



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть:

b_1 - первый член, q - коэф. геом. прогрессии. По определению геом. прогрессии: $b > 0$, $q > 0$, $q \neq 1$. Тогда получим:

$$\begin{cases} b_7 = b_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \\ b_{13} = b_1 q^6 = 5-x \\ b_{15} = b_1 q^4 = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \end{cases}$$

По св-ву геом. прогр: $b_k = \sqrt{b_{k-n} \cdot b_{k+n}}$, где $k > 0$, $n > 0$, $k > n$

$$b_{13} = \sqrt{b_{11} b_{15}} = \sqrt{\sqrt{b_7 b_{15}} b_{15}} = \sqrt[4]{b_7 b_{15}^3} =$$

$$\sqrt[4]{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot \sqrt{(13x-35)^3 (x+1)^3}} = \sqrt{(13x-35)^2}, \quad x \neq -1$$

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} b_{13} = \sqrt{13x-35} \\ b_{13} = 5-x \\ x \neq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} |13x-35| = (5-x)^2 \\ x \neq -1 \\ 5-x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) 13x-35 > 0 \\ 13x-35 = x^2 - 8x + 25 \\ x < 5 \\ x \neq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 18x + 60 = 0 \\ \frac{35}{13} < x < 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 \pm \sqrt{21} \\ \frac{35}{13} < x < 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 \pm \sqrt{21} \\ \frac{35}{13} < x < 5 \end{cases}$$

$$x = 9 - \sqrt{21} - \text{корень}$$

$$\begin{cases} (x-20)(x-3) = 0 \\ \frac{35}{13} < x < 5 \end{cases}$$

$$x = 3 - \text{корень}$$

$$\begin{cases} 2) 13x-35 < 0 \\ -13x+35 = x^2 - 8x + 25 \\ x \neq -1 \\ x < 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 8x - 10 = 0 \\ x < \frac{35}{13} \\ x \neq -1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x+5)(x-2)=0 \\ x < \frac{35}{13} \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$x = 2; -5$ - корни

Ответ: $-5; 2; 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} p &= \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = \\ &= \cos x (1 - 2 \sin^2 x) - \sin x \sin 2x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = \\ &= 7 \cos x - 4 \sin^2 x \cos x - 6 \sin^2 x + 3 = -2 \sin^2 x (2 \cos x + 3) + 7 \cos x + 3,5 \\ &+ \frac{3}{2} \cdot 7 - 7,5 = (2 \cos x + 3) (3,5 - 2 \sin^2 x) - 7,5 \end{aligned}$$

$$2 \cos x + 3 \in [1, 5]$$

$$3,5 - 2 \sin^2 x \in [1, 5; 3,5]$$

Решим. при $2 \cos x + 3 = 1$; $3,5 - 2 \sin^2 x = 1,5$ (при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$)

$$p = 1 \cdot 1,5 - 7,5 = 6$$

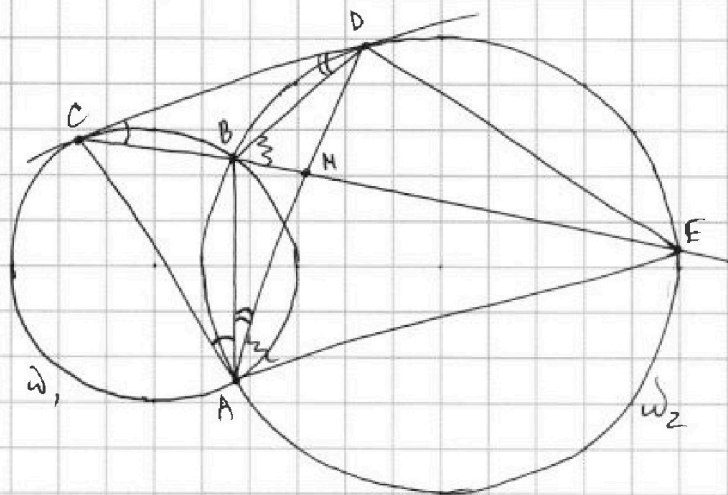


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

ок-ти ω_1, ω_2

$\omega_1 \cap \omega_2 = A, B$

$E \in CB$

CD - кас. к ω_1 и ω_2

$CE \cap AD = M$

$$\frac{CM}{ME} = \frac{3}{10}$$

Найти: $\frac{ED}{CD} = ?$

Решение:

- 1) $\angle DCB = \angle CAB$, тк. $\angle DCB$ - между сес. и кас., $\angle CAB$ опир. на стягивающую дугу (в ок-ти ω_1)
- 2) $\angle CDA = \angle CDB = \angle BAD$, тк. $\angle CDM$ - между сес. и кас., $\angle BAD$ опир. на отсекающую дугу (в ок-ти ω_2)
- 3) Обозначим $\angle DCB = \alpha$, $\angle CAB = \beta$, тогда $\angle DBE = \alpha + \beta$ (т.к. смежный с $\angle CBD = 180^\circ - \alpha - \beta$)
- 3) $\angle DBE = \angle DAE = \alpha + \beta$, тк. опир. на дугу DE в ω_2
- 4) $\angle CAD = \alpha + \beta$, $\angle DAE = \alpha + \beta \Rightarrow \angle CAD = \angle DAE \Rightarrow AD$ - биссектриса угла $\angle CAE$
- 5) Т.к. AD - бис-са $\angle CAE$, то $\frac{AC}{CM} = \frac{AE}{EM}$ $\frac{AC}{AE} = \frac{CM}{ME} = \frac{3}{10} \Rightarrow AC = \frac{3}{10} AE$
- 6) $\angle CDA = \angle AED$, тк. $\angle CDA$ - угол между кас. и сес., $\angle CDA$ опир. на отсекающую дугу AD
- 7) $\angle CAD = \angle DAE$, $\angle CDA = \angle DEA \Rightarrow \triangle CDA \sim \triangle DEA$ (по 2м углам) $\Rightarrow \frac{CD}{DE} = \frac{DA}{EA} = \frac{CA}{DA}$

$$AD^2 = AC \cdot AE = \frac{3}{10} AE^2 \Rightarrow AD = AE \cdot \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{EA}{DA} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{10}{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Пусть x - кол-во клеток всего, $x = 200 \cdot 250$

2) Чтобы была симметрия отн. диагонали, нужно выбрать на одной половине доски 4 клетки, тогда остальные 4 определены однозначно. Таких способов для вертикальной диагонали:

$$S_2 = \frac{\frac{x}{2} \cdot (\frac{x}{2} - 1) (\frac{x}{2} - 2) (\frac{x}{2} - 3)}{4!}$$

для горизонтальной диагонали:

$$S_3 = \frac{\frac{x}{2} (\frac{x}{2} - 1) (\frac{x}{2} - 2) (\frac{x}{2} - 3)}{4!}$$

3) Чтобы была симметрия отн. центра нужно выбрать 4 клетки в 1 четверти доски, тогда остальные на одной половине доски так, чтобы тогда остальные определены однозначно. Кол-во способов:

$$S_1 = S_2 = S_3$$

4) Если выполнены 2 симметрии, то выполнена третья. Таких случаев всего:

$$S_{\text{общ}} = \frac{\frac{x}{4} (\frac{x}{4} - 1)}{2} \quad (\text{выбираем 2 клетки в 1 четверти, ост. 2 определены однозначно}).$$

5) Всего получаем кол-во способов:

$$S_1 + S_2 + S_3 - 2S_{\text{общ}} = 3S_1 - 2S_{\text{общ}} = 3 \cdot \frac{(\frac{x}{2})!}{4! \cdot (\frac{x}{2} - 4)!} - 2 \cdot \frac{\frac{x}{4} (\frac{x}{4} - 1)}{2} =$$

$$= \frac{3 \cdot 50000!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (25000 - 4)!} - 12500(12500 - 1) = \frac{50.000!}{8 \cdot 24996!} - \frac{12500!}{12498!}$$

$$\text{Ответ: } \frac{50.000!}{8 \cdot 24996!} - \frac{12500!}{12498!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое число

$p^2 \vdots (a-c)$ так p - простое, то $p^2 \vdots 1; p; p^2$
 $p^2 \vdots (b-c)$

если $a-c = p$, то $b-c = p$, что противоречит условию $a > b$
 значит $\begin{cases} a-c = \pm p^2 \\ b-c = \pm 1 \end{cases}$

2) $a-b = \pm(p^2-1) = \pm(p-1)(p+1)$
 по условию $(a-b) \not\vdots 3 \Rightarrow (p-1) \not\vdots 3, (p+1) \not\vdots 3 \Rightarrow p \vdots 3$

$p \vdots 3, p$ - простое $\Rightarrow p = 3$

3) $\begin{cases} a-b = \pm(p^2-1) \\ p = 3 \end{cases} \quad a-b = 8$, так $a > b$ по усл.

4) по усл: $a+b^2 = 560$
 по н.з: $a = b+8 \Rightarrow b^2+b+8 = 560$

$b^2+b-552 = 0$
 по т. Виета: $(b+24)(b-23) = 0$
 $b = -24; 23$

5) Если $b = -24$, то $a = b+8 = -16$, $c = b-1 = -25$

6) Если $b = 23$, то $a = b+8 = 31$, $c = b-1 = 22$

7) Проверка: если $a = -16, b = -24, c = -25$, то

$-16 > -24$ - верно

$a-b = 8 \not\vdots 3$ - верно

$(a-c)(b-c) = 9 \cdot 1 = 9 = 3^2$ - верно

$a+b^2 = 560$ - верно

$\Rightarrow (-16; -24; -25)$ - решение

8) если $a = 31, b = 23, c = 22$

$a > b$ - верно

$a-b = 8 \not\vdots 3$ - верно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = 9 \cdot 4$$

5) если $b = -24$, то $a = b + 8 = -16$, тогда:

$$(-16-c)(-24-c) = 9$$

$$c^2 + 40c + 375 = 0$$

$$(c+25)(c+15) = 0$$

$$c = -25; -15$$

6) если $b = 23$, ~~$a = 31$~~ , то $a = b + 8 = 31$, тогда:

$$(23-c)(31-c) = 9$$

$$c^2 - 54c + 704 = 0$$

$$(c-22)(c-32) = 0$$

$$c = 22; 32$$

Ответ: $(-16; -24; -25)$

$(-16; -24; -15)$

$(31; 23; 22)$

$(31; 23; 32)$

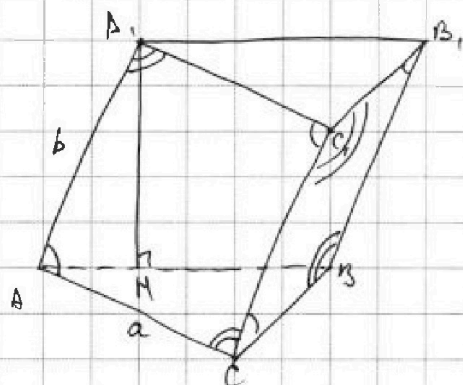


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AB = BC = AC = 1$$

$$S_{\text{бок. AA}_1\text{C}_1\text{C}} = S_{\text{сеч. B}_1\text{B}_2} = 4$$

$$S_{AA_1B_1B} = 3$$

a - сторона основания
 b - ребра $AA_1 = BB_1 = CC_1 = b$

Найти: h - высоту пирамиды

Решение:

$$1) \begin{cases} S_{AA_1C_1C} = ab \sin \angle A_1AC \\ S_{\text{сеч. B}_1\text{B}_2} = ab \sin \angle B_1BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \angle A_1AC = \angle C_1CB \\ \angle A_1AC = \angle B_1BC \end{cases}$$

$$2) \text{ Если } \angle A_1AC = \angle B_1BC, \text{ то } \angle C_1CA = \angle C_1CB \Rightarrow CC_1 \perp AB \Rightarrow AA_1 \perp AB \Rightarrow S_{AA_1B_1B} = ab \geq S_{AA_1C_1C} \Rightarrow \text{противор. условию}$$

$$3) \angle A_1AC = \angle C_1CB, \angle ACC_1 = \angle CBB_1 \Rightarrow (AA_1B_1B) \perp (ABC), \text{ тогда } S_{AA_1B_1B} = a \cdot AH, \text{ где } AH = h$$

$$a \cdot AH = ah = 3$$

$$h = 3$$

Ответ: 3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

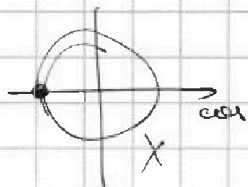
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$[-1; 1] \quad [-3; 3] \quad [-6; 6]$$

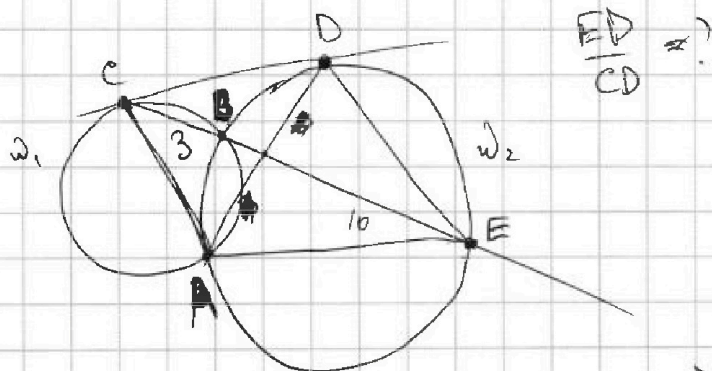
$$\begin{cases} \cos 3x = -1 \\ \cos 2x = -1 \\ \cos x = -1 \end{cases}$$



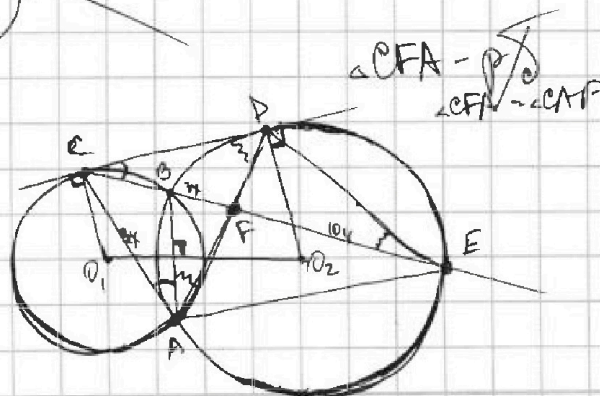
$$\begin{aligned} 2x &= \pi + 2\pi n \\ x &= \frac{\pi}{2} + \pi n \\ 3x &= \pi + 2\pi n \\ x &= \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4\cos^3 x - 3\cos x + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x &= \\ = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 &= p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f' &= 12\cos^2 x \cdot (-\sin x) + 6\cos x \cdot (-2\sin x) + 3\sin x = \\ &= -12\cos^2 x \sin x - 12\cos x \sin x + 3\sin x = \\ &= \end{aligned}$$



$$\frac{ED}{CD} = ?$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{CM}{ME} = \frac{3}{10}$

1) $X = 7 + 11 \Rightarrow AD = 8 \sqrt{10} + 30 < CA$

$\frac{CA}{AE} = \frac{CM}{ME} = \frac{3}{10}$

2) $\frac{CA}{AE} = \frac{CM}{ME} = \frac{3}{10}$

3) $\triangle AED \sim \triangle ADC$
 $\frac{AE}{AD} = \frac{ED}{DC} = \frac{AD}{AC}$
 $\therefore AC = \frac{3}{10} AE$
 $AD^2 = AE \cdot AC = \frac{3}{10} AE^2$
 $AD = \sqrt{\frac{3}{10}} AE$

$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AE}{\sqrt{\frac{3}{10}} AE} = \sqrt{\frac{10}{3}}$ **Д.Б.**

$\sqrt{6} \mid (a-c) \mid (b-c) = p^2$, где p - простое $\Rightarrow 3$ дел. $\Rightarrow p \mid p^2$
 $a > b \Rightarrow \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$

2) $a + b^2 = 560$
 $b + 8 + b^2 - 560 = 0$
 $b^2 + b - 552 = 0$
 $\Delta = 23 \cdot 24$

$(b+24)(b-23) = 0$
 $b = -24; 23$

$$\begin{array}{r|l} 552 & 47 \\ 138 & 2 \\ \hline 69 & 3 \\ 23 & \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} 47 \\ 2 \end{array} \right\} 24$$

$a - b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$
 $\Rightarrow p = 3$
 $p = 3$
 $a - b = 9 - 1 = 8$
 $a = b + 8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 - 23x + 60 = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$D = 23^2 - 4 \cdot 60 = 289$$

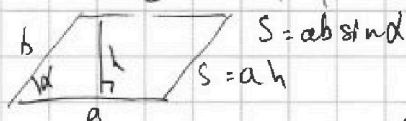
$$x = \frac{23 \pm 17}{2} = \frac{6}{2}; \frac{40}{2} = 3; 20$$

$$x = 3$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 46 \\ \hline 529 \\ \hline 240 \\ \hline 289 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 17 \\ 17 \\ \hline 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

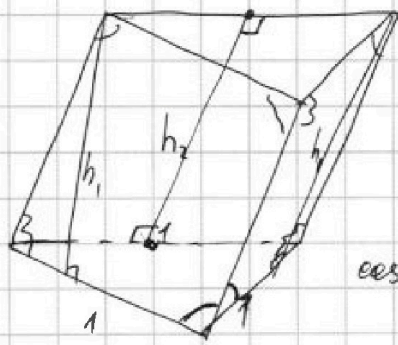
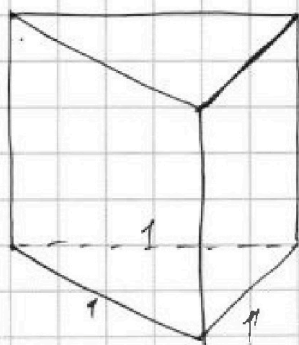
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-z-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \cos(x+z) &= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x + 3 \cos 2x + 6 \cos x \\ &= \cos x (1 - \sin^2 x) - 2 \cos x \sin^2 x + 3 \cos 2x + 6 \cos x \\ &= 7 \cos x - 3 \sin^2 x \cos x + 3 \cos 2x \\ &= 3 - 6 \sin^2 x - 3 \sin^2 x (\cos x + 1) + 7 \cos x + 3 \end{aligned}$$



$$\frac{y}{2} = 10 \frac{1}{2} - 3 = 7 \frac{1}{2}$$

$$[1; 3] \quad [1, 5] \quad 3, 5$$



$$\cos + \cos = 2 \frac{\cos + \cos}{2}$$

$$\cos 3x + 3 \cos x + 3(\cos 2x + \cos x) =$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = (5 \cos x + 2 \cos x \cos 2x + 3 \cos 2x)$$

$$5a + 2ab + 3b \quad 3(\cos x + \cos 2x) + 2$$

$$2a(1+b) + 3b(1+a) \quad 2 \cos x (1 + \cos 2x) + 3 \cos 2x (1 + \cos x)$$

$$10 \cos^3 x + 6 \cos^2 x - 3 \cos x - 3 \quad 6 \cos^2 x - 3 (1 + \cos x)$$

$$6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos 3x - 3 \cos x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1, b_1 q \dots$$

$$b_7 = b_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$\left. \begin{matrix} b_1 > 0 \\ q > 0 \end{matrix} \right\} \text{no yet. г.нр.}$$

$$b_{13} = b_1 q^{12} = 5-x$$

$$b_{15} = b_1 q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\cancel{b_1 q^{14}} = \cancel{b_1 q^6} \cdot \cancel{q^8} = b_1 q^6 \cdot \sqrt{(x+1)^4}$$

$$q^8 = \frac{b_1 q^{14}}{b_1 q^6} = \frac{(x+1)(13x-35)(x+1)^3}{(13x-35)} = (x+1)^2$$

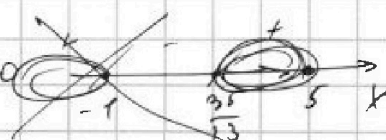
$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6 =$$

$$13x-35 > 0 \quad x > \frac{35}{13}$$

$$\begin{matrix} 13x-35 < 0 \\ 5-x > 0 \\ x < 5 \end{matrix}$$

$$\frac{13x-35}{x+1} > 0$$

$$\frac{x-\frac{35}{13}}{x+1} > 0$$



$$b_{14} = \sqrt{b_7 b_{15}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot \sqrt{(13x-35)(x+1)}} = 64$$

$$= \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}}$$

$$b_{13} = \sqrt{b_{11} b_{15}} = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1} \cdot \sqrt{(13x-35)(x+1)}} =$$

$$= \sqrt{13x-35}$$

$$\sqrt{13x-35} = 5-x$$

$$\begin{aligned} (13x-35) &= 25-10x+x^2 = 84-4 \cdot 21 \\ 5-x &> 0 \\ \frac{35}{13} < \frac{38}{13} &= 3 \end{aligned}$$

$$4 < \sqrt{21} < 5$$

$$324-240=$$

$$84=4 \cdot 21$$

$$x = \frac{18 \pm 2\sqrt{21}}{2} =$$

$$= 9 \pm \sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) b = -24 \quad a = -24 + 8 = -16$$

$$(16+c)(24+c) = 9$$

$$16 \cdot 24 + 40c + c^2 = 9$$

$$c^2 + 40c + 16 \cdot 24 - 9 = 0$$

$$D = 40^2 - 4 \cdot 16 \cdot 24 + 36 = 400 - 1536 + 36 = -1100$$

$$-4 \cdot 375 = 4(20^2 - 375) = 4 \cdot 25$$

$$c = \frac{-40 \pm 10}{2} = -20 \pm 5 = -25; -15$$

$$\begin{matrix} -16; -24; -15 \\ -16; -24; -25 \end{matrix}$$

$$2) b = 23 \quad a = 23 + 8 = 31$$

$$(23-c)(31-c) = 9$$

$$23 \cdot 31 - 54c + c^2 = 9$$

$$c^2 - 54c + 704 = 0$$

$$D = 54^2 - 4 \cdot 704 =$$

$$= 4 \cdot 27^2 - 4 \cdot 4 \cdot 176 =$$

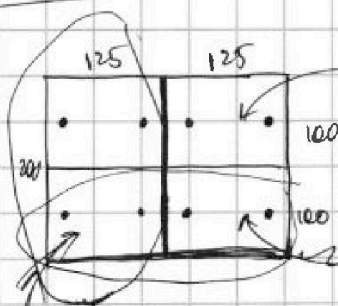
$$= 4(729 - 704) = 4 \cdot 25$$

$$c = \frac{54 \pm 10}{2} = 27 \pm 5 = 22; 32$$

$$\begin{matrix} 31; 23; 22 \\ 31; 23; 32 \end{matrix}$$

$$(31-32) \cdot 22 = 22$$

$$\begin{matrix} 27 \\ \times 27 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 729 \end{matrix}$$



выбрать всего
2 чл.

$$(125 \cdot 100) \cdot (125 \cdot 100 - 1)$$

$$S_1$$

симм. отн. центра

$$\text{выбрать 4 чл.: } (125 \cdot 100) \cdot (125 \cdot 100 - 1) \cdot (125 \cdot 100 - 2) \cdot (125 \cdot 100 - 3)$$

симм. отн. верт.

$$4!$$

$$\text{выбрать 4 чл.: } (100 \cdot 250) \cdot (100 \cdot 250 - 1) \cdot (100 \cdot 250 - 2) \cdot (100 \cdot 250 - 3)$$

симм. отн. гориз.

$$4!$$

если симм. отн. обеих прямых, то симм. отн. ц.

→ Всего: Среди S_2 есть S_1 и среди S_3 есть S_1

$$\Rightarrow \text{Всего: } S_1 + (S_2 - S_1) + (S_3 - S_1) = S_2 + S_3 - S_1 = 2S_2 - S_1, \text{ так } S_2 = S_3$$

$$= \frac{\frac{x}{2} \cdot (\frac{x}{2} - 1) \cdot (\frac{x}{2} - 2) \cdot (\frac{x}{2} - 3) \cdot 2}{4!} - \frac{\frac{x}{4} \cdot (\frac{x}{4} - 1)}{2} = 2 \cdot \frac{\frac{x}{2}!}{4! \cdot (\frac{x}{4})!} - \frac{x}{8} \cdot (\frac{x}{4} - 1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

