



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^6 = x+4$$

$$(x+4) \cdot q^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

где q — знаменатель геометрической прогрессии.

Переносим в систему

$$q^8 \cdot \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot (x+4) = (x+4) \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\begin{cases} \text{ОДЗ:} \\ x \geq -\frac{6}{15} \\ x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{6}{15}) \cup (3; \infty)$$

$$\sqrt{15x+6} \cdot (x+4) \left(q^8 \sqrt{\frac{1}{(x-3)^3}} - \sqrt{(x-3)} \right) = 0 \Rightarrow x > 3$$

$\Rightarrow q^8 = (x-3)^2$ подставим во второе уравнение системы

и найдем x :
$$(x+4) \sqrt{(x-3)} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\sqrt{-x+3} \cdot (x+4) - \sqrt{(15x+6)} = 0 \quad - \text{ } \emptyset \quad (x < 3)$$

$$\sqrt{(x-3)} \cdot (x+4) - \sqrt{(15x+6)} = 0$$

$$\begin{cases} x=3 \\ (x+4)^2 = 15x+6 \\ x=3 \\ (x+4)^2 = -15x-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ (x+4)^2 = 15x+6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=2 \\ x=5 \end{cases}$$

Ответ: 5.



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3x^2} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2} & (1) \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{25-x^2} & (2) \end{cases}$$

2) $y \leq 20$: левая часть : $-3y + 90 \Rightarrow$ убывает левая?

$y \in (20; 35)$: левая часть $-y + 15 \Rightarrow$ убывает левая?

$y \geq 35$: левая часть : $3y - 90 \Rightarrow$ левая часть возрастает $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ минимальное значение левой части достигается

в $y = 35$, т.к. это точка экстремума. $\Rightarrow$ минимум

левой части равен $|35-20| + 2|35-35| = 15$.

Теперь рассмотрим максимум правой части :

это просто вершина параболы под корнем $\Rightarrow$ максимум правой части равен $\sqrt{25-0} = 15 \Rightarrow$ равенство может

быть только когда обе части равны 15 $\Rightarrow y = 35, x = 0$

$$(1) \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3x^2} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

Пусть $\sqrt{5-x-3x^2} = \frac{m}{2}$, $\sqrt{x+7} = \frac{t}{2}$, тогда.

$$\begin{cases} t - m + 6 - 2 \cdot \frac{t}{2} = 0 \\ t^2 + m^2 = 12 \end{cases}$$

Сложим два уравн.

$$(t+m)(t-m) + (t-m) \cdot 6 = 0$$

$$2t-m-16=15 \Leftrightarrow 2t-m \in \emptyset$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Данное: $\emptyset$

ОДЗ: $x \in [-7; 5]$

$$D_{(t-m)} = 1 + 24 - 25$$

$$t-m = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$\begin{cases} t-m = -3 \\ t-m = 2 \end{cases}$$

Обратим: $\sqrt{5-x} - \sqrt{x+7} = -3$ $\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3 \quad ||) \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2 \end{cases}$

1) $\sqrt{x+7} + 6\sqrt{x+7} = 5-x$

$$6\sqrt{x+7} = -2x-11 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 36x + 36 \cdot 7 = 4x^2 + 44x + 121 \\ x < -\frac{11}{2} \end{cases}$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0$$

$$D = 64 + 4 \cdot 4 \cdot 131 = 2096 + 64 = 2160$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{2160}}{8}$$

$$x = \frac{-8 + \sqrt{2160}}{8}$$

$$\frac{-8 - \sqrt{2160}}{8} < -7$$

$$\sqrt{2160} > 46$$

2) $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2$

$$x+7 = 4 + 2\sqrt{5-x} + 5-x$$

$$2x-2 = 4\sqrt{5-x}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} t-m+6-2+m=0 \\ t^2+m^2=2 \end{cases}$$

$$x^2+2x-35=(x+7)(x-5)$$

$$(t-m) + (t-m)^2 + 6 = 2$$

$$t-m = w$$

$$w^2 + w + 4 = 0$$

$$D = 1 - 16$$

$$w = t - m$$

$$x-1 = 2\sqrt{5-x}$$

$$x^2 - 2x + 1 - 10 + 2x = 0$$

$$x = \pm 3$$

Ответ

$$\text{Ответ: } \pm 3; \quad - \frac{8 + \sqrt{160}}{8}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^3 \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$8 \cos^3 x - 4 \cos x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 - p = 0$$

$$3 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 2 \cos x + 3 - p = 0$$

Пусть $\cos x = t$, $|t| \leq 1$,

$$3t^3 - 6t^2 + 2t + 3 - p = 0. \quad f(t) = 3t^3 - 6t^2 + 2t + 3 - p$$

$$f'(t) = 9t^2 - 12t + 2 = 0$$

$$D = 144 - 72 = 72$$

$$t = \frac{12 \pm \sqrt{72}}{18}$$

$$\frac{12 + \sqrt{72}}{18} > 1, \quad 1 > \frac{12 - \sqrt{72}}{18} > -1$$

$$-1 < t < \frac{1}{2} \quad (-1 < t < \frac{12 - \sqrt{72}}{18})$$

Левая часть возрастает при $|t| < \frac{1}{2}$, тогда при $t = -1$

$$p = -8, \quad \text{а при } t = 1 \quad p = 2$$

Значит $p \in [-8; 2]$

Пусть $p = -8$, тогда

$$(-t+1)(3t^2-9t+5) \quad (t+1)(3t^2-9t-11) = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{9 \pm \sqrt{132}}{6} \\ t = \frac{9 - \sqrt{132}}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{9 - \sqrt{132}}{6} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = \pi + 2\pi k \\ x = \pm \arccos\left(\frac{9 - \sqrt{132}}{6}\right) + 2\pi k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $p = 2$

$$(1-1)(3t^2-3t+1) = 0.$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{3+\sqrt{21}}{6} \\ t = \frac{3-\sqrt{21}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{3-\sqrt{21}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{3-\sqrt{21}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\pi n \\ x = \pm \arccos\left(\frac{3-\sqrt{21}}{6}\right) + 2\pi n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2\pi n \\ x = \pm \arccos\left(\frac{3-\sqrt{21}}{6}\right) + 2\pi n \end{cases}, n \in \mathbb{Z}.$$

Пусть $p \in (-8; 2)$: $x \in (-\pi + 2\pi m; -2\pi) \cup (0 + 2\pi m; \pi + 2\pi m)$,

$m \in \mathbb{Z}$

Объем. $p = -8$: $\begin{cases} x = \pi + 2\pi k \\ x = \arccos\left(\frac{4-\sqrt{132}}{18}\right) \end{cases}$; $p = 2$: $\begin{cases} x = 2\pi n \\ x = \pm \arccos\left(\frac{3-\sqrt{21}}{6}\right) \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 2\pi n \\ x = \pm \arccos\left(\frac{3-\sqrt{21}}{6}\right) + 2\pi n \end{cases}; p \in (-8; 2): x \in (2\pi k; \pi + 2\pi m),$$

где $k, m, n \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) 5 клеток выбрать. 7 клеток так чтобы они были симметричны относительно центра, достаточно выбрать 4 клетки и расположить их в одной из половин прямоугольника. Это можно сделать C_{1500}^4 способами.

2) 6 клеток выбрать. 8 клеток так чтобы они были симметричны относительно средней линии данного прямоугольника, достаточно выбрать 4 точки и расположить их в одной из половин прямоугольника. Это можно сделать:

$2 \cdot C_{1500}^4$

Таким образом мы посчитали несколько раз те случаи, когда мы расположили клетки симметрично в средней линии и тем самым еще и центра. Таких способов сделать это C_{7500}^2 . Т.к мы для 2 клеток относительно закрашенных клеток относительно 2 средних линий одновременно выбираем еще 6 клеток. Тогда всего будет: $3 \cdot C_{1500}^4 + 2 \cdot C_{7500}^2$

Ответ: $\frac{3 \cdot 15000!}{4! \cdot 14996!} + 2 \cdot \frac{7500!}{2! \cdot 7498! \cdot 2!}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$(a-c)(b-c) = p^2$, где p — простое число. Такое может быть если $(a-c) = (b-c)$ или $(a-c) = p^2, (b-c) = 1$ или $(a-c) = -p^2, (b-c) = -1$ или $(a-c) = -1, (b-c) = -p^2$ или $-(a-c) = -(b-c)$.

1) $(a-c) = (b-c)$ 2) $-(a-c) = -(b-c)$

$a = b$?!

$a = b$?!

3) Пусть $\begin{cases} (a-c) = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c + p^2 \\ b = 1 + c \end{cases}$

$a-b \div 3 \Rightarrow c + p^2 - 1 - c \div 3 \Rightarrow p^2 - 1 \div 3$

p

Квадрат любого числа дает остаток 0 или 1 при делении на 3, тогда $p^2 \div 3 \Rightarrow p \div 3 \Rightarrow$

$\begin{cases} a = c + 9 \\ b = 1 + c \\ a + b^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$

$b^2 + b - 812 = 0$.

По теореме Виета $\begin{cases} b = -29 \\ b = 28 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} a = 37 - 21 \\ b = -29 \\ a = 26 \\ b = 28 \end{cases}$

$(-21; -29; 30) \cup (36; 28; 27)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4) (a-c) = -p^2 \\ (b-c) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c - p^2 \\ b = c - 1 \end{cases} \quad a-b/3 \Rightarrow 1-p^2/3 \Rightarrow$$

аналогично с 3 пунктом
 $p^2 : 3 \Rightarrow p = 3$

$$\begin{cases} a = c - 9 \\ b = c - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = -8 \end{cases} \quad ?! (a > b)$$

$$\begin{cases} 5) (a-c) = -1 \\ (b-c) = -p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c - p^2 \\ b = c - p^2 \end{cases} \quad a-b/3 \Rightarrow 1-p^2/3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow p^2 : 3 \Rightarrow$ аналогично с 3 пунктом $p = 3$

$$\begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - 9 \\ a + b^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 820 \end{cases} \Rightarrow b^2 + b - 812 = 0$$

по Т. Виета $\begin{cases} b = -29 \\ b = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 36 \\ b = 28 \\ a = -21 \\ b = -29 \end{cases}$

$$(36; 28; 37) \text{ и } (-21; -29; -20)$$

Ответ: $(36; 28; 37); (-21; -29; -20); (36; 28; 37); (-21; -29; 30)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-2^2} \end{cases}$$

LHS: $20-y+70-2y = 90-3y \quad y < 20$

$$x^2+2x-35=0$$

$$(x+7)(x-5)$$

$$\min(LHS) = 15$$

$$(x+7)(x-5)$$

$$\max RHS = 15$$

$$\Rightarrow y=35 \quad z=0$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$x \geq -7$$

$$x \leq 5$$

$$\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$* 5 + x + (x+7) + 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4\sqrt{(35-2x-x^2)} - 48\sqrt{35-2x-x^2} + 36$$

$$(x+7) - (x-7)(x-5)$$

$$\sqrt{(x-5)} \sqrt{5-x} (\sqrt{-(x-7)+1}) = 6 + \sqrt{x+7}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(5-x)(x+7)}$$

$$t = m + 6 = 2 + m$$

$$t = m + 6 = 2 + m$$

$$\sqrt{t} + \sqrt{m} = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = b.$$

$$a - b \neq 3.$$

$$(a - c)(b - c) = p^2.$$

$$a + b^2 = 820.$$

$$p^2 - 1 \neq 3.$$

$$p^2 \equiv 0/1 \Rightarrow p^2 : 3 \Rightarrow p = 3.$$

$$\begin{cases} a - c = 9. \\ b - c = 1. \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$$

$$b + 8 + b^2 - 820 = 0.$$

$$3(z + 2) - (x + 1), p = 1 + 4 \cdot 812 = 3249$$

$$-(x + 1)^2 + y + (z + 2) - 1, b = \frac{-1 \pm 3 \cdot 19}{2} = \begin{bmatrix} -29 \\ 28 \end{bmatrix}$$

$$3(y + 5) = \sqrt{225 - 2^2}$$

$$9(y + 5)^2 = 225 - 2^2$$

$$3(y + (3y + 5 - 15))(3y + 5 + 15) = 2^2.$$

$$(3y - 10)(3y + 20) = 2^2.$$

$$9y^2 + 30y - 200 = 2^2.$$

$$\frac{1805 \pm \sqrt{1805^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-200)}}{2 \cdot 9}$$

$$\frac{1805 \pm \sqrt{1805^2 - 7200}}{18}$$

$$(a - c)(a - b) = p^2$$

$$Q_1, Q_2$$

$$(a - c) = 1$$

$$(b - c) = -1$$

$$(a - b) = p^2$$

$$(a - b) = -p^2$$

$$a = b + p^2$$

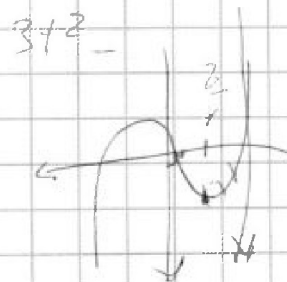
$$b = 1 + p^2$$

$$-p^2 + 1 \neq 3, p^2 \equiv 0 \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{array}{r} \times 812 \\ 9 \\ \hline 3248 \end{array}$$

$$3249 = 3^2 \cdot 19^2$$

$$\begin{array}{r} 3 + 3 - 6 + 2 + 1 \quad | \quad t - 1 \\ 3t^2 - 3t^2 \\ - 3t^2 + 2t \\ - 3t^2 + 3t \\ \hline -t + 1 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^6 = y+4$$
$$(y+4)q^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$15x+6 = (y+4)^2$$

$$y^2 + 8y + 4 - 15x - 6 = 0$$

$$x^2 - 7x - 2 = 0$$

$$y = \frac{7 \pm \sqrt{55}}{2}$$

$$(t+1)(3t^2 - 9t - 5)$$

$$x = 81 - 60 = 21$$

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{6}$$

$$q^8 \sqrt{\frac{1}{(x-3)^4}} = 1$$

$$q^8 = (x-3)^2$$

$$q^2 = \sqrt{(x-3)}$$

$$q^6 = \sqrt{(x-3)^3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$$

$$b_{10} = x+4$$

$$b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$b_{12} \cdot b_4 = \sqrt{\frac{(15x+6)^2}{(x-3)^3}}$$

$$b_4 \cdot \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} \cdot q^6 = x+4$$

$$(x+4) \cdot q^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos^3 x + 6 \cos x = 6 \cos^3 x - 1 + p$$

$$3 \cos^3 x + 6 \cos^3 x - 10 \cos x - 1 + p = 0$$

$$\sqrt{\frac{(15x+6)}{(x-3)^2}} \cdot q^8 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{1}{(x-3)} \cdot q^8 = \sqrt{(x-3)}$$

$$q^8 = \sqrt{(x-3)^3}$$

$$q = \sqrt[16]{(x-3)^3}$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} \cdot \sqrt[16]{(x-3)^{18}} = x+4$$

$$(x+4) \cdot \sqrt[8]{(x-3)^3} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{15}{2\sqrt{15x+6}} \cdot \frac{2(x-3)}{8\sqrt[4]{(x-3)^4}} - 1 = \sqrt[4]{15x+6} \cdot \sqrt[8]{(x-3)^2} = x+4$$

$$(x+4) = \frac{\sqrt[4]{(15x+6)^4(x-3)^4}}{(x-3)^3}$$

$$x=2$$

$$\frac{15}{2\sqrt{15x+6}} \cdot \frac{1}{4\sqrt[4]{(x-3)^3}} - 1 > 0$$

$$15 - 8 \cdot \sqrt{(15x+6)^2(x-3)}$$

$$225 = 64$$

$$15^4 = 8^4 \cdot (15x+6)^2 \cdot (x-3)$$

$$15$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$15^4 \cdot 8^4 \cdot (225x^2 + 180x + 36) \cdot (x-3) = 15^4$$

$$\sqrt{15x+6} \cdot \sqrt[4]{(x-3)} - x - 4 = 0$$

$$\frac{15}{2\sqrt{15x+6}} \cdot \frac{1}{4\sqrt[4]{(x-3)^3}} - 1 = 0$$

$$\frac{15}{16 \cdot (15x+6)^2} \cdot \frac{1}{256(x-3)^3} = 16$$

$$15 - 16(15x+6)^2 \cdot 16(x-3)^3 = 0$$

$$\sqrt{15x+6} \cdot \sqrt[4]{x-3} = x+4$$

$$(15x+6)^2 \cdot (x-3) = (x+4)^4$$

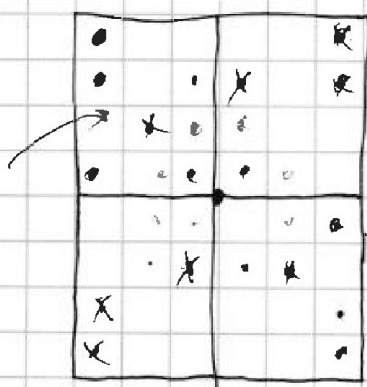
$$225x^3 + 180x^2 + 36x - 675x^2 - 540x - 108 = x^4 + 4x^4 + 4x^3 + 6x^2$$

$$6x^2$$

$$+ C_{24}^4$$

$$+ C_{24}^4$$

$$+ C_{46}^4$$



средств.

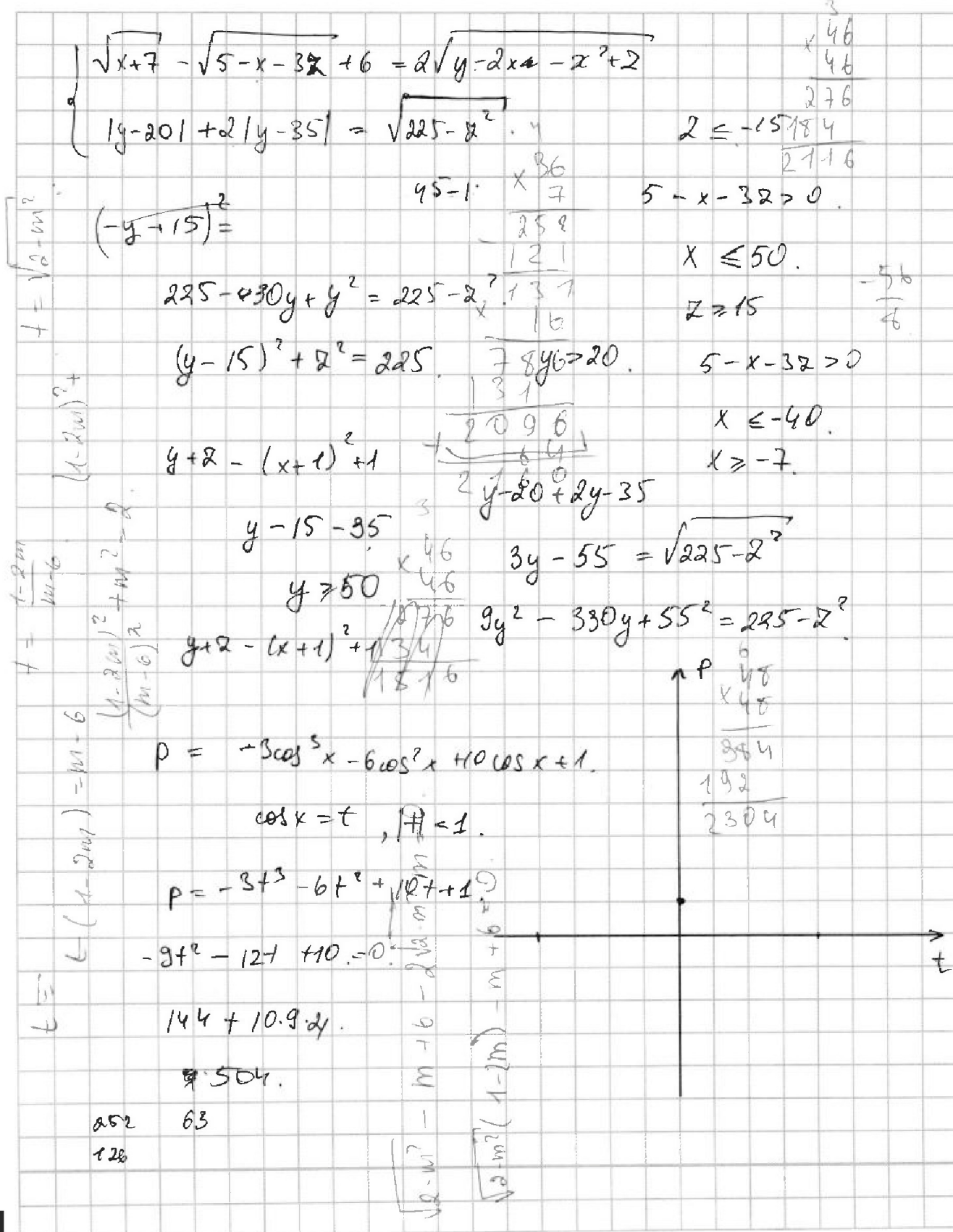
центр.

$$\frac{48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45}{4!}$$



или не может

каждою вместе все случаи когда





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2\cos 2x \cos x + 5\cos x - 3\cos 2x = p.$$

$$3\cos^3 x - 4\cos x + 6\cos x - 6\cos^3 x + 3 - p = 0.$$

$$3\cos^3 x + 2\cos x - 6\cos^3 x + 3 - p = 0.$$

$$-3t^3 + 2t + 3 - p$$

$$3t^3 - 6t^2 + 2t + 3 - p = 0. \quad |t| \leq 1, \quad f(x) \nearrow$$

$$p=5 \quad \cos x = -1$$

$$t=-1: -3 - 6 - 2 + 3 - p = 0.$$

$$t=1: 3 - 6 + 2 + 3 - p = 0$$

$$p=2 \quad \cos x = 1$$

$$p \in [-8; 2]$$

$$1). \quad p^2 = p \cdot p. \Rightarrow (a-c) = p, (b-c) = p.$$

$$(a-c) = (b-c).$$

$$6 \quad (a; b; c).$$

$$a > b.$$

$$a - b \not\equiv 3.$$

$$(a-c)(b-c) = p^2.$$

$$a + b^2 = 80.$$

$$c + 1 - c - p^2 \not\equiv 3.$$

$$p^2 - 1 \not\equiv 3. \Rightarrow$$

$$= p : 3. \Rightarrow p = 3.$$

$$\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & \end{array}$$

$$\begin{cases} a-c=9 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow a+b=10 \quad a-b=8.$$

$$8+b+b^2=820$$

$$b^2+b-812=0.$$

$$a=b. \quad ?$$

$$2) \quad p^2 = p^2 \cdot 1.$$

$$(a-c) = p^2 \quad 1083$$

$$(b-c) = 1. \quad 361$$

$$b = c + 1.$$

$$a = c + p^2.$$

$$a = 8+b.$$

$$\begin{array}{r} \times 812 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

$$3248$$

$$3249.$$

$$\begin{array}{r} \times 57 \\ 57 \\ \hline 329 \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 47 \\ 47 \\ \hline 329 \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 255 \\ 3909 \end{array}$$