



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Обозначим первый член арифметической прогрессии за a , разность — за d . Тогда

$$\begin{cases} a_0 d^3 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \\ a_0 d^4 = 2-x \\ a_0 d^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \end{cases}$$

Заметим, что

$$a_0 d^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = \frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{(3x+2)^2} = \frac{a_0 d^3}{(3x+2)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{d^8} = (3x+2)^2$$

$$a_0 d^4 = \frac{a_0 d^{17}}{d^{13}} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \cdot ((3x+2)^2)^{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \cdot \sqrt{(3x+2)^3} = 2-x \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x+2 > 0 \\ 25x+34 \geq 0 \\ \sqrt{25x+34} = 2-x \Leftrightarrow \\ 3x+2 < 0 \\ 25x+34 \leq 0 \\ \sqrt{-25x-34} = 2-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2 > 0 \\ 25x+34 \geq 0 \\ 25x+34 = x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow \\ 3x+2 < 0 \\ 25x+34 \leq 0 \\ -25x-34 = x^2 - 4x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2 > 0 \\ 25x+34 \geq 0 \\ x^2 - 29x - 30 \leq 0 \Leftrightarrow \\ 3x+2 < 0 \\ 25x+34 \leq 0 \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ x \geq -\frac{34}{25} \\ x = -1 \\ x = 30 \\ x < -\frac{2}{3} \\ x < -\frac{34}{25} \\ x = -2 \\ x = -19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

Ответ: $x = 30$; $x = -2$; $x = -19$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, (1)$$

$$\begin{cases} |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases} (2)$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} -3y+34 = \sqrt{400-z^2} & \text{при } y \in (-\infty; -2], \\ -y+38 = \sqrt{400-z^2} & \text{при } y \in (-2; 18), \\ 3y-34 = \sqrt{400-z^2} & \text{при } y \in [18; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9y^2 - 204y + 1159 = 400 - z^2, & y \in (-\infty; -2] \cup [18; +\infty) \\ y^2 - 76y + 1444 = 400 - z^2, & y \in (-2; 18) \\ 400 - z^2 \geq 0 \end{cases}$$

Заметим, что минимум функции $f(y) = y^2 - 76y + 1444$ находится в $y = \frac{76}{2} = 38 \Rightarrow$ минимум функции на промежутке $y \in (-2; 18)$ $f_{\min} = f(18) = (201+0)^2 = 400$. При этом, т.к. $z^2 \in [0; +\infty)$, $(400 - z^2) \in [0; 400] \Rightarrow$ при $y \in (-2; 18)$ решений системы нет.

Аналогично, минимум функции $g(y) = 9y^2 - 204y + 1159$ достигается при $y = \frac{204}{2 \cdot 9} = \frac{34}{3} = 11, (3) \Rightarrow$ т.к. $g(y)$ - парабола с ветками вверх, минимум на отрезке $y \in (-\infty; -2] \cup [18; +\infty)$ $g_{\min} = g(18) = 400$. $(400 - z^2) \in [0; 400] \Rightarrow$ единственное пересечение этих двух функций - когда обе равны 400

$\Rightarrow 400 - z^2 = 400 \Rightarrow [z=0]; [y=18]$. Подставляем в (1):

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$\text{Обозначим: } \sqrt{x+6} = a; \sqrt{3-x} = b \Rightarrow a-b+7 = 2ab \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a+7 = b(2a+1) \Leftrightarrow \begin{cases} a+7=0 \\ 2a+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+6} = -7 < 0 !!! \text{ Противоречие} \\ 2\sqrt{x+6} = -1 !!! \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \cancel{b} = \sqrt{3-x} = \frac{1}{2} + \frac{13}{4\sqrt{x+6}+2} - \text{или постоянно убывающая}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3-x} + \frac{1}{4} + \sqrt{3-x} = \frac{163}{6(x+6)+165x+64} \\ x \in [-6; 3] \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x+6} + 3-x - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x) + \dots \\ x \in [-6; 3] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9-2t = 4t^2 - 28t + 49 \\ x \in [-6; 3] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+6)(3-x) = 16 \\ (x+6)(3-x) = \frac{25}{4} \\ x \in [-6; 3] \end{cases} \quad \text{Ответ: } (x, y, z) = \left(-\frac{3}{2}; 18; 0\right)$$



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+1) \cos x + 10 = 0 \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow p(\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x) + 6(\cos^2 x - \sin^2 x) + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$p(\cos^3 x - \cos x \sin^2 x - 2 \sin^2 x \cos x) + 6 \cos^2 x - 6 \sin^2 x + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$p(\cos^3 x - \cos x(1 - \cos^2 x) - 2(1 - \cos^2 x) \cos x) + 6 \cos^2 x - 6(1 - \cos^2 x) + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$p \cos^3 x - p \cos x + p \cos^3 x - 2p \cos x + 2p \cos^3 x + 6 \cos^2 x - 6 + 6 \cos^2 x + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0 \quad \text{Обозначим: } \cos x = t;$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow (t^3 + 3t^2 + 3t + 1) + (p-1)t^3 = 0 \Leftrightarrow (t+1)^3 = (1-p)t^3$$

Заметим, что $t=0$ не является решением данного уравнения $\Rightarrow t \neq 0 \Rightarrow (t+1)^3 = (1-p)t^3 \Leftrightarrow \left(\frac{t+1}{t}\right)^3 = 1-p$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{t}\right)^3 = 1-p \Leftrightarrow \frac{1}{t} = \sqrt[3]{1-p} - 1. \text{ Заметим, что обе части уравнения не равны } 0 \Rightarrow \sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0 \Leftrightarrow 1-p \neq 1 \Leftrightarrow p \neq 0$$

$$\frac{1}{t} = \sqrt[3]{1-p} - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \\ p \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \\ p \neq 0 \end{cases} \rightarrow \text{уравнение}$$

имеет решение при $\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \in [-1; 0) \cup (0; 1]$.

Функция $f(p) = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$ монотонно возрастающая $\Rightarrow$ т.к.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{1-p} - 1 = 1 \Leftrightarrow 1-p = 8 \Leftrightarrow p = -7 \text{ и}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} = -1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{1-p} - 1 = -1 \Leftrightarrow 1-p = 0 \Leftrightarrow p = 1, \text{ уравнение имеет решение при } p \in [-7; 0) \cup (0; 1]. \text{ В таком случае}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \Leftrightarrow x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $p \in [-7; 0) \cup (0; 1]; x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

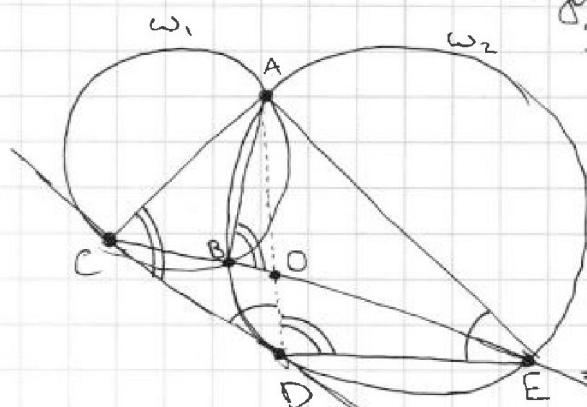
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



Пусть O - пересечение CE и AD .

Заметим, что если CD - касательная, а AC - секущая, $\angle ACD = 180^\circ - \angle ABC = \angle ABE = \angle ADE$, т.к. $ABDE$ - вписанный.

Аналогично, $\angle ADC = \angle AED$. Следовательно, $\triangle ADC \sim \triangle AED$ по двум углам.

$$\Rightarrow \frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE} (*)$$

Пусть $\angle ADC = \alpha$; $\angle ACD = \beta$. Тогда, используя:

$$\text{для } \triangle ADC: \frac{AD}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin \alpha}; \quad \text{для } \triangle AED: \frac{AD}{\sin \alpha} = \frac{AE}{\sin \beta};$$

$$\text{для } \triangle COD: \frac{CO}{\sin \alpha} = \frac{CD}{\sin \angle COD}; \quad \text{для } \triangle ODE: \frac{OE}{\sin \beta} = \frac{DE}{\sin \angle DOE}$$

$$\frac{CO}{OE} = \frac{CD \sin \alpha}{\sin \angle COD} \cdot \frac{\sin \angle DOE}{DE \sin \beta} = \frac{CO}{DE} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \stackrel{(*)}{=} \frac{AD}{AE} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \left(\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right)^2 = \frac{7}{20} \text{ по условию}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{7}{20}} \Rightarrow \boxed{\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{20}{7}}}$$

$$\text{Ответ: } \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{20}{7}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

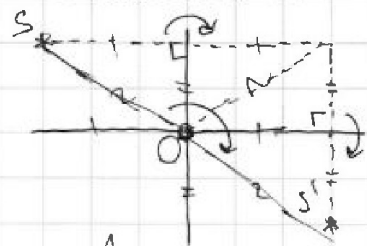
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

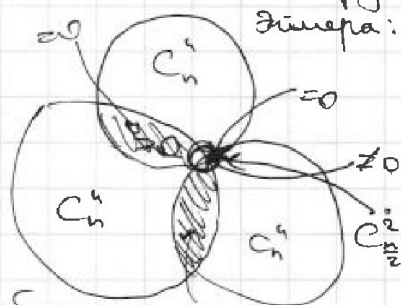
Длины обеих сторон прямоугольника равны $\Rightarrow$ обе средние линии расположены вдоль сторон клетки, а центр - в одном из узлов клеточной сетки.

Заметим, что если множество симметрично относительно обеих средних линий, то оно симметрично и относительно центра, т.к. линии перпендикулярны и центр в их пересечении, отражая относительно двух осей и центрально, получается одно и то же преобразование.



Аналогично, если множество клеток симметрично относительно одной из ср. линий $\&$ отк. центра, то оно симметрично и относительно второй ср. линии. Таким образом, каждое из искомого множеств либо симметрично относительно ровно одной симметрии, либо всех трёх.

Заметим: более подробная схема с кружками:



Кол-во способов закрасить с центральной симметрией: Разобьём прямоугольник на две центрально симметричные области и найдём кол-во способов выбрать k клеток в одной из них: C_n^k , где $n = \frac{120 \cdot 500}{2}$ - кол-во клеток в одной из таких областей.

Аналогично, способов получения множеств, симметричных относительно каждой из осей, по C_n^k .

Кол-во способов получения множества со всеми видами симметрий: разделим прямоугольник на 4 равных и найдём кол-во способов закрасить в одном из них две клетки: $C_{\frac{n}{2}}^2$.

Т.о., всего способов

$$3C_n^4 - 2C_{\frac{n}{2}}^2 \quad (\text{т.к. } C_{\frac{n}{2}}^2 \text{ посчитано трижды})$$

$$3C_n^4 - 2C_{\frac{n}{2}}^2 = 3 \cdot \frac{n!}{4!(n-4)!} - 2 \cdot \frac{(\frac{n}{2})!}{2!(\frac{n}{2}-2)!} = 3 \cdot \frac{n!}{4!(n-4)!} - \frac{(\frac{n}{2})!}{2!(\frac{n}{2}-2)!} = \frac{3 \cdot 60000!}{24 \cdot 58998!} - \frac{30000!}{24 \cdot 998!}$$

$$n = 60000 \Rightarrow \frac{n}{2} = 30000$$

$$\text{Ответ: } 3C_{60000}^4 - 2C_{30000}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

$(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое число.
 $(a-c), (b-c) \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ либо обе скобки равны $\pm p$,
 либо одна из скобок равна ± 1 , а вторая - $\pm p^2$.
 Если $\begin{cases} a-c = \pm p \\ b-c = \pm p \end{cases} \Rightarrow a-c = b-c \Rightarrow a=b$. Но $a < b$. Противоречие.

Значит, $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = \pm p^2 \end{cases}$
 (н.т. $a < b$) $\begin{cases} b-c = p^2 \\ a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b = 1-p^2 \\ a-b = 1-p^2 \end{cases} \Rightarrow b-a = (p-1)(p+1)$. По условию,

$b-a \not\equiv 3$. Значит, $(p-1) \not\equiv 3$ и $(p+1) \not\equiv 3$. Но среди соседних чисел $(p-1), p, (p+1)$ ровно одно делится на 3 $\Rightarrow$
 $\Rightarrow p \equiv 3 \Rightarrow \underline{p=3} \Rightarrow \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=9 \\ a^2+b=1000 \end{cases}$ либо $\begin{cases} a-c=9 \\ c-b=1 \\ a^2+b=1000 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (c+1)^2 + (c+9) = 1000 \\ (c-9)^2 + (c-1) = 1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c^2 + 3c - 990 = 0 \\ c^2 - 17c - 920 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{17 \pm 63}{2} \\ c = \frac{17 \pm 63}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 40 \\ c = -23 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} c=30 \\ c=-33 \\ c=40 \\ c=-23 \end{cases}$ Получаем, всего существует ровно 4 тройки удовлетворяющих условиям:

$\begin{cases} (a; b; c) = (31; 39; 30) \\ (a; b; c) = (-32; -24; -33) \\ (a; b; c) = (31; 39; 40) \\ (a; b; c) = (-32; -24; -23) \end{cases}$

Ответ: $(a; b; c) = \{(31; 39; 30); (-32; -24; -33); (31; 39; 40); (-32; -24; -23)\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

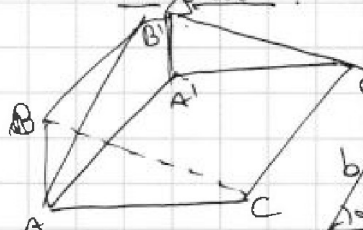
7
☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.

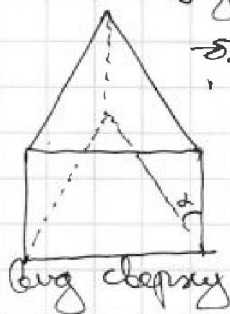


Боковые грани призмы - параллелограммы $\Rightarrow$ в каждой из них площадь вычисляется как

$ab \sin \alpha$, где a - длина стороны основания, b - длина боковой

сторона, α - угол между соответствующими боковой стороной и основанием. Заметим, что в двух гранях площадь равна $\Rightarrow$ равны также углы $\Rightarrow$ призма симметрична $\Rightarrow$ третья грань с площадью 5 - прямоугольник $\Rightarrow$ $ab = 5$

$\Rightarrow ab \sin \alpha = 5 \sin \alpha = b \Rightarrow \sin \alpha$



1)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$|y+2|+2|y-18|=\sqrt{400-z^2}$$

$$y \in (-\infty; -2] \quad -y-2-2y+36=-3y+34=\sqrt{400-z^2}$$

$$y \in (-2; 18) \quad y+2-2y+36=-y+38=\sqrt{400-z^2}$$

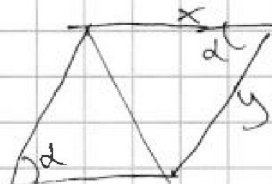
$$y \in [18; +\infty) \quad 3y-34=\sqrt{400-z^2}$$

$$y \in (-\infty; -2] \quad 3y^2-204y+1159=400-z^2$$

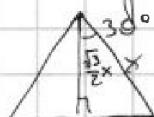
$$y \in (-2; 18) \quad y^2-76y+1444=400-z^2$$

$$y \in [18; +\infty) \quad 3y^2-204y+1159=400-z^2$$

$$\sqrt{x+6}-\sqrt{3-x-2z}+7=2\sqrt{y-3x-x^2+z}$$



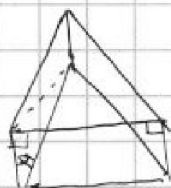
$xy \sin \alpha \Rightarrow$ площадь равна
пропорциональна $\sin \alpha \Rightarrow$ площадь
треугольника



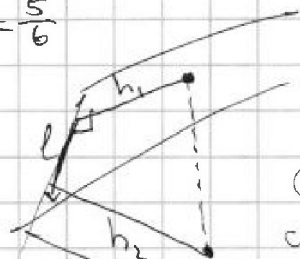
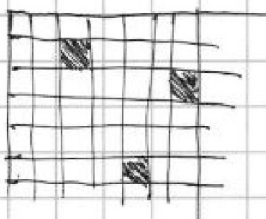
$$\frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{\sqrt{3} x^2}{4} = 4 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{16}{\sqrt{3}}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$xy = 5 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{3}} y = 5 \Rightarrow y = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6}$$



$$(25 \times 6) \times 20 = 3000$$



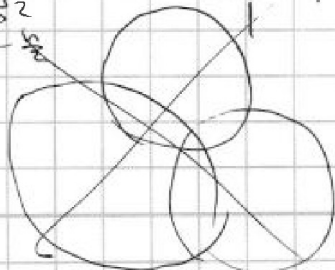
$$L = \sqrt{h_1^2 + h_2^2 + l^2 - 2h_1h_2 \cos \varphi}$$

Способом получить центральный
симметрично: $\frac{(500 \cdot 100)}{2} = 25000$

$$\Rightarrow C_n^4$$

$$\text{каждой своей симметрии} \\ C_n^4 \quad 3C_n^4 - 2C_n^2 = 3 \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}$$

Способом получить все симметрии
одновременно: C_n^2



$$3 \cdot \frac{n!}{4!(n-4)!} - \frac{2(\frac{n!}{2!(n-2)!})}{2!(n-2)!}$$

$$= 5C_6^3$$

уравнение

где ось = центральный
ось + центр = вторая ось



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Числовые

$$a, ad, \dots, a \cdot d^2, \dots, a \cdot d^n, \dots, a \cdot d^{17}$$

$$a \cdot d^2 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a \cdot d^n = 2-x$$

$$a \cdot d^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = \frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{(3x+2)^2} = \frac{a \cdot d^2}{(3x+2)^2}$$

$$d^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$d^4 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

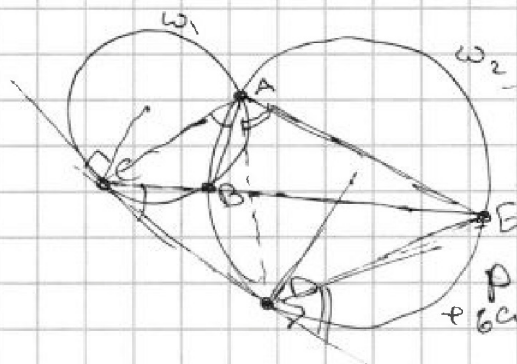
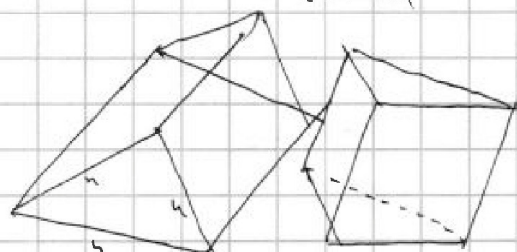
$$d^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$3x+2 \geq 0$$

$$25x+34 \geq 0$$

$$\sqrt{25x+34} \geq 2-x$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}} = 2-x \Leftrightarrow$$



$$\begin{aligned} p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 &= 0 \\ p(\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x) + 6(\cos^2 x - \sin^2 x) + \\ + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(\cos^3 x - \cos x \sin^2 x - 2 \sin^2 x \cos x) + \\ + 6 \cos^2 x - 6 \sin^2 x + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 &= 0 \end{aligned}$$

$$p(\cos^3 x - \cos x(1-\cos^2 x) - 2(1-\cos^2 x) \cos x) + 6 \cos^2 x - 6(1-\cos^2 x) + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$p \cos^3 x - p \cos x + p \cos^3 x - 2p \cos^3 x + 2p \cos^3 x + 6 \cos^2 x - 6 + 6 \cos^2 x + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$\cos^2 x(p+p+2p) + \cos^2 x(6+6) - \cos x(-p-2p+3p+12) - 6+10 = 0$$

$$4p \cos^2 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0 \Leftrightarrow p \cos^2 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$(t+1)^3 + p-1 = 0$$

$$(t+1)^3 = (1-p)t^3$$

$$\left(\frac{t+1}{t}\right)^3 = 1-p \Leftrightarrow \left(1+\frac{1}{t}\right)^3 = 1-p \Leftrightarrow \frac{1}{t} = \sqrt[3]{1-p} - 1$$

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$$

$$\begin{aligned} \frac{-3 \pm \sqrt{9+4 \cdot 900}}{2} \\ = \frac{-3 \pm \sqrt{3609}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3609}{36} &= 99.97 \\ \frac{3609}{36} &= 99.97 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3969}{36} &= 109.97 \\ \frac{3969}{36} &= 109.97 \end{aligned}$$