



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a_1, a_2, \dots, a_n$ — это геометрическая прогрессия. Тогда $a_{10} = \sqrt{(25x+34) \cdot (3x+2)}$

$$a_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}, \text{ тогда } (a_{14})^2 = \sqrt{a_{10} \cdot a_{18}}$$

$$a_{14} = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}}, \text{ Тогда } a_{12}^2 = a_{10} \cdot a_{14}$$

$$a_{12} = \sqrt{25x+34} = \cancel{x+2} \cdot 2-x$$

$$\sqrt{25x+34} = 2-x$$

$$f(x) = \sqrt{25x+34} \text{ на } \left[-\frac{34}{25}; +\infty\right) \quad g(x) = 2-x \text{ на } \mathbb{R}$$

$x = -1$. Значит такая геометрическая

прогрессия существует только для $x = -1$.

Ответ: $x = -1$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим 2-е ур-е.

$$\sqrt{400-z^2} \leq 20 \Rightarrow |y+2| + 2|y-18| \leq 20.$$

$$\text{При } y > 18 \quad |y+2| + 2|y-18| > 20$$

$$\text{При } y = 18 \quad |y+2| + 2|y-18| = 20$$

$$\text{При } -2 \leq y < 18 \quad |y+2| + 2|y-18| = y+2-2y+36 = 38-y > 20$$

$$\text{При } y < -2 \quad -y-2-2y+36 = 34-3y > 20.$$

$$\text{Значит } |y+2| + 2|y-18| \geq 20, \text{ а } \sqrt{400-z^2} \leq 20$$

$$\Rightarrow |y+2| + 2|y-18| = 20 \Rightarrow \sqrt{400-z^2} = 20 \Rightarrow y = 18, z = 0.$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \\ y = 18 \\ z = 0. \end{cases}$$

Решим 1-е ур-е из системы:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}; \quad x \in [-6; 3]$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x})^2 = (2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7)^2$$

$$9 - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = (2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7)^2$$

$$\text{Пусть } t = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$\text{тогда } t^2 - 13t + 40 = 0.$$

$$(t-5)(t-8) = 0.$$

$$\begin{cases} \sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2} \\ \sqrt{(x+6)(3-x)} = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2 + 12x - 47 = 0 & x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{14} \\ x^2 + 3x - 2 = 0 & x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Проверка:

$$x = -\frac{3}{2} - \sqrt{14} - \text{подходит}; \quad x = -\frac{3}{2} + \sqrt{14} - \text{подходит}.$$

$$x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} - \text{не подходит}; \quad x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} - \text{подходит}.$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{3}{2} - \sqrt{14}; \quad -\frac{3}{2} + \sqrt{14}; \quad -\frac{3 + \sqrt{17}}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[3]{1-p} = 1 + \frac{1}{\cos x}.$$

~~$$\sqrt[3]{1-p} = \cos x.$$~~

При $p = 0$:

$$3\cos^3 x + 3\cos x + 1 = 0$$

нет решений.

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 3 < 0, \text{ т.е.}$$

При $p \neq 0$.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} = \cos x.$$

$$\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi \cdot n, n \in \mathbb{Z}, \\ x = -\arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi \cdot k, k \in \mathbb{Z}, \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi \cdot n, n \in \mathbb{Z}, \\ x = -\arccos\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi \cdot k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Уравнение имеет хотя бы 1 решение.

$$\text{при } p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

найдя корни

1 реш.

p = ?

$$p \cdot \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cdot \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(p-1) \cdot \cos^3 x + \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0.$$

$$(p-1) \cdot \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0.$$

$$p-1 = -\left(\frac{\cos x + 1}{\cos x}\right)^3$$

$$1-p = \left(\frac{\cos x + 1}{\cos x}\right)^3$$

$$\sqrt[3]{1-p} = 1 + \frac{1}{\cos x}.$$

При $\cos x > 0$, $1 + \frac{1}{\cos x} \in [2; +\infty)$.

При $\cos x < 0$, $1 + \frac{1}{\cos x} \in (-\infty; 0]$.

Значит $\sqrt[3]{1-p} \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Значит при $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$.

- ур-е имеет решение.

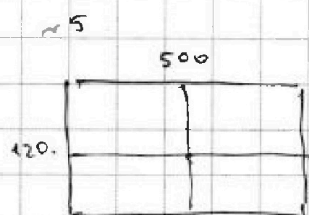


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пойдем, ~~каждое~~ сколько существует
расстановок, при которых выполняется

только 1 симметрия.

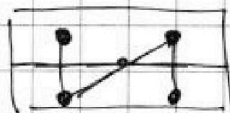
- Если 2 эти симметрии относительно ~~центр~~
линии.



3 когда выполняется

еще и центральная симметрия.

- Если 2 эти симметрии - центральная и относительно
одной из средних линий, т.о.



Выполняется ~~2~~ симметрия относительно
двух средних линий.

Итого из этих фактов, можно показать, что
если выполняется больше одной симметрии, то
выполняются сразу все. Найдем кол-во
расстановок таких, что выполняются сразу
все симметрии.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда теперь нам нужно выдать это кол-во, чтобы найти кол-во раскрасок относительно ровно одной шиллетри.

$$\text{это } \frac{(500 \cdot 60)!}{(500 \cdot 60 - 4)! \cdot 4!} - \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2} =$$

$$= \frac{(500 \cdot 60)(500 \cdot 60 - 1)(500 \cdot 60 - 2)(500 \cdot 60 - 3)}{4!} - \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2}$$

$$= \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2} \cdot \frac{(500 \cdot 60 - 1)(500 \cdot 60 - 3) - 1}{3}$$

это количество для 1 отдельной взятой шиллетри.

Значит суммарное кол-во раскрасок

(с учетом ~~и шиллетри~~ раскрасок с 3 шиллетриями)

$$3 \cdot \left(\frac{(500 \cdot 60)!}{(500 \cdot 60 - 4)! \cdot 4!} - \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2} \right) + \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2} =$$

$$= \frac{(500 \cdot 60) \cdot (500 \cdot 60 - 1) \cdot (500 \cdot 60 - 2) \cdot (500 \cdot 60 - 3)}{8} - 250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)$$

$$\text{Ответ: } \frac{500}{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)} \cdot \left(\frac{(500 \cdot 60 - 1) \cdot (500 \cdot 60 - 3)}{2} - 1 \right)$$

$$\text{или } = 3 \cdot \frac{(500 \cdot 60)!}{(500 \cdot 60 - 4)! \cdot 4!} - 2 \cdot \frac{(250 \cdot 60)!}{(250 \cdot 60 - 2)! \cdot 2!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Закрасили 2 клетки в одном из 4 возможных прямоугольников, которые получаются после деления заданного прямоугольника "средними линиями".



По 2 клетки в одном из четырех прямоугольников будет покрашено.

задача раскраска. Значит кол-во таких раскрасок

$$\frac{(250 \cdot 60)!}{(250 \cdot 60 - 2)! \cdot 2!} = \frac{250 \cdot 60 \cdot (250 \cdot 60 - 1)}{2}$$

Теперь подсчитаем кол-во раскрасок подходящих под одну из симметрий.

Будем подсчитывать следующие образы:

- Выделение пополам прямоугольника по средней клетке. (для центральной симметрии — по центру пополам).
- Раскрасили там 4 клетки
- Оставшиеся 4 единичных образа будут закрасены.

Считая $\neq$ кол-во относительно какой-то симметрии мы такие подсчитали когда выполнялись все симметрии



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит тройка: парн.

$(31; 39)$ - подходит. $\Rightarrow (-32; -24)$ тоже.

$$\begin{array}{l|l} (31-c)(39-c) = 3^2 & (-32-c)(-24-c) = 3^2 \\ c = 30; c = 40 & (32+c)(24+c) = 3^2 \\ & c = -23; -33. \end{array}$$

Значит подходит только такие пары.

$(31; 39; 30); (31; 39; 40); (-32; -24; -23);$
 $(-32; -24; -33)$

Ответ: $(31; 39; 30)$
 $(31; 39; 40)$
 $(-32; -24; -23)$
 $(-32; -24; -33)$



1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$^{\sim b} (a, b, c) \quad a, b, c \in \mathbb{Z},$$

$$\begin{cases} a < b \\ b - a \not\equiv 0 \pmod{3} \\ (a - c)(b - c) \neq p^2 \quad p - \text{простое} \\ a^2 + b = 1000 \end{cases}$$

$$a^2 + b = 1000.$$

$$\text{если } a \equiv 1 \pmod{3} \text{ то } b \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{если } a \equiv 2 \pmod{3} \text{ то } b \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{если } a \equiv 0 \pmod{3}, \text{ то } b \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow \text{если } a^2 + b = 1000 \Rightarrow b - a \not\equiv 0 \pmod{3}$$

$$b = 1000 - a^2$$

$$\Rightarrow (a - c)(1000 - a^2 - c) \neq p^2, \text{ т.к. } b > a \Rightarrow b - c > a - c$$

$$\Rightarrow (a - c)(b - c) = p^2 \text{ только если } a - c = 1, b - c = p^2$$

$$a - c = -p^2, b - c = -1.$$

$$\Rightarrow b - a + 1 = p^2 \text{ либо } a - b - 1 = -p^2, \text{ т.е. } b - a + 1 = p^2.$$

Условие задачи можно переписать так.

$$\begin{cases} b - a + 1 = p^2 \\ a^2 + b = 1000 \\ b > a \end{cases} \quad \left| \quad \begin{array}{l} p^2 \equiv 0 \text{ либо } p^2 \equiv 1 \pmod{3} \\ \Rightarrow b - a + 1 \equiv 1 \text{ либо } b - a + 1 \equiv 0 \\ b - a \equiv -1; b - a \equiv -2; b - a \equiv 1. \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow b - a \equiv -1. \Rightarrow a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow p \neq 3 \quad b \equiv 0 \pmod{3}$$

Выводим пары (a, b) проверяем, какое условие



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a	b
1	999
-2	996
4	984
-5	975
7	951
-8	936
...	...
31	39
-32	-24

Очевидно, что $b = a + 1$, где $b = 1000 - a^2$

т.е. $1000 - a^2 = a + 1$ и

$$\begin{aligned} 1000 - (-a-1)^2 &= (-a-1) + 1 = \\ &= 1000 - a^2 - 2a - 1 + a + 1 + 1 = \\ &= 1000 - a^2 - a + 1 = 1000 - a^2 - a + 1 \end{aligned}$$

Остается только 3 случая чисел (a, b, c) - пара. то

~~то~~ $(a; 1000 - a^2; c)$ - пара, то $(-a-1; 1000 - (-a-1)^2; c)$

- тоже пара. И наоборот чисел $(a; 1000 - a^2; c)$ - не пара то $(-a-1; 1000 - (-a-1)^2; c)$ - тоже не пара.

a	b
1	999
4	984
7	951
...	...
31	39

Проверим все пары:

~~999 - 1 + 1 = 1000~~ * не кв.

~~984 - 4 + 4 = 992~~ * не кв.

981 - не кв.

945 - не кв.

1) 999 - нет.

25)

27) ~~27 - не кв.~~ 189 - не кв.

4) 984 - нет.

27)

31) 9 - квадрат простого числа = 3

7) 951 - нет

28)

10) 981 - нет.

28)

13) 945 - нет.

28)

16) 729 - квадрат 27, но

27 - не простое, значит тоже не подходит.

19) 621 - не квадрат.

22) 495 - не квадрат.

25) 351 - не квадрат.

28)

28)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{-1(x+6)(x-3)} \quad x \in [-6; 3]$$

$$18 - 3x - x^2$$

$$2\sqrt{x+6} - 2\sqrt{3-x} + 49$$

$$x+6 - 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{3-x} + 2\sqrt{x+6} - (3-x) - 2\sqrt{3-x} + 49 = 4(x+6)(x-3)$$

$$(\sqrt{x+6} + \sqrt{3-x})^2 = 9 + 2\sqrt{(x+6)(x-3)}$$

то

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0.$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x.$$

имеет хотя бы 1
реш.
по теореме

$$\frac{\pi}{6} \quad \frac{3\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4p \cos^3 x + 6 \cos 2x + 12 \cos x + 10 = 0.$$

$$p \cdot 2 \cos^3 x + 3 \cos 2x + 6 \cos x + 5 = 0.$$

$$2p \cos^3 x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x + 5 = 0.$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0.$$

$$(p \cos^3 x + 3 \cos^2 x) (3 \cos x + 1) = 0.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1.

$$a_{10} = \sqrt[4]{25x+34} \cdot \sqrt{3x+2}$$

$$a_{14} =$$

$$3x+2 > 0.$$

$$a_{12} =$$

$$\sqrt{3x+2}$$

$$25x+34 > 0$$

$$a_{10} = d^8 = a_{18},$$

$$d = \sqrt[4]{3x+2}$$

$$a_{10} =$$

$$\sqrt{25x+34} = 2-x.$$

$$25x+34 =$$

$$x = -1$$

~2.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-2z^2} \end{array} \right.$$

$$y > 18.$$

$$20 \leq y < 18$$

$$20$$

$$-2 \leq 18.$$

$$y+2-2y+36.$$

$$-y+38 > 20.$$

$$(y+2) + 2(y-18) \leq 20.$$

$$-y-2-2y+36 \quad y \leq -2$$

$$-3y+34 \leq 20.$$

$$y \geq 18, \quad z = 0.$$

$$y \in [18, 38] \quad \left[-6, 3 \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \\ 2\sqrt{-(x+6)(x+3)} \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b$$

$$b \not\equiv a \pmod{3}$$

$$p-c)(b-c) \neq p^2$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a=0; b=1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$(a-c)(b-c)$$

$$c=1$$

$$a=0; b=1000$$

$$c=20$$

$$a=1; b=999$$

$$a=2; b=996$$

$$a=3; b=991$$

$$a=4; b=984$$

$$a=31; b=39$$

$$a=32; b=-24$$

$$a=-33; b=-80$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$b = 1000 - a^2$$

$$a^2 + (1000 - a^2) = 1000$$

$$1000 - a^2 = 1000$$

$$a^2 = 0$$

$$a = 0$$

$$b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$b = 1000 - a^2$$

$$a^2 + (1000 - a^2) = 1000$$

$$1000 - a^2 = 1000$$

$$a^2 = 0$$

$$a = 0$$

$$b = 1000$$

$$p-c)(b-c) \neq p^2$$

$$a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a=0; b=1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p(\cos 3x) + 6 \cos 2x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$p^4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x - 6 + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$3 \cos x (\cos x + 1) + p \cos^3 x + 1 = 0$$

$$\cos x (p \cos^3 x + 3) + 3 \cos^2 x + 1 = 0$$

$$3 \cos x (\cos x + 1) + (\cos x + 1)(\cos^2 x + \cos x + 1) = 0$$

$$(\cos x + 1)(\cos^2 x + 4 \cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = -1$$

$$\cos x = -\frac{1}{\infty}$$

$$-P$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$1) 999$$

$$2) 996$$

$$4) 984$$

$$-5) 975$$

$$1) 999 - 1 + 1 = 9$$

$$1000 - a^2$$

$$(1; -2) \text{ sym.}$$

$$361 \sim 1$$

$$841 \sim 29$$

$$729 \sim 27$$

$$625$$

$$529$$

$$441$$

$$361$$

$$241$$

$$961 - 120$$

$$841$$

$$426$$

$$428$$

$$424$$

$$1) 1000 - a^2$$

$$1000 - a^2 - a + 1$$

$$1000 - (a+1)^2 - a - 1$$

$$1000 - a^2 - a - 1 - 10$$

$$1000 - a^2 - a - 1 - 6a - 10$$

$$1000 - a^2 - a - 1 - 5a - 10$$

$$1000 - a^2 - a - 1$$

$$361 - 639$$

$$29 - 29$$

$$29 - 29$$

$$155 - 29 + 1$$

$$p + 7 = 0$$

$$(30 - 1)^2 + 16 = 1000$$

$$1) 999$$

$$300 - 60 + 16$$

$$999$$

$$1000 - 228 + 1$$

$$999$$

$$(1; -1); 999$$

$$(2; -2); 996$$

$$(3; -3); 991$$

$$(30; -30); 100$$

$$(-34; 31); 39$$

$$(-32;) - 24$$

$$1) 1000 - a^2$$

$$1000 - a^2 - a + 1$$

$$1000 - (a+1)^2 - a - 1$$

$$361 - 431 + 4$$

$$a^2 - 4(a-1)$$

$$241$$

$$(30-c)(10-c)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{-(x+6)(x-3)}$$

$$9 - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = \left(2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7\right)^2 \quad x \in [-6; 3]$$

$$9 - t = t^2 - 14t + 49$$

$$t^2 - 13t + 40 = 0$$

$$(t-5)(t-8) = 0$$

$$2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 5$$

$$2(\sqrt{(x+6)(3-x)}) = 8$$

$$4(x+6)(3-x) = \frac{25}{4}$$

$$4(x+6)(3-x) = 16$$

$$-x^2 - 3x + 18 = \frac{25}{4} \quad \sqrt{8-12} = 2\sqrt{8} \quad 6 = 3\sqrt{8}$$

$$x^2 + 3x + \frac{25}{4} - 18 = 0$$

$$-47 \quad -40 \pm 32$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0$$

$$1 - \sqrt{8} + 7 = 2\sqrt{8} \quad 6 - 3\sqrt{8} = 8$$

$$D = 144 + 4 \cdot 4 \cdot 47 = 4(3^2 + 4 \cdot 47) \quad 4^2 = 16 \cdot 4$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{\frac{49}{4}}$$

$$-12 \pm 8 \quad 2 \pm 4$$

$$\sqrt{2x} - \sqrt{x} + 7 = 2\sqrt{2x} \quad a \cdot b = \frac{5}{2}$$

$$6 \pm 8$$

$$a - b = 3 \quad a^2 + b^2 - 2 = 25$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9 \quad a^2 + b^2 = 13 \quad \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6.5} = 2.5$$

$$\frac{-12 \pm 8\sqrt{47}}{8} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{141}$$

$$a \cdot b = 1 \quad 45 - \sqrt{25} \pm 12$$

$$a - b = 5 \quad 25 - 15 = 10 \quad \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6.5} = 2.5$$

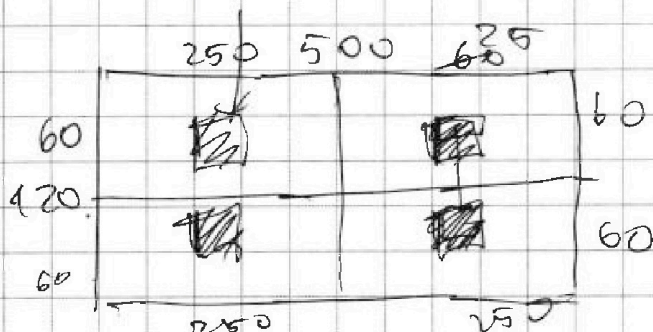


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



500 · 120 - 1 клетка.

2 клетки.

60 · 250 клеток.

60 · 250

$$\frac{60 \cdot 250 \cdot (60 \cdot 250 - 1)}{2}$$

C_k^n

$$C_k^n \cdot \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$C_{60 \cdot 250}^2$

60 · 500

$$\left(C_{60 \cdot 500}^4 - C_{60 \cdot 250}^2 \right) + \left(C_{250 \cdot 120}^4 - C_{60 \cdot 250}^2 \right)$$

$$+ C_{120 \cdot 250}^4 - C_{60 \cdot 250}^2$$

$$3 \cdot C_{30000}^4 - 3 \cdot C_{60 \cdot 250}^2 + C_{60 \cdot 250}^2$$

C_k^n

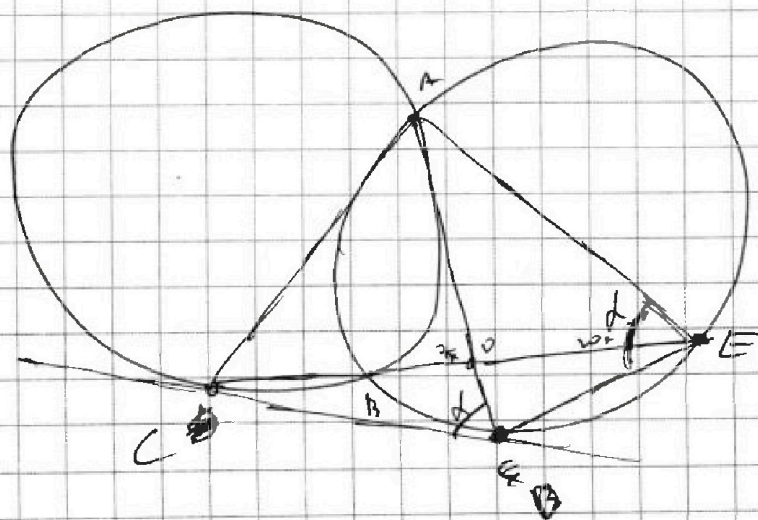
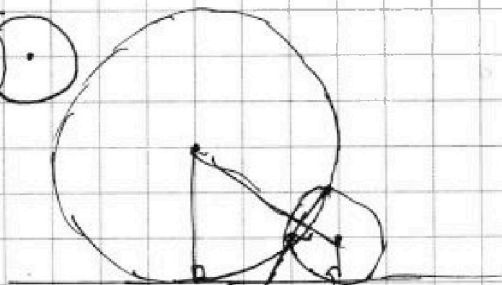
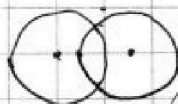
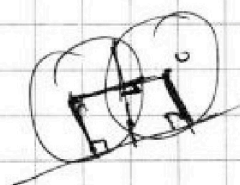
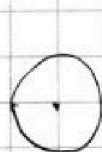
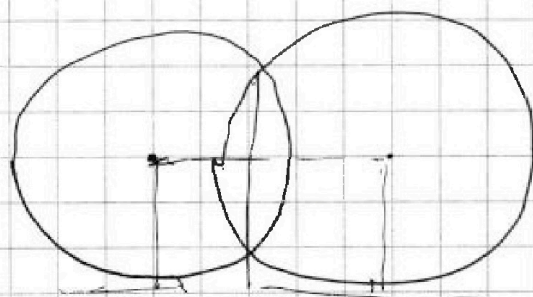


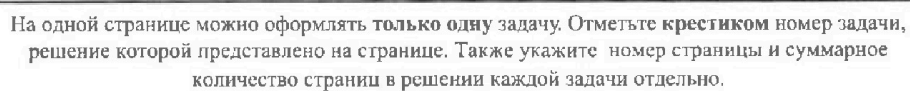
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





СТРАНИЦА
* ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поряда QR-кода недопустима!

$$4 \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+1) \cos x$$

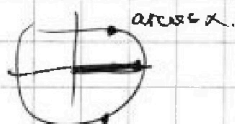


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13.



$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0 \quad ?$$

$$\cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0 \quad \begin{matrix} a^3 + b^3 \\ (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\ b^2 + ab^2 \end{matrix}$$

$$\cos x (\cos^2 x + 3) + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x +$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1) (\cos^2 x + 3 \cos x + 1) = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$$

$$p-1 = - \left(\frac{\cos x + 1}{\cos x} \right)^3$$

$$\sqrt[3]{1-p} = \frac{\cos x + 1}{\cos x} = 1 + \frac{1}{\cos x}$$

$$\cos x > 0$$

$$\cos x \leq 1$$

$$1 + \frac{1}{\cos x} \geq 1.5$$

$$1 + \frac{1}{\cos x} \in [2; +\infty)$$

$$[-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$$

$$-1 < \cos x < 0$$

$$\sqrt[3]{1-p} =$$

$$1 + \frac{1}{\cos x}$$

$$1 - \frac{1}{\cos x}$$

$$-2$$

$$p \in (-\infty; -7] \cup$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\rho \cos^3 x + \rho \cos^2 x + \cos x - \sin x = 0$$

$$\sqrt[3]{2\rho} =$$