



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 710$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$\text{по условию } a_7 = b_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, a_9 = b_1 \cdot q^8 = x+3$$

$$a_{15} = b_1 \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}, \text{ тогда } a_7 \cdot a_9 : a_{15} = \frac{b_1^2 \cdot q^{14}}{b_1 \cdot q^{14}} = b_1$$

$$\text{н. л. } a_7 = b_1 = \frac{\sqrt{(25x-9) \cdot (x-6)} \cdot x+3}{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}} = (x+3)(x-6)^2 \Rightarrow$$

$$b_1 = (x+3)(x-6)^2, \text{ т.к. } b_9 = b_1 \cdot q^8 = x+3 \Rightarrow q^8 = \sqrt[4]{\frac{x+3}{x-6}} = q$$

$$\text{тогда } b_9 = b_7 \cdot q^2 = \sqrt{(25x-9) \cdot (x-6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-6}} = \sqrt{25x-9} = x+3$$

\Rightarrow ненулевое значение x , которое подходит ~~избавившись~~

$$\Rightarrow 25x-9 = x^2 + 9 + 6x \quad x^2 - 19x + 18 = 0 \quad (x-1)(x-18) = 0 \Rightarrow$$

Множ $x=1$, т.к. $x=18$. $x=1$ не подходит в ОДЗ, т.к.

$(25x-9)(x-6) < 0$ при корне $x=1$. $x=18$ подходит, т.к.

он входит в ОДЗ и при подстановке не приводит к

мним операции у нас ничего не получилось и

не делится на член при $x=18$.

$$q = \frac{1}{\sqrt[4]{12}}, a_9 = 21, a_7 = 21 \cdot \sqrt[4]{12}, a_{15} = \frac{21}{(\sqrt[4]{12})^3} \Rightarrow$$

$x=18$ подходит, остальные корни нет

Ответ: $x=18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

Первое уравнение: $|y+4| + 4|y-5|$ - расстояние от y до точки -4 + 4·расстояние до точки 5 . Значит, что $|y+4| + |y-5| \stackrel{=}{\geq} 9$ (при $y \in [-4; 5]$), $|y+4| + |y-5| > 9$ при $y \notin [-4; 5]$. В данном случае $\sqrt{y^2 - z^2} \leq 9 \Rightarrow |y+4| + 4|y-5| \geq |y+4| + |y-5| \geq 9 \Rightarrow$ получаем, что

$|y+4| + 4|y-5| = 9$, все неравенства движутся равносильно

$\Rightarrow |y-5| = 0 \Rightarrow y=5$ и $z=0$ - единственные линейные
погодки, остальные $(y, z) \neq (5, 0)$ нет. Первое уравнение:

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} = 2\sqrt{(x+5)(7-x)} \quad 0.83; x \in [-5, 7]$$

$$5 - 2\sqrt{(7-x)(x+5)} = 4(x+5)(7-x) + 16 - 16\sqrt{(x+5)(7-x)}$$

$$\text{или } \sqrt{(7-x)(x+5)} \geq 0 \Rightarrow 4x^2 - 14x + 10 = 0 \Rightarrow$$

$$a = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 160}}{8} = \frac{14 \pm 6}{8} = 1 \text{ и } \frac{5}{2}$$

$$1) 5 - 4x - x^2 = 1 \Rightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2},$$

одна корень лежит в отрезке $[-5; 7]$

$$2) 5 - 4x - x^2 = \frac{25}{4} \quad x^2 + 4x + \frac{15}{4} = 0 \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+32}}{2} =$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{49}}{2}, \quad |\sqrt{49}| < 6 \Rightarrow \frac{-4 \pm \sqrt{49}}{2} \text{ лежат в ОДЗ}$$

Однако один погодок не бил эти корни:

Проверка:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{5x^2} - \sqrt{1-x^2} = 2\sqrt{5-4x-x^2} + 4$$

$$1) x = -2 + \sqrt{2} : \quad \sqrt{3+\frac{\sqrt{2}}{2}} - \sqrt{3-\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2 \cdot 1 - 4 = -2 < 0$$

$$x = -2 + \sqrt{2} \text{ не подходит}$$

$$2) x = -2 - 2\sqrt{2} : \quad \sqrt{3-\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{3-\frac{2\sqrt{2}}{2}} = 2 \cdot 1 - 4 = -2 < 0$$

$$x = -2 - 2\sqrt{2} \text{ подходит}$$

$$3) x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2} :$$

$$\sqrt{3+\frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3-\frac{\sqrt{11}}{2}} = 2 \cdot \frac{5}{2} - 4 = 1 > 0$$

$$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2} \text{ подходит}$$

$$4) x = -2 - \frac{\sqrt{11}}{2} :$$

$$\sqrt{3-\frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3+\frac{\sqrt{11}}{2}} = 2 \cdot \frac{5}{2} - 4 = 7 > 0$$

$$x = -2 - \frac{\sqrt{11}}{2} \text{ не подходит}$$

Будем подставлять $x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$ и $x = -2 - 2\sqrt{2}$

~~$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$~~ и ~~$x = -2 - 2\sqrt{2}$~~

Ответ: $x = -2\sqrt{2}, y = 5, z = 0$

$$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}, y = 5, z = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

обозначим $\cos x = y$, тогда

$$P \cdot (4y^3 - 3y) + 3(P+4)y = 12y^2 - 6 + 10$$

$$\cancel{4Py^3} + \cancel{12y} = 12y^2 + 4 \quad 4Py^3 + 12y = 12y^2 + 4$$

$$4Py^3 = 12y^2 - 12y + 4 = 12\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 \text{ на промежутке от}$$

$[-1; 1]$ делятсь на 2 части: одна из которых пересекает ось x ; сразу становится ясно

$$(P \neq 0), \text{ т.к. } 0 \neq 12\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$$

вторая не пересекает ось x :

$$y = 12\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 4P \cos^3 x$$

1) $P > 0$ при увеличении P

двигается вправо первоначальная кривая

$$y = 4P \cos^3 x \text{ с графиком}$$

$$y = 12\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 \text{ симметричные}$$

вправо (переворот кривой, движущийся вправо вправо)

$\Rightarrow \min P > 0$ получится, когда пересечение в точке 1:

наибольшее

$$y = 4P = 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 4 \Rightarrow P \geq 1 \text{ подходит}$$

2) $P < 0$: $y = n(\cos x - \frac{1}{2})^2 + 1$ виляет симметрично:

при уменьшении P он $\rightarrow -\infty$

двигается влево вправо

пересекаясь симметрично

вправо $\rightarrow 0 \Rightarrow$ наибольшее

$$y = 4 \cos^3 x \cdot P \text{ макс } P < 0 \text{ при пересечении с}$$

графиком в точке -1 наименьшее:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = -4p = 12 \left(-1 - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 12 \cdot \frac{9}{4} + 1 = 28 \Rightarrow$$

при $p \leq -7$ решения будут на промежутке $[-1; 0]$

при $p \geq 1$ решения будут на промежутке $[0; 1]$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1, +\infty)$



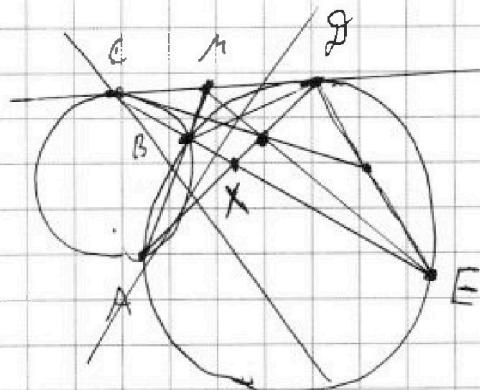
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

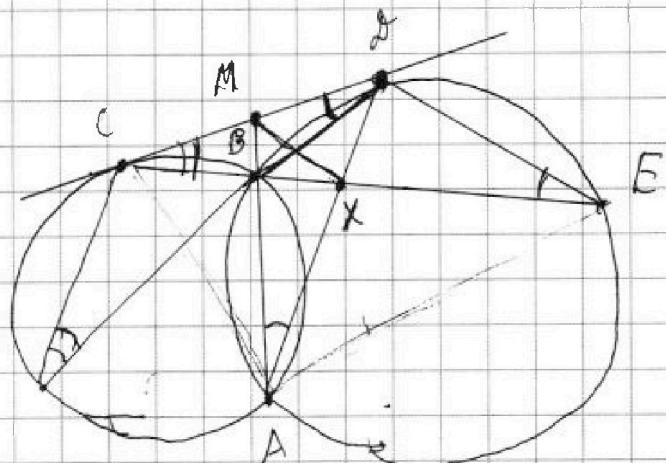
Задача 4



$$AD \cdot CE = CB \cdot CE = 2:5$$

$$CM^2 = MD^2 = MB \cdot MA \Rightarrow$$

($M = MD$ (стенка почки М))



Изображение

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{CD^2}{CB} = \frac{CE}{CD}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 из 2

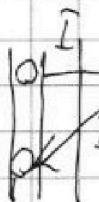
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение C_1 - как-то сподобил боярки раскраску, синеву которую она боярка не любит \rightarrow и C_{20000} - (в другой пальчике боярка уже красила и отравила). C_2 - как-то сподобил боярки раскраску так, чтобы боярка синеву которую красила - не любила C_{20000} . C_3 - такие краски, когда красят синеву синеву, то любят C_{20000} (боярка в другом пальчике и ее отравила).

Но цветовая раскраска повторяется.

Люблю: если раскраска вложена в C_1 и в C_2 ; в C_1 и в C_3 ,
или в C_2 и в C_3 , то она вложена во все C_1, C_2 и C_3 .

1) если в C_1 и в C_2 , то понятно, что синеву которую она боярка красила и отравила ужас чистую.

2) если в C_1 и в C_3 : 
если в C_1 и в C_3 : если в краски красила боярка и отравила

то она боярка красила и отравила синеву которую, которую красила боярка вложила

3) аналогично п.2.

Таким образом получаем C_4 , потому что любой смесь красок будет $C_1+C_2+C_3 = 2C_4$.

Найдем C_4 : боярка красила синеву краской краской, красила в пальчики 2 краски и делала синеву отравленную горизонтально + отравленную вертикально



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

также бриллиантов C_{10000}^2 . В итоге получим under

$C_1 + C_2 + C_3 - 2C_4 \in$ возможен (из 3 пересечений),
также получим первые оты бриллиантов одного цвета
вертикаль + горизонт оты шахта + (один цвет))

$$= 3 C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2$$

$$\text{Ответ: } 3 C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

нк. $a \neq b$, тк $a - c = -p^2 < -1 = b - c$, ибо

$a - c = 1 < p^2 = b - c$. Т.к., $(b - c) - (a - c) = b - a = p^2 - 1 \neq 3$

но вид решения либо 1 либо 2 (одинак.) получилось \Rightarrow

$p^2 - 1$ при $p \neq 3$ делится на 3 $\Rightarrow p = 3$ единственный
ибо, кроме пускания $\Rightarrow \begin{cases} a - c = -9, b - c = -1 \\ a - c = 1, b - c = 9 \end{cases}$

1) если $a - c = -9, b - c = -1$, тк $a = b - 8 \Rightarrow b = a + 8$

2) если $a - c = 1, b - c = 9$, тк $a = b - 8 \Rightarrow b = a + 8$

$$a^2 + b^2 = a^2 + a + 8^2 = 710 \Rightarrow a^2 + a - 702 = 0 \Rightarrow$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 702}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2809}}{2} = \frac{-1 \pm 53}{2} = 26; -27$$

при $a = 26 b = 34, c = 25$, ибо $c = 35$,

при $a = -27 b = -19, c = -28$, ибо $c = -18$

Числов.

Отвѣт: $(26; 34; 25); (26; 34; 35); (-27; -19; -28)$ и
 $(-27; -19; -18)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

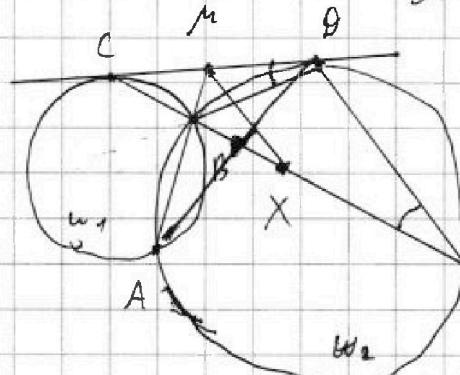
Видел ~~всевозможные варианты, отложившие вертикали:~~
~~таки нужно в левой половине фигуры 4 линии,~~
~~одинаковые и разные.~~ Всего таких способов $C_{50 \cdot 400}^4 =$
 $\approx C_{20000}^4$. Видел ~~всевозможные варианты~~ ~~сам.~~
~~Однако если~~ ~~также~~ ~~и~~ ~~одной~~ ~~половине,~~ ~~и~~ ~~этот~~ ~~вариант~~, ~~получим~~
 $C_{200 \cdot 200}^4 = C_{20000}^4$. Но ~~этот~~ ~~2~~ ~~варианта~~ ~~переписаны~~:
~~если~~ ~~перестан~~ ~~имеющийся~~ ~~одинаковые~~
~~вертикали~~ ~~и~~ ~~горизонтали~~, ~~то~~ ~~это~~ ~~однократно~~
~~переписанное~~ $\Rightarrow C_{20000}^4 + C_{20000}^4 - \text{Эти раскраски}$,
~~когда~~ ~~имеющиеся~~ ~~одинаковые~~ ~~горизонтали~~+
+ ~~много~~ ~~вертикали~~ + $2 \cdot (\text{однократно сам})$, т.к.
~~однократные~~ ~~имеющиеся~~ ~~раскраски~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4

Пусть $AB \perp CD = l$, тогда

$$MC^2 = MB \cdot AM = MD^2 \quad (\text{степень параболы})$$

$$\Rightarrow MC = MD.$$

$$CB = \frac{2}{7} CE.$$

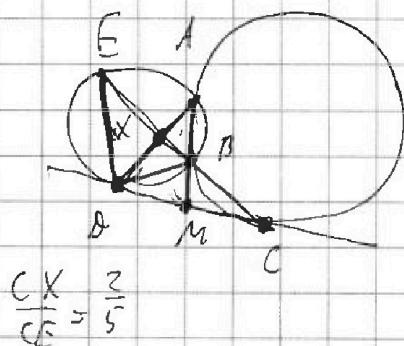
$$CD^2 = CB \cdot CE - \text{свойство параболы (для } w_2)$$

$$CD^2 = \frac{2}{7} CE^2 \Rightarrow CD = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

и $\triangle CDB \sim \triangle CDE$ по углам ($\angle CDB = \angle CED$ как
углы между прямой и касательной), в том числе

$$\Rightarrow \frac{CB}{BD} = \frac{CD}{DE}. \text{ Определим } X - \text{середина } CE, \text{ тогда}$$

$$MX \parallel DE \Rightarrow MX = \frac{DE}{2}, \angle CXM = \angle CED = \angle CDB$$



$$\frac{CX}{CE} = \frac{2}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

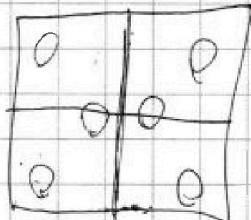
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



400000
200000

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6_1 \cdot q^6, 6_1 \cdot q^8, 6_1 \cdot q^{14}$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{2+2\sqrt{2}} = 2$$

$$6_1 \cdot q^{12} = \frac{25x-9}{x-6}$$

$$p(4x^3 - 3x) + 3(p+4)x = 12x^2 - 6 + 10$$

$$6_1 \cdot q^6 \cdot 6_1 \cdot q^8 = 6_1 \cdot q^{14}$$

$$4px^3 + 9px = 12x^2 + 4 \quad 6+2-4=4$$

$$6_1 = \frac{a_7 \cdot a_9}{a_{15}} = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot (x+3)}{\sqrt{(25x-9)}} \quad \begin{matrix} 28 \\ 25 \end{matrix}$$

$$q^8 = \frac{1}{(2x-6)^2} \quad q = \sqrt[4]{\frac{1}{x-6}}$$

$$\begin{matrix} 16 \\ 16 \\ 96 \\ 16 \\ 256 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 256-160 \\ 96 \\ 256+200 \\ 150+12 \\ 441 \end{matrix}$$

$$25x-9 = x^2 + 6x + 9 \quad x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-1)(x-18)=0 \quad x=1 \quad x=18$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-2x^2} \quad x \in (-5; 1)$$

$$|y+4| + |4/y-5| = \sqrt{81-2^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} \quad \begin{matrix} 441 \\ 441 \end{matrix}$$

$$\sqrt{x+5} + 2\sqrt{(x+5)(1-x)} \quad a = 6+4 = 2ab \quad -5; -2 \sqrt{ab}$$

$$x+5 + 1-x - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(5-4x-x^2) + 16 - 16\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$4a^2 - 8ax + 16 = 0$$

$$\begin{matrix} x > -5 \\ x \leq 1 \end{matrix} \quad [-5; 1]$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} \geq 2\sqrt{(1-x)(5+x)} - 4$$

$$x+5 + 1-x - 2\sqrt{1-x} \cdot \sqrt{x+5} = 4(1-x)(5+x) + 16 - 16\sqrt{(1-x)(5+x)}$$

$$4a^2 - 14ax + 16 = 0 \quad a: \frac{14 \pm \sqrt{196-160}}{8} = \frac{14 \pm 6}{8}$$

$$5-4x-x^2 = 1 \quad x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\frac{5^2 - 4x - x^2}{2} = \frac{5}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 = 2 + \sqrt{26}$$

$$\sqrt{\frac{3+\sqrt{26}}{2}} + \sqrt{\frac{3-\sqrt{26}}{2}} = \frac{5}{2}$$

$$9 - 2 \cdot \left(9 - \frac{13}{2} \right) = \frac{25}{4}$$

$$3+3 = 2 \cdot$$

$$3x + 5 = -2 \pm \sqrt{\frac{71}{2}}$$

$$\sqrt{3 - \sqrt{\frac{71}{2}}} + \sqrt{3 + \sqrt{\frac{71}{2}}} = \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$$

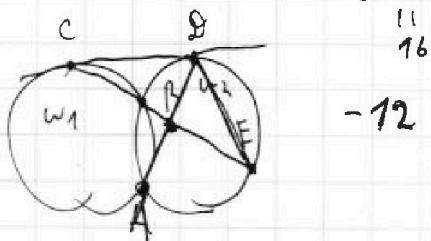
$$\sqrt{5 - 2 + \sqrt{2}} + \sqrt{3 - \sqrt{2}} = 1$$

$$p = \sqrt{(3 - \sqrt{\frac{71}{2}})(3 + \sqrt{\frac{71}{2}})} =$$

$$\sqrt{6 - 2 \cdot \frac{5}{2}}$$

$$4py^3 + 12py = 12y^2 + 4$$

$$4py^3 - 4 = 12y^2 - py \quad py^2 + 4$$



-12

$$C_{200,100}^1 \cdot C_{200,100-2}^1 \cdot C$$

$$\underbrace{C_{200,100}^1 \cdot C_{200,100-1}^1 \cdot C_{200,100-2}^1 \cdot C_{200,100-3}^1}_{4!} \cdot 50 \cdot 400 \cdot 20000$$

$\frac{1}{20000} \cdot \frac{1}{19999} \cdot \frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4!} + \frac{20000 \cdot 19996}{4!} -$

$$C_{20000}^4 + C_{20000}^4 - C_{20000}^4 = C_{20000}^4 = \frac{20000!}{19996! \cdot 4!}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{\frac{71}{2}} \quad 14y^3 - 3py + 4ps -$$

$$x + 5 = 3 - \sqrt{\frac{71}{2}}$$

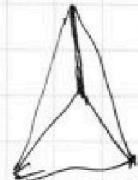
$$7-x = 3 + \sqrt{\frac{71}{2}}$$

$$9 - \frac{11}{4} \quad \frac{36-40}{4} = \frac{5}{2}$$

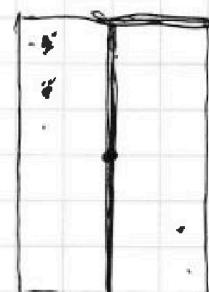
$$p(4y^3 - 3y) + 4ps + 12y = 12y^2 - 6 + ps$$

$$4py^3 + 12y = 12y^2 - 6$$

$$4py^3 = 12y^2 - 12y + 6$$



$$C_8^1 \quad C_2^1$$



$$12y^2 + 4 \quad \min = 4 \\ \max = 16$$

$$4py^3 + 12p \quad \min = 116p \\ \max = 116p$$

$$50 \cdot 400 \cdot 20000$$

$$50 \cdot 400 \cdot 20000$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

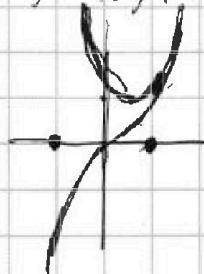
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$48y^3 + 12y = 12y^2 + 4$$

$$CD = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$$12y^2 - 12y + 4 = 12(y^2 - y + \frac{1}{4}) + 4 - 3 = 12(y - \frac{1}{2})^2 + 1$$



$$b - c = p^2 \quad a - c = 1$$

$$b - c - (a - c) = p^2 - 1 = b - a$$

получено при $(p=3)$

$$a^2 + b = 710$$

$$b - c = 9, \quad a - c = 1$$

$$\frac{BP}{CD} = \frac{MX}{CX}$$

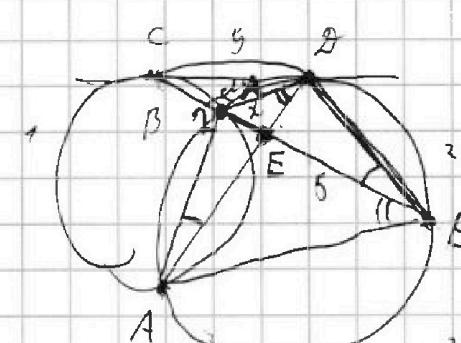
$$(a - c) = -p^2 \quad (b - c) = -1$$

$$a - c = 9 \quad b - c = -1 \quad \text{Find } =$$

$$(a - c) = 1 \quad b - c = p^2$$

$$a - c = 9 \quad b - c = 9$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ \times 33 \\ \hline 159 \\ 159 \\ \hline 165 \\ 2809 \end{array}$$



$ED : CD = ?$

$$CD = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$$BC = \frac{2}{7} CE$$

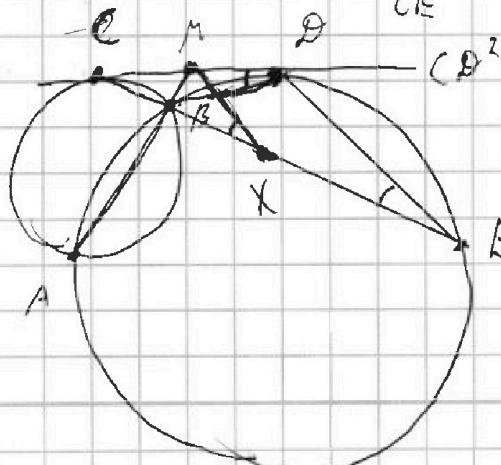
$$\frac{CD}{CE} = \frac{BC}{CD}$$

$$CD^2 = CE \cdot BC = \frac{2}{7} CE^2$$

$$CB = \frac{2}{7} CE$$

$$CD = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CX}{CB}$$



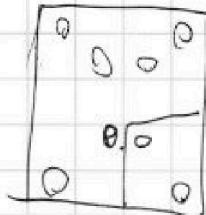


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



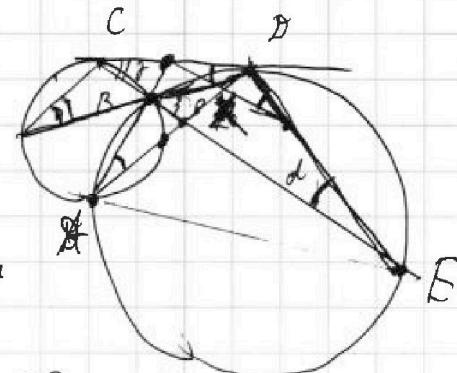
$$CB \cdot CE = \frac{2}{7} CE^2 = CA^2$$

$$CD = \sqrt{\frac{2}{7}} CE$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{\sin d}{\sin e}$$

$$\frac{CB}{BA} = \frac{CA}{DE}$$

$$\frac{CB}{BA} = \frac{CD}{DE}$$



$$\frac{CB}{\sin d} = \frac{CD}{\sin b} = \frac{BD}{\sin e}$$

$$\frac{DE}{\sin b} = \frac{BD}{\sin d}$$

$$\frac{CD}{\sin d} = \frac{DE}{\sin b}$$

$$DE = BD \cdot \sqrt{\frac{2}{7}}$$



~~2/7 CE~~

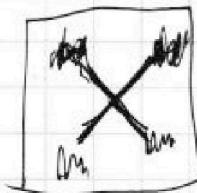
$$\frac{(2/7)CE}{\sin d} = \frac{\sqrt{2/7} CE}{\sin b}$$

$$\sin b = \sin d \cdot \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$\angle C, B, C, \sin d, \sin b$

$$CD = \sqrt{\frac{3}{7}} CE$$

$$CB = \frac{3}{7} CE$$



27.27

27

189

54

729

~~26~~
~~26~~

156

~~52~~

67

