



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1 $b_1, b_2, \dots, b_{15}, b_{16}, b_{17}, b_{18}$ - члены арифметической прогрессии, q - коэффициент прогрессии
 $b_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}} \Rightarrow x \neq -1$ Если $b_1 = 0$, то $b_{15} \neq 0$, что невозможно $\Rightarrow b_1 \neq 0$
 $b_{15} = 5 - x \Rightarrow b_{15} \neq 0 \Rightarrow q \neq 0$

$$b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \text{ Тогда}$$

$$b_1 \cdot q^8 = b_{15}, \text{ т.е. } \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}} \cdot q^8 = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$q^8 = (x+1)^2. \text{ Т.к. } 13x-35 > 0$$

1. $x < -1$: $q^2 = \sqrt{-(x+1)}$

$$b_{15} \cdot q^2 = b_{15}, \text{ т.е. } (5-x) \sqrt{-(x+1)} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\sqrt{-(x+1)(x-5)^2} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$(x+1)(x-5)^2 + 13x-35 = 0$$

$$(13x-35)(x+1) \geq 0$$

$$(x+1)(x^2+3x-10) = 0$$

$$x < -1$$

$$x \leq \frac{35}{13}$$

$$x = -1, 2, -5 \Rightarrow x = -5. \text{ Проверка:}$$

$$x < -1$$

$$b_1 = \frac{10}{8}$$

$$b_{15} = 10$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

$$b_{15} = 20$$

при $q = \sqrt{2}$

$$2. x > -1: q^2 = \sqrt{x+1}: (5-x) \sqrt{x+1} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$2.1. x \leq 5: \sqrt{(x+1)(5-x)^2} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$(x+1)(x^2-10x+25-13x+35) = 0$$

$$(13x-35)(x+1) \geq 0$$

$$(x+1)(x^2-23x+60) = 0$$

$$x \geq -1$$

$$x \geq \frac{35}{13}$$

$$x \leq 5$$

$$x = -1, 3, 20$$

$$x \geq \frac{35}{13}$$

$$x \leq 5$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ Проверка}$$

$$2.2. x > 5: \text{ Тогда } 13x-35 > 0$$

$$(5-x) \cdot \sqrt{x+1} < 0 \Rightarrow (5-x) \sqrt{x+1} \neq \sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{}$$

Ответ: -5; 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2 \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2-z} \quad (1)$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{65-z^2} \quad (2)$$

Рассмотрим (1): $\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2-z} + \sqrt{4-x-z}$

$$x+3 + 10\sqrt{x+3} + 25 = 4(y+x-x^2-z) + 4\sqrt{y+x-x^2-z}\sqrt{4-x-z} + 4-x-z$$

ОАВ: $\sqrt{65-z^2} \geq 0$ $(13-z)(13+z) \geq 0$

$$x+3 \geq 0 \quad x \geq -3$$

$$4-x-z \geq 0 \quad x \leq 4-z$$

$$y+x-x^2-z \geq 0 \quad y \geq x^2-x-z$$



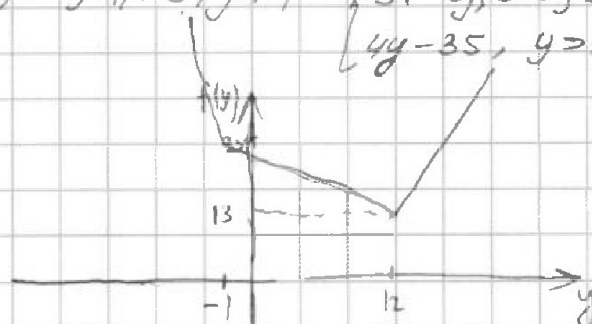
$$z \in [-13; 13] \Rightarrow x \in [-3; 14]$$

$$y + x - x^2 + z \geq 0$$

$$y \geq x^2 - x - z \geq 0 - 4 = -4, \text{ т.к. } 4 - x - z \geq 0$$

$$x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \Rightarrow -x \leq 3 \Rightarrow 4-x-z \leq 4$$

Рассмотрим $f(y) = |y+1| + 3|y-12| = \begin{cases} 35-4y, & y \leq -1 \\ 37-2y, & -1 < y \leq 12 \\ 4y-35, & y > 12 \end{cases}$ Построим график



То же $f(y) \geq 13$, но $f(y) = \sqrt{65-z^2} \leq 13$. Тогда р-во составляет только в 13, т.е. $y = 12$

$$\sqrt{65-z^2} = 13 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ z = 0 \end{cases} \text{ Подставим в систему (1):}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$x+3 - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 4 - x = 4(12+x-x^2) - 10\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$x+3 - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 4 - x = 4(x+3)(4-x) - 10\sqrt{(x+3)(4-x)} + 25$$

$$4(x+3)(4-x) - 18\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 18 = 0 \quad \text{Пусть } t = \sqrt{x+3}$$

$$2(x+3)(4-x) - 9\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 9 = 0 \quad \text{Пусть } t = \sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} \text{ Тогда}$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$t = \frac{9 \pm 3}{4} = 3; \frac{3}{2} \quad \text{Вернемся к } x:$$

$$\sqrt{4-x} \cdot \sqrt{x+3} = 3$$

$$\sqrt{4-x} \cdot \sqrt{x+3} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} (4-x)(x+3) = 9 \\ (4-x)(x+3) = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 3 = 0 \\ x^2 - x - \frac{3}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq -3 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$

$$x \leq 4$$

$$x \geq -3$$

Положим $y=12, z=0$ в (1):

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} \quad (=2\sqrt{(4+x)(4-x)})$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} - 5$$

$$x+3 - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 4 - x = 4(x+3)(4-x) - 20\sqrt{(x+3)(4-x)} + 25$$

$$4(x+3)(4-x) - 18\sqrt{(x+3)(4-x)} + 18 = 0$$

$$2(x+3)(4-x) - 9\sqrt{(x+3)(4-x)} + 9 = 0$$

Положим $t = \sqrt{(x+3)(4-x)}$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$t = 3; \frac{3}{2}. \text{ Возвращаемся к } x:$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} = 3 \\ \sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x^2 + x + 12 = 9 \\ -x^2 + x + 12 = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 3 = 0 \\ x^2 - x - \frac{35}{4} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} & 0 < \frac{1+\sqrt{13}}{2} < 4 \\ & \frac{1-\sqrt{13}}{2} < 0 \\ x = \frac{1 \pm 2\sqrt{10}}{2} & 0 < \frac{1+2\sqrt{10}}{2} < 4 \\ & -1 < \frac{1-2\sqrt{10}}{2} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

Ответ: $(x; y; z)$

$$\left(\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}; 12; 0 \right)$$

$$\left(\frac{1 \pm 2\sqrt{10}}{2}; 12; 0 \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$CF:FE = 3:10$$

1) Пусть $\angle BAF = \alpha$ ($\angle CAD = \beta$).

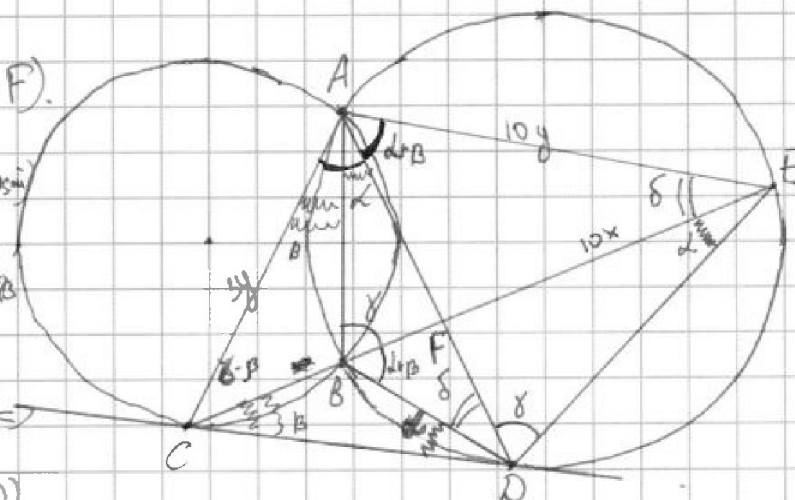
Тогда $\angle BDC = \alpha$ (углы между касательными).

2) Пусть $\angle CAB = \beta$. Тогда $\angle CBD = \beta$ (аналогично).

3) $\angle EBD = \alpha + \beta$ (как внеш. $\angle$ $\angle CBD$)

$\Rightarrow \angle EAD = \alpha + \beta$ (опер. на ED)

Тогда $\angle CAD = \angle EAD = \alpha + \beta \Rightarrow AF$ — биссектриса $\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{EF}{FC} = \frac{10}{3}$



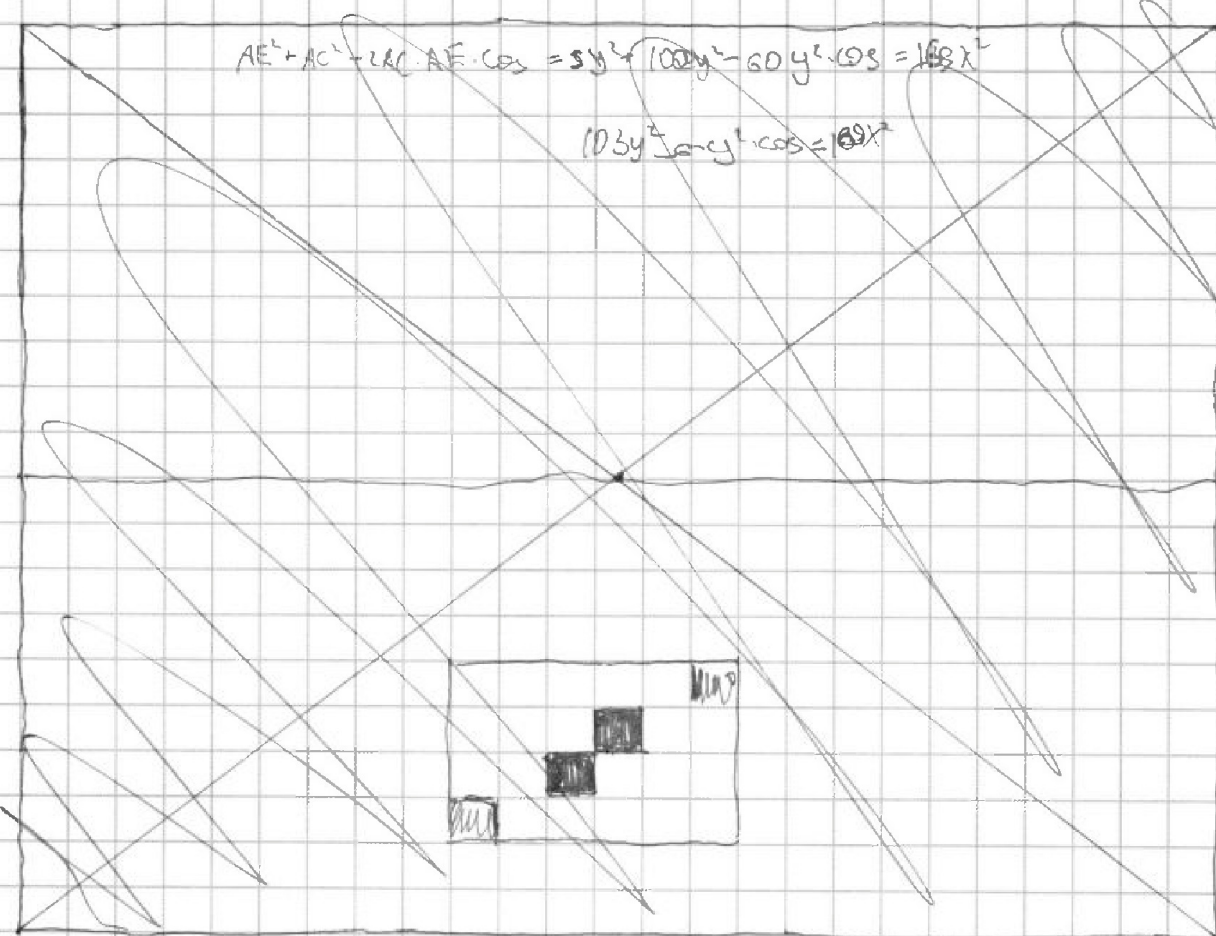


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



NS ↑ Так как мы отмечаем одну из средин линий. В каждом из образовавшихся четырехугольников прямоугольного должно быть по 4 закрашенных клетки, причем положение клетки в одном прямоугольнике определяет положение или клетки симметричной ей $\Rightarrow$ всего случаев $C_{100 \cdot 250}^4 = \frac{25000 \cdot 24995 \cdot 24990 \cdot 24985}{4!}$

Аналогично C_{25000}^4 для 2-х средин линий. 2 раза для каждого случая, когда известны взаимное расположение клеток симметричных относительно

обеих средин линий. Тогда 1 закрашенная клетка определяет положение

сразу 3-х средин клеток или состоит из 4-х срединных клеток 100x1250. Тогда расположить 2 закрашенные клетки. Число способов C_{12500}^2 . Остаток считать число симметричных относительно центра, не входящих в C_{12500}^2 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

В этом случае пометим по любой средней линии нашей сетки

любая закрашенная клетка определит клетку в этой группе

и, которая будет закрашена и клетку в этой же, которая закрашена

и будет (симметрично относительно групп средней линии. Тогда

случаев

$$\frac{25000 - 24999 - 24998 - 24997}{4!}$$

$$\text{Ответ: } 2 \cdot \frac{4}{25000} - \frac{2}{25000} + \frac{25000 - 24999 - 24998 - 24997}{4!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N6 \quad a+b^2=560 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$\text{Пусть } a \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow b^2 \equiv 2 \pmod{3} - \text{X}$$

$$a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 2 \pmod{3} \text{ или } b \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow (a-b) \equiv 3$$

$$a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 1 \pmod{3} \text{ или } b \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow (a-b) \equiv 3$$

$a > b \Rightarrow (a-c) > (b-c)$, где $(a-c)(b-c)=p^2$, где p - простое, значит, или $b-c=1$ (тогда $a-c=p^2$) или $a-c=-1$ (тогда $b-c=-p^2$)

1) $b-c=1 \Rightarrow c=b-1$. I) $b \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow c \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow a-c \equiv 3$. Тогда $\begin{cases} a-c \equiv 3 \\ a-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow a-c=9 \Rightarrow a=b+8$. Подставим:

$$b+8+b^2=560$$

$$b^2+b-552=0$$

$$b=23 \text{ - не кор. т.к. } b \equiv 0 \pmod{3}$$

$$b=-24$$

$$b=24 \text{ - проверим: } a=-16; c=-25$$

$$(-16; -24; -25)$$

$$1) -16+24=8$$

$$2) -16+24 \neq 3$$

$$3) (-16+25) - (-24+25) = 9 = 3^2$$

$$4) 5+6-16=560$$

II) $b \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow c \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow a-c \equiv 3$. Далее аналогично п. 1: $\begin{cases} b=-24 \\ b=23 \end{cases}$

$$a \equiv 1$$

$$\text{проверим } b=23: a=31$$

$$c=22$$

$$1) 31 > 23$$

$$2) 31-22=9$$

$$3) (31-22)(23-22)=9=3^2$$

$$4) 31+23^2=560$$

$$-105 \times 0,5 \text{ ит } (31; 23; 22)$$

2) $a-c=-1 \Rightarrow c=a+1$. I) $a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow c \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b-c \equiv 3$. Тогда $\begin{cases} b-c \equiv 3 \\ b-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow b-c=9$.

тогда $b=c-9=a-8$. Тогда подставим

$$a+(a-8)^2=560$$

$$a^2-15a-492=0$$

$$\begin{cases} a=31 \\ a=16 \end{cases} \text{ - проверим оба}$$

$$a=31 \Rightarrow b=23, c=32 \Rightarrow$$

$$a=16 \Rightarrow b=24, c=15 \Rightarrow$$

$$\text{II) } a \equiv 2 \pmod{3} \text{ - все аналогично}$$

$$\text{I: } \begin{cases} a=31 \\ a=-16 \end{cases}$$

$$\text{оба не кор. а нет}$$

$$\text{а также,}$$

$$1) 31 > 23$$

$$2) 31-23=8$$

$$3) (31-23)(23-32)=-9 \neq 3^2$$

$$4) 31+23^2=560 \quad (31; 23; 32)$$

$$1) 16 > 24$$

$$2) 16-24=-8$$

$$3) (16-24)(24-15)=-9 \neq 3^2$$

$$4) 16$$

$$1) -16 > -24$$

$$2) -16+24=8$$

$$3) (-16+25) - (-24+25) = 9 = 3^2 \text{ - не подходит}$$

$$4) -16+24^2=560 \quad (-16; -24; -15)$$

Ответ: $(-16; -24; -25) (31; 23; 22)$
 $(-16; -24; -15) (31; 23; 32)$

$$\begin{aligned}
 & \cos^2(3x - (2x - 4)) = 3x^2 - 138F \\
 & \cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p \\
 & 4\cos^3 x - 3\cos x + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x = p \\
 & 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p \\
 & b_1 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \\
 & b_3 = 5-x \\
 & b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \\
 & 2\cos^2 x + 2\cos x + 2 = 3x^2 - 138F \\
 & 180^\circ: 24x^2 + 2x + 2 = 3x^2 - 138F \\
 & (5-x)(x+1)^2 = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \\
 & (5-x)^2(x+1)^4 = (13x-35)(x+1) \\
 & x \leq 5 \\
 & \begin{cases} (x+1)(x+1)^3(5-x)^2 - 13x+35 = 0 \\ x \leq 0 \end{cases} \\
 & b_1 = \sqrt{\frac{1}{(x+1)^4}} = \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{|x+1|} \\
 & (5-x) \cdot \sqrt[4]{(x+1)^2} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \\
 & x < -1: (5-x) \cdot \sqrt[4]{(x+1)} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \\
 & \sqrt{(5-x)^2(x+1)} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \\
 & (5-x)^2(x+1) = (13x-35)(x+1) \\
 & (13x-35)(x+1) \geq 0 \\
 & (x+1)(x^2+10x+25+13x-35) = 0 \\
 & (x+1)(x^2+23x-10) = 0 \\
 & x = -1, x = 2, x = 5 \\
 & 2) x > -1: \\
 & 2.1. x \leq 5 \\
 & 2.2. x \geq 5 \\
 & 2\alpha + \beta + \gamma + \delta = 180^\circ \\
 & (b-c) \neq (a-c) \Rightarrow p^2 = \sqrt{a+b} - \sqrt{a-x} - 2\sqrt{a+b-x} + 2\sqrt{a+b-x}
 \end{aligned}$$

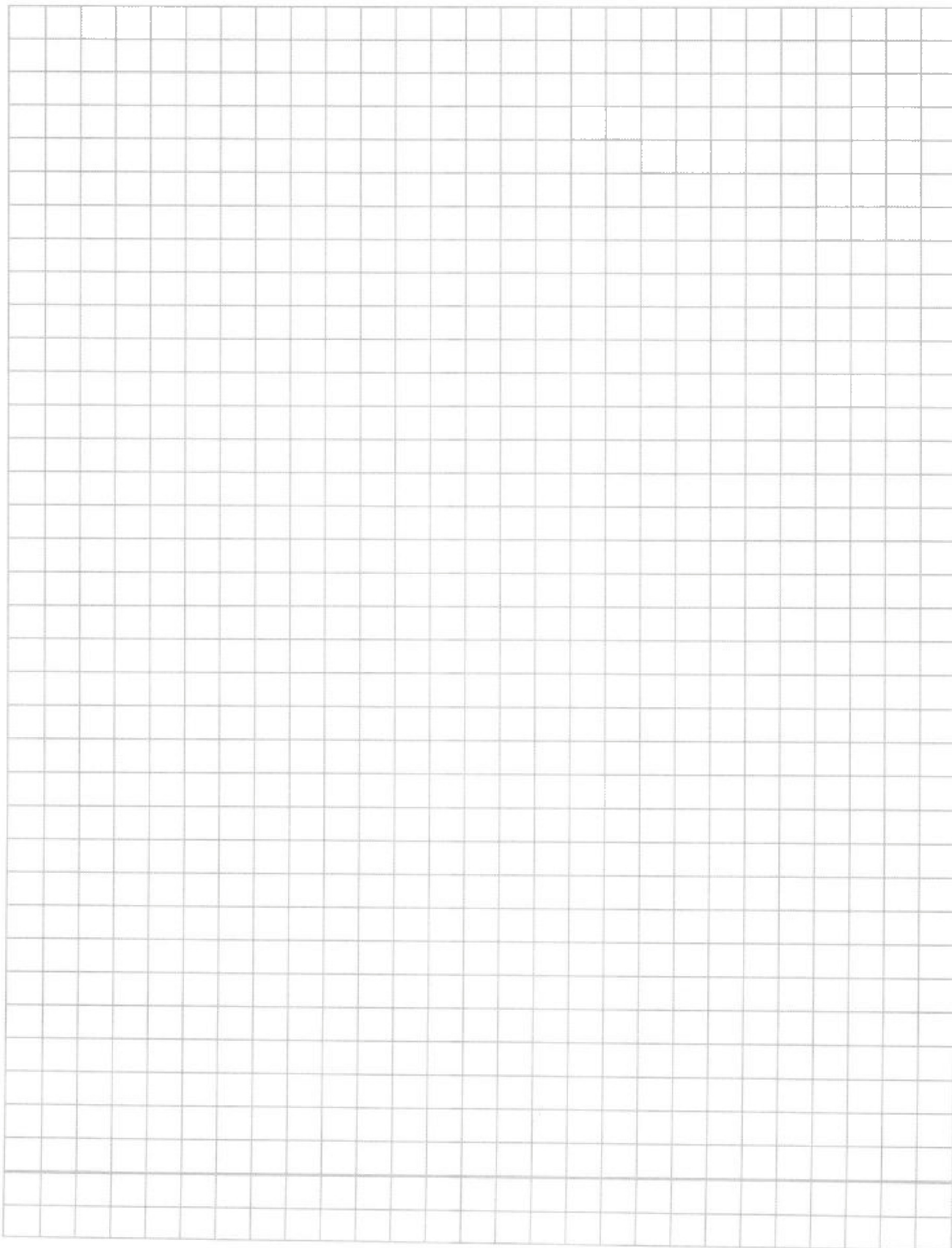


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☒ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n6 \quad (a-b)/3 \Rightarrow a \equiv b \pmod{3}$$

$$a+b^2=560 \equiv 2 \pmod{3} \quad \text{Пусть } a \equiv 3. \text{ Тогда } b^2 \equiv 2 \pmod{3} - \text{нв}$$

$$\text{Пусть } a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow b^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow a \equiv b \pmod{3} - \text{нв}$$

$$\text{Тогда } a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 3$$

Пусть

$$a > b \Rightarrow a-c > b-c. \quad (a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{простое, значит}$$

$$\text{или } b-c = 1 \text{ или } a-c = 0 \text{ или } a-c = -1 \text{ (тогда } b-c < 0 \Rightarrow (a-c)(b-c) > 0)$$

$$\text{или } b-c = -1 \text{ или } a-c = p^2 \text{ или } a-c = -p^2$$

$$1) \quad b-c=1. \quad c=b-1 \Rightarrow c \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow (a-c) \equiv 3, \text{ т.е. } a \equiv c. \text{ Т.е.}$$

$$\begin{cases} (a-c) = p^2 \\ a-c \equiv 3 \end{cases} \Rightarrow a-c=9. \text{ Тогда } a=c+b=b+8. \text{ Подставим } a=b+8$$

$$b^2+b+8=560$$

$$b^2+b-552=0$$

$$\begin{cases} b=23 - \text{не нв, т.к. } b \equiv 3 \\ b=-24 - \text{проверим: } c=-25; a=-16. (-16; -24; -25): \end{cases}$$

$$2) \quad a-c=-1. \quad c=a+1 \Rightarrow c \equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow (b-c) \equiv 3. \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} b-c = -p^2 \\ b-c \equiv 3 \end{cases} \Rightarrow b-c=-9. \text{ Тогда } b=c-9=a-8. \text{ Тогда}$$

$$-9 < -1: -9-1-3y+36=$$

$$\text{Подставим: } a + (a-8)^2 = 560$$

$$a^2-16a+496=0$$

$$\begin{cases} a \equiv 3 \pmod{3} \\ a \equiv 1 \pmod{3} \end{cases} - \text{не возможно, т.к. } a \equiv 2 \pmod{3} = 37-24 \geq 13$$

$$(31; 23; 32)$$

$$(y+1)+3(y-11)=13$$

$$y+1+3y-33=13$$

$$4y=48 \quad D=81$$

$$y=12$$

$$1+39=(2\sqrt{10})^2$$

$$1 \pm 2\sqrt{10}$$

$$\frac{9}{4} - 11 = \frac{9-44}{4} = -\frac{35}{4}$$

$$t-s+s=2+s$$

$$t-s+s=2+s$$

$$t-s-2+s+s=0$$

$$t(1-s)+s$$

$$t(1-s)+s$$

$$x+3-2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} \neq 2(12+x-x^2)-10\sqrt{x+3}(4-x)$$

$$\frac{9}{4} - 11 = \frac{9-44}{4} = -\frac{35}{4}$$

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x}+10=\sqrt{4x+12}$$

$$x^2-x-3=0 \quad D=1+12=13$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{9}{4} - 11 = \frac{9-44}{4} = -\frac{35}{4}$$