4}{R_4} = \frac{U_{12}}{R_{12}} \quad (\text{I пр. по Кирхгофа}) \quad \underline{P = 20 \text{ Вт}};$$

$$\begin{aligned} U_4 + U_{12} &= 10 \text{ В} \\ 4 U_4 &= 6 U_{12} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} U_4 &= 6 \text{ В} \\ U_{12} &= 4 \text{ В} \end{aligned}$$

на входе, $P_{\text{МДВ}} = 0,8 \text{ Вт}$

$$P_4 = \frac{U_4^2}{R_4} = \frac{36}{6} = 6 \text{ Вт}$$

$$U_1 = U_2 = 4 \text{ В}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16x = 24 \sin \beta$$

$$U_x' = 24 \cos \beta - 16 \sqrt{1-x^2}$$

не найдем ген. перф.

$$T = \frac{65 \cos \beta}{g(9(1-\sin^2 \beta) - 4(1-x^2))}$$

$$\sin \beta = \frac{2x}{3}$$

$$= \frac{5 \cdot 5 \cdot x}{4 \cdot (9x^2 - 4)} = \frac{25x}{4(9x^2 - 4)}$$

$$x=0 \quad T=0 \quad ???$$

$$10 \Rightarrow 40$$

$$T = \frac{9600}{8} + \frac{6600}{40} =$$

$$= 1200 + 240 =$$

$$= 1440 \text{ с.}$$

$$T = \frac{14400}{12 \cdot 5} = \frac{600}{5} = 120 \text{ с.} \approx 200 \text{ с.}$$

$$T = \frac{9600 \cdot 24 \cdot \sqrt{1-\frac{4}{9}}}{5} = \frac{9600 \cdot 24 \cdot \frac{\sqrt{5-4}}{3}}{5}$$

$$T = \frac{5}{g(3 \cos \beta - 2 \sqrt{1-x^2})} + \frac{5}{g(3 \cos \beta + 2 \sqrt{1-x^2})} =$$

$$T = \frac{35 \cdot \sqrt{\frac{5x^2}{9}}}{4(g \cdot \frac{5}{9} x^2 - 4 + 4x^2)}$$

$$= \frac{35 \cos \beta + 2 \sqrt{1-x^2} + 35 \cos \beta - 2 \sqrt{1-x^2}}{g(9 \cos^2 \beta - 4(1-x^2))}$$

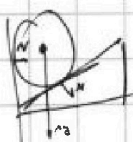
$$T = \frac{35 \sqrt{\frac{5x^2}{9}}}{20x^2 - 16 + 16x^2}$$

$$T = \frac{35 \sqrt{\frac{5x^2}{9}}}{4(5x^2 - 4 + 4x^2)} =$$

$$T = \frac{35 \cdot \sqrt{1-\frac{4x^2}{9}}}{4(g(1-\frac{4x^2}{9}) - 4 + 4x^2)} = \frac{35 \sqrt{\frac{5x^2}{9}}}{4(5x^2 - 4 + 4x^2)} =$$

$$3 \text{ с.м.} \quad 21 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \sin \alpha = U \sin \beta$$

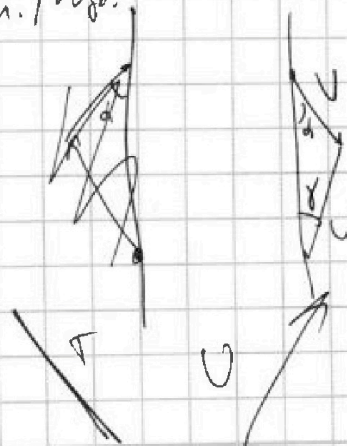
$$\frac{ax}{bx^2+c} \quad U' = U \cos \alpha + U \cos \beta$$



мин. при зам. / sec.

верн. / sec.

U





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T = \frac{L}{v + u_1} + \frac{L}{v - u_1}$$

$$24^2 = 16^2 + x^2 + 2 \cdot 16 \cdot x \cdot \cos \alpha$$

$$16 \cos \alpha = m(y - v)$$

$$24^2 = 16^2 + x^2 - 25,6x$$

$$x^2 - 25,6x - (24 - 16)(24 + 16) = 0$$

$$x^2 - 25,6x - 8 \cdot 40 = 0$$

$$0,84 =$$

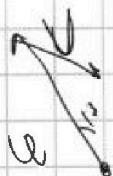
$$= 12 \cdot 7 \cdot 0,01$$

$$7 \cdot 3 \cdot 4$$

$$2,4$$

$$\sin 64 = 0,1 \cdot \sin \alpha$$

$$f_1 = \frac{5600}{x} = \frac{9600}{16(0,8 + \sqrt{7,56})}$$



$$756 = 7 \cdot 108 = 7 \cdot 4 \cdot 27$$

$$u \sin \beta = v \sin \alpha$$

$$v' = u \cos \beta + v \cos \alpha$$

$$v' = 24 \cdot \sqrt{0,84} - 16 \cdot 0,8$$

$$\sin \beta = \frac{16 \cdot 0,6}{24} = 0,4$$

$$v' = 2,4 \cdot 2 \cdot \sqrt{21}$$

$$28 \cdot \sqrt{21} - 12,8$$

$$T = \frac{9600}{0,1(48\sqrt{21} - 12,8)} = \frac{96000}{48\sqrt{21} - 12,8}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$-\sqrt{0,4} = -0,6$$



$$x^2 = 32 - 6,4 = 25,6$$

$$108 \cdot 7,56$$

$$729 = 27^2$$

$$D = 25,6^2 + 32 \cdot 40 = 2^8 (2,56 + 5) \quad \sqrt{4} = \sqrt{400}$$

$$x = \frac{25,6 \pm 32 \sqrt{7,56}}{2} = 12,8 + 16 \sqrt{7,56}$$

$$\sqrt{1 - 0,16} = \sqrt{0,84}$$

$$T = \frac{S U_1}{U_1^2 - U_2^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

