



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}; \quad a_{13} = 5-x; \quad a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$a_7 \cdot q^8 = a_5 \Rightarrow \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^8 = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

Сейчас я делаю все возможные сокращения не унывая O23.

$$\frac{1}{(x+1)^2} \cdot q^8 = 1 \Rightarrow q = \sqrt[4]{(x+1)}$$

$$a_7 \cdot q^6 = a_{13} \Rightarrow \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6 = 5-x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{13x-35} = 5-x \Rightarrow 13x-35 = 25+x^2-10x$$

$$\Rightarrow x^2 - 23x + 60 = 0 \Rightarrow x = \begin{matrix} 20 \\ 3 \end{matrix}$$

Теперь эти два корня подставим и проверим

$$x=20 \Rightarrow q = \sqrt[4]{21} > 0 \quad a_7 = \sqrt{\frac{13 \cdot 20 - 35}{21^3}} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{13}; a_{15} > 0, \text{ но } a_{13} = 5-20 = -15 < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x=20$ не подходит

$$x=3 \Rightarrow q = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}; \quad a_7 = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4}; \quad a_{13} = \overset{5-3=2}{\sqrt{2}}; \quad a_{15} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4$$

$$a_7 \cdot q^6 = \frac{1}{4} \cdot 2^3 = 2 = a_{13}; \quad a_7 \cdot q^8 = \frac{1}{4} \cdot 2^4 = 4 = a_{15}$$

$\Rightarrow x=3$ подходит

Ответ: $x=3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 32 - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 10\sqrt{4-x} + 10\sqrt{x+3} = 4(x+3)(4-x)$$

$$\Rightarrow 16 - \sqrt{(x+3)(4-x)} + 5(\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}) = 2(x+3)(4-x)$$

$$\Rightarrow 16 - \sqrt{(x+3)(4-x)} + 5(2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5) = 2(x+3)(4-x)$$

$$\sqrt{(x+3)(4-x)} = a \Rightarrow 16 - a + 10a - 25 = 2a^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 9a + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = 1,5 \end{cases}$$

$$a = 3 \Rightarrow -x^2 + x + 12 = 9 \Rightarrow x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow a = 1,5 \Rightarrow -x^2 + x + 12 = 2,25 \Rightarrow x^2 - x - 9,75 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{40}}{2}$$

Теперь проверим ОДЗ:

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \\ 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -3 \leq x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \leq 4 & \text{ выполняется} \\ x = \frac{1 + \sqrt{40}}{2} \leq 4 \Rightarrow 1 + \sqrt{40} \leq 8 \Rightarrow \sqrt{40} \leq 7 & \text{ не выполняется} \\ -3 \leq x = \frac{1 - \sqrt{40}}{2} \Rightarrow -7 \leq -\sqrt{40} & \text{ выполняется} \end{aligned}$$

Итак, только $\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$ и $\frac{1 - \sqrt{40}}{2}$ подходят под ОДЗ

$$\Rightarrow \text{Ответ: } z=0; y=12; x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}; \frac{1 - \sqrt{40}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169 - z^2}$$

1) $y \leq -1 \Rightarrow -y-1-3y+36 = -4y+35$ минимальное значение при $y=-1 \Rightarrow 39$

2) $\begin{cases} y \geq -1 \\ y \leq 12 \end{cases} \Rightarrow y+1-3y+36 = -2y+37$ минимальное значение при $y=12 \Rightarrow 13$

3) $y \geq 12 \Rightarrow y+1+3y-36 = 4y-35$ минимальное значение при $y=12 \Rightarrow 13$

$$\Rightarrow |y+1| + 3|y-12| \geq 13 \quad \text{при этом } \sqrt{169 - z^2} \leq$$

$$\leq 13 \quad \text{и при этом равенство, когда } z=0$$

$$\Rightarrow z=0, \text{ а } |y+1| + 3|y-12| = 13 \text{ имеет только 1 значение, когда } y=12 \Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ y=12 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$x+3 + 4-x + 25 - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} -$$

$$- 10\sqrt{4-x} + 10\sqrt{x+3} = 4(x+3)(4-x)$$

$$\cancel{16 - \sqrt{(x+3)(4-x)} - 5\sqrt{4-x} + 5\sqrt{x+3}} = 2(x+3)(4-x)$$

$$\cancel{5(2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5)}$$

возведём в квадрат, найдём корни, а потом подставим и проверим



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

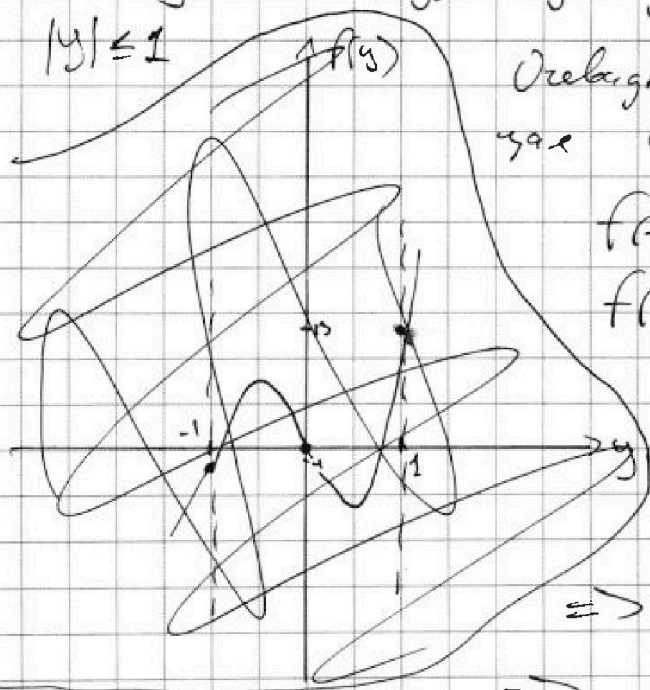
$$\Rightarrow \cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$\Rightarrow 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 - p = 0$$

$$\cos x = y \Rightarrow f(y) = 4y^3 + 6y^2 + 3y - 3 - p$$

$$|y| \leq 1$$



Убавляю, т.е. $f(y)$ возрастает
слева направо.

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 = -1$$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 = 13$$

$$f(y) = 3 + p$$

$$|y| \leq 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1 \leq 3 + p \leq 13$$

$$\Rightarrow -4 \leq p \leq 10$$

Получается уравнение имеет хотя бы 1 решение
при $p \in [-4; 10]$

Как решить это уравнение я не знаю. Единственное,
то то, что если x -корень, то $-x$ тоже. Если бы нас
просили найти p при котором ровно один корень, то $x=0$

$$\Rightarrow p = 10$$

Ответ: $p \in [-4; 10]$
1) $x=0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) $\angle CDB = \angle DEB$ по таким же углам,
поэтому $\angle CDB = \angle BAD$ (пункт 1)

$\Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle CDE$ (по 2-м углам $\angle BCD = \angle ECD$
 $\angle CDB = \angle DEB$)

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CB}$$

$$5) BD = 2R_2 \sin \angle BAD = 2R_2 \sin \angle CDB$$

$$CB = 2R_1 \sin \angle CAB = 2R_1 \sin \angle BCD$$

Из теоремы синусов, то $\frac{BD}{CB} = \frac{\sin \angle BCD}{\sin \angle BDC}$

$$\Rightarrow \frac{\sin \angle BCD}{\sin \angle BDC} = \frac{R_2 \sin \angle CDB}{R_1 \sin \angle BCD} \Rightarrow \frac{\sin \angle BCD}{\sin \angle BDC} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{10}{3}} \Rightarrow \frac{BD}{CB} = \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

Ответ: $ED:CD = \sqrt{10} : \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

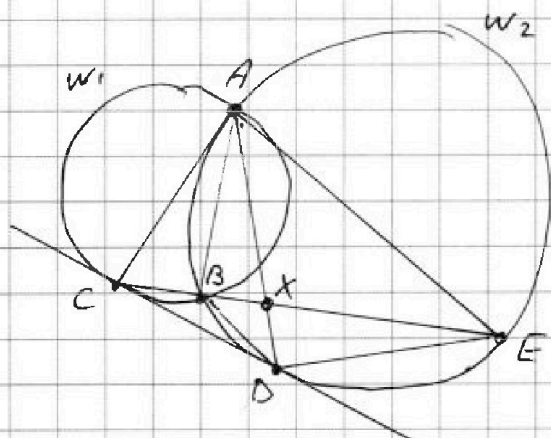


Рисунок это условие, так как
так известно, что $\frac{CX}{XE} = \frac{3}{10}$

X - точка перес. AD и CE

1) $\angle CDB = \angle BAD$ так как
↓ опираются
углы между кас. и хордой на одну дугу $\sim BCD$
впис. угол

Аналогично $\angle BCD = \angle CAB \Rightarrow \angle CAD = \angle CAB + \angle BAD =$
 $= \angle CDB + \angle BCD$

2) $\angle EBD = \angle CDB + \angle BCD$ так как он внешний
угол в $\triangle BCD$

$\angle EBD = \angle DAE$ (впис. и опираются на одну дугу)

$\Rightarrow \angle DAE = \angle CDB + \angle BCD = \angle CAD$

$\Rightarrow AD$ - бисс. $\angle CAE$

3) Так как AD - бисс. $\angle CAE$, то $\frac{CX}{XE} = \frac{CA}{AE} = \frac{3}{10}$

$$CA = 2 \cdot R_1 \cdot \sin \angle CBA$$

$$AE = 2 \cdot R_2 \cdot \sin \angle ABE$$

R_1 - радиус w_1

R_2 - радиус w_2

$\angle ABE$ и $\angle CBA$
одинаковые $\Rightarrow$
их $\sin =$

$$\Rightarrow \frac{CA}{AE} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

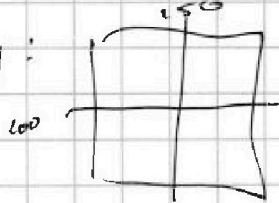
7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow$ Всего симм. множеств $3 \cdot C_{250 \cdot 100}^4$, т.к. каждый раз мы считали ещё и множества симм. центру. Их надо вычесть. Мы их подсчитали 3 раза $\Rightarrow$ вычесть нужно 2.

Найдём количество таких множеств, которые симм. центру:



На самом деле нам достаточно выбрать лишь 2 клетки в углу из 4 таких квадратиков. Остальные 6 клеток зададутся сами в силу симметрии

$$\Rightarrow C_{\frac{250 \cdot 100}{4}}^2$$

$$\Rightarrow \text{Итоговый ответ такой } 3 \cdot C_{25000}^4 - 2 C_{12500}^2$$

$$\text{Ответ } 3 \cdot C_{25000}^4 - 2 C_{12500}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Стороны прямоугольника четные $\Rightarrow$ средняя линия и центр находится и проходит только через узлы клеток и по границам клеток.

2) Поймём, что если множество симметрично двум средним линиям, то оно симметрично и центру, так же если множество симметрично центру и одной сред. линией, то оно симм и другой, то есть выбор такой: множество бывает не симметрично ни чему, симметрично только чему-то одному или симметрично сразу трём.

3) Множество состоит из 8 клеток и нам достаточно закрасить всего 4, остальные будут симм.

4) Считаем количество множеств так симм.:

$$\begin{array}{l|l} \text{симметрично} & \text{нам нужно выбрать 4 клетки в} \\ & \text{левой части} \Rightarrow \frac{250 \cdot 200}{2} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 1 \right) \\ & \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 2 \right) \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 3 \right) \cdot \frac{1}{4!} = C_{\frac{250 \cdot 200}{2}}^4 \end{array}$$

Аналогично и для другой средней линии — и для центра тоже



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c = -15 \Rightarrow a = -16; b = -24$$

$$c = 32 \Rightarrow a = 31; b = \cancel{22} 23$$

$$4) \begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases} \Rightarrow a - b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \cdot \frac{1}{3}$$

Аналогично пункту 3 $p = 3$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 9 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$$

$$a > b \Rightarrow 9 > 1 \text{ верно}$$

$$a + b^2 = 560 \Rightarrow 9 + c + 1 + c^2 + 2c = 560 \Rightarrow c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$\Rightarrow c = \begin{bmatrix} -25 \\ 22 \end{bmatrix}$$

$$c = -25 \Rightarrow a = -16; b = -24$$

$$c = 22 \Rightarrow a = 31; \cancel{22} b = 23$$

Ответ: $(a; b; c)$:
 $(-16; -24; -15)$
 $(-16; -24; -25)$
 $(31; 23; 32)$
 $(31; 23; 22)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \not\equiv 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 + c \\ b = p^2 + c \end{cases}$$

$$a > b \Rightarrow 1 + c > p^2 + c$$

$$1 > p^2 \quad \text{и}$$

так как $p \geq 2$

$$2) \begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -p^2 + c \\ b = -1 + c \end{cases}$$

$$a > b \Rightarrow -p^2 > -1$$

$$\Rightarrow p^2 < 1 \quad \text{и} \quad p \geq 2$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \quad \text{так как } a, b, c \in \mathbb{Z},$$

то

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = -p \\ b - c = -p \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow b = a$ и так как $a > b$

$$3) \begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c - 1 \\ b = -p^2 + c \end{cases}$$

$$a - b = c - 1 + p^2 - c = p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \not\equiv 3$$

Заметим, что $p-1, p, p+1$ попарно взаимно просты $\Rightarrow$

1 из них $\equiv 3$ при этом не $p-1$ и не $p+1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow p \equiv 3 \Rightarrow p = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - 9 \end{cases} \quad a > b \Rightarrow -1 > -9 \text{ верно}$$

$$\text{осталось только: } a + b^2 = 560 \Rightarrow c - 1 + c^2 + 81 - 18c = 560 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c^2 - 17c - 480 = 0 \Rightarrow c = \begin{bmatrix} -15 \\ 32 \end{bmatrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Зная Боковые грани это 1-милл $\Rightarrow$ зная их S и одну из сторон можно найти одну из их высот. В нашем случае это $4; 4; 3$. Больше никаких раздумий мыслей нет.

Ответ: 5

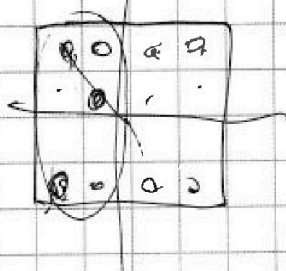
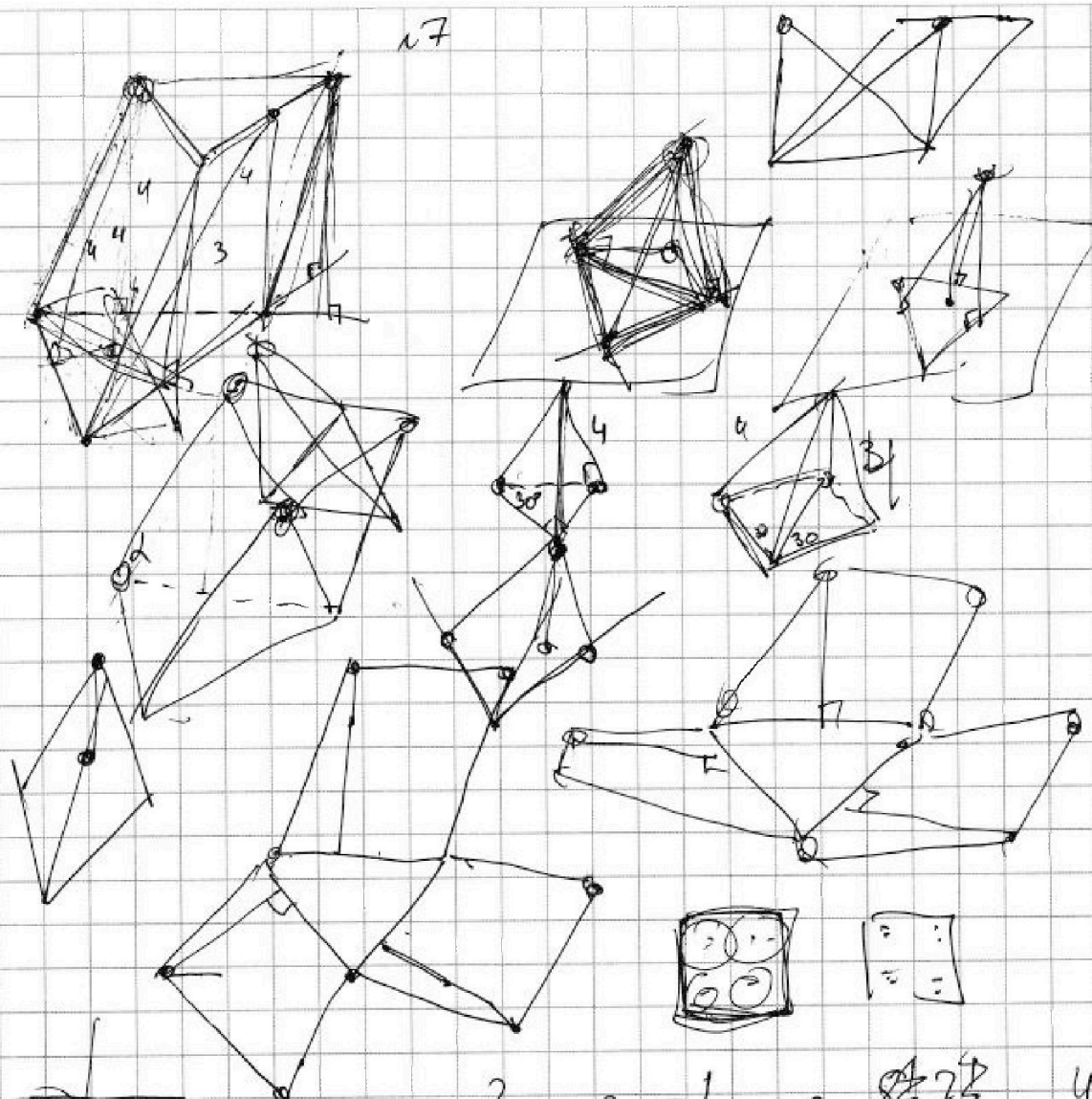


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$3C_8^2 - 2C_4^1 = 3 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2!} - 2 \cdot \frac{4!}{1!} = \frac{3 \cdot 56}{2} - 8 = 84 - 8 = 76$$

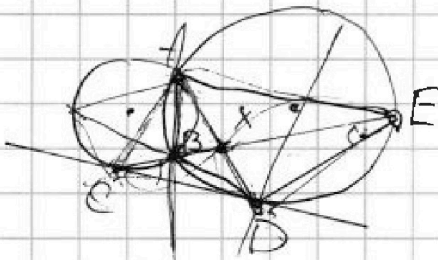


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

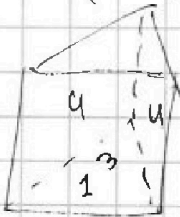
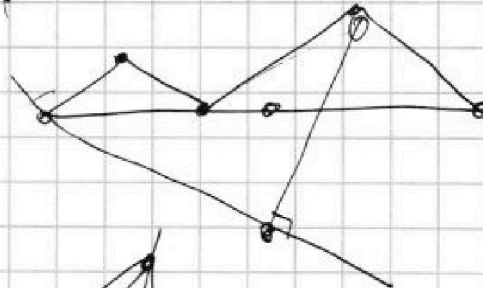
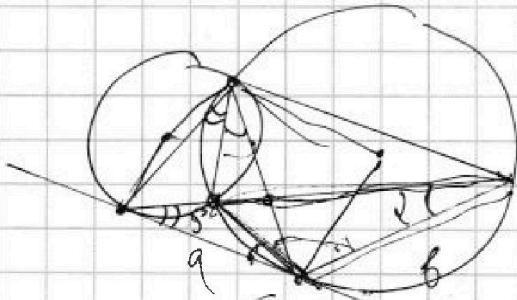
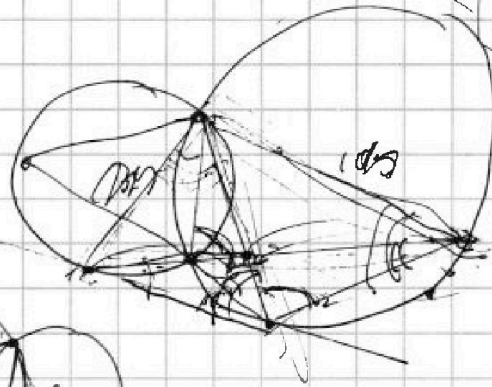
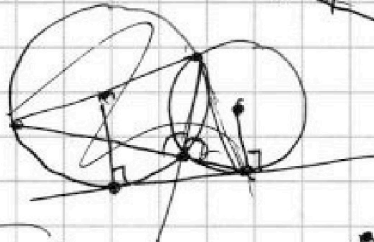
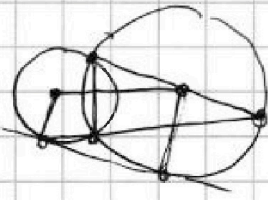
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

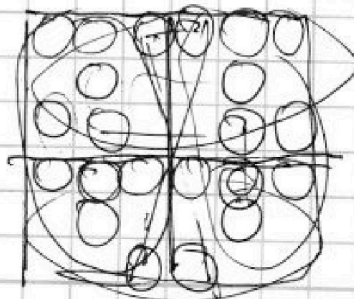
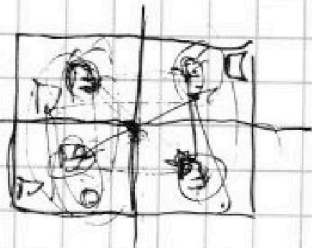
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$CB \cdot CE = CD^2$$



$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$





1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$a - b \div 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a + b^2 = 560$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \\ b-c=1 \\ a-c=p^2 \end{cases}$$

$$a = 1 + c$$

$$b = p^2 + c$$

$$a = b \vee a > b$$

$$1 - p^2 = (1-p)(1+p)$$

$$p \div 3$$

$$p = 3$$

$$a = 9 + c$$

$$b = 9 + c$$

$$a = 1 + c$$

$$b = 9 + c$$

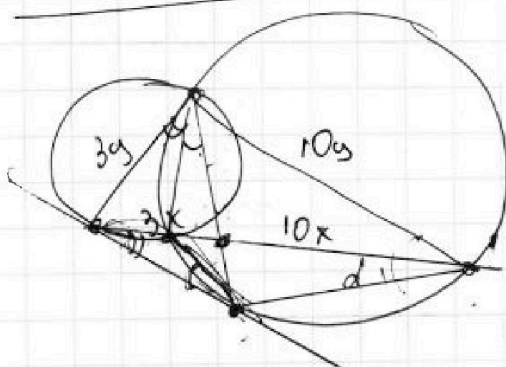
$$9 + c + 81 + c^2 + 18c = 560$$

$$289 + 18c + c^2 = 560$$

$$c = \frac{17 \pm 47}{2} = \begin{cases} -15 \\ 32 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ 47 \\ \hline 929 \\ 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\frac{-3 \pm 47}{2} = \begin{cases} -25 \\ 22 \end{cases}$$



$$3y = 2R_1 \sin \alpha$$

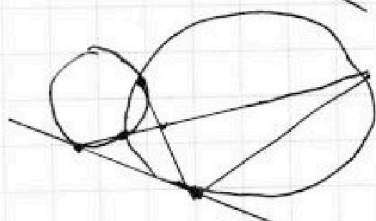
$$10y = 2R_2 \sin \alpha$$

$$BD = 2R_2 \sin \alpha$$

$$AB = 2R_1 \sin \beta$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{BD}{\sin \beta} \quad \frac{BC}{BD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$2R_1$$





1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos^3 x + 3\cos^2 x + 6\cos x = p$$

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = (a^2 - b^2)a - 2ab^2 =$$

$$= 2a^3 - a - 2ab^2$$

$$a^3 - ab^2 - 2ab^2 = a^3 - 3ab^2$$

$$(a^3 - 3ab^2)a - 2ab^2 = 1 - 4ab^2$$

$$(\cos^3 x - \sin^3 x)\cos x - 2\sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3(1 - \cos^2 x)\cos x =$$

$$= \cos^3 x - 3\cos x + 3\cos^3 x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x - 3 + 3\cos x = p$$

$$4y^3 + 6y^2 + 3y - 3 = p = 0 \quad -1 \leq y \leq 1$$

$$-4 + 6 - 3 - 3 = -4 \quad -4p \leq f(y) \leq 10 - p$$

$$4 + 6 + 3 - 3 = 10 - p$$

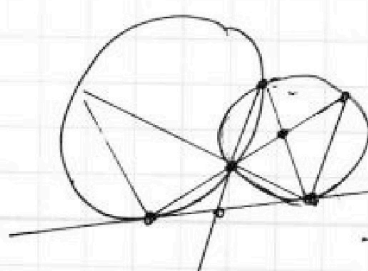
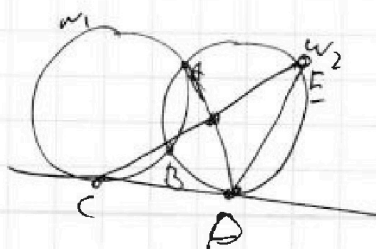
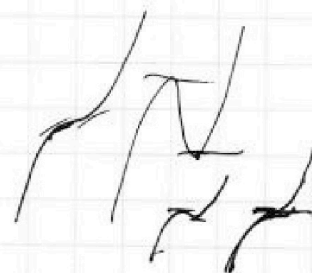
$$p \geq -4$$

$$p \leq 10$$

$$y(4y^2 + 6y + 3) = 3 + p$$

$$-\frac{3}{2} = x_1 + x_2 + x_3$$

$$\frac{-3+p}{4} = x_1 x_2 x_3$$



$$12y^2 + 12y + 3 = 0$$

$$y^2 + y + \frac{1}{4} = 0$$

$$-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad a_{13} = 5-x \quad a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\sqrt{\frac{(13x-35)^4}{(x+1)^{34}}} \cdot 2^8 = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\frac{1}{(x+1)^2} \cdot 2^8 = 1 \quad 2^8 = (x+1)^2 \Rightarrow 2 = \sqrt[4]{(x+1)^2}$$

$$2^6 = (x+1)\sqrt{(x+1)} \Rightarrow a_{13} = \sqrt{13x-35} = 5-x$$

$$13x-35 = 25+x^2-20x \quad \frac{\sqrt{5-\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$$

$$x^2 - 28x + 60 = 0$$

$$\frac{28}{2}$$

$$529 - 240 = 289 \quad \frac{\sqrt{5+\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1-\sqrt{40}}{2} \pm 3 = \frac{7-\sqrt{40}}{2}$$

$$\frac{1}{5} \frac{6}{2} \frac{9}{9} \quad \frac{23 \pm 17}{2} = \frac{20}{3} \quad \frac{\sqrt{5+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}$$

$$-17 \leq z \leq 17$$

$$y \leq -1 \Rightarrow -y-1-3y+36 = \sqrt{169-z^2}$$

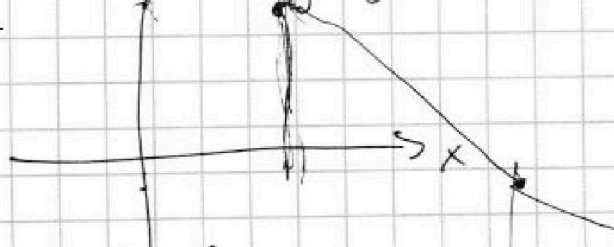
$$z=0$$

$$-4y+35 = \sqrt{169-z^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5$$

$$y=12$$

$$16y^2$$



$$x \geq -3$$

$$x \leq 4$$

$$81-72=9$$

$$a-b+5=2ab$$

$$\frac{9 \pm 3}{9} = \frac{6}{9}; \frac{12}{9} = 1,5 = 3$$