



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$ , двенадцатый член равен  $2-x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a < b$ ,
  - число  $b - a$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{1.}] q\text{-ий член прогрессии, тогда } q^2 \sqrt{(25x+34)(3x+2)} &= \\ = 2-x \text{ и } q^8 \sqrt{(25x+34)(3x+2)} &= \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \Rightarrow \\ \Rightarrow q^8 = \sqrt{(3x+2)^{-4}} \text{ при выполнении ОДЗ} &\Rightarrow \\ \Rightarrow q^2 = \pm \sqrt[4]{\sqrt{(3x+2)^{-4}}} &= \pm \sqrt[4]{(3x+2)^{-2}} = \pm (3x+2)^{-1/2} \Rightarrow \end{aligned}$$

т.к. прогрессия состоит из действ. чисел  $q^2 > 0 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow q^2 = (3x+2)^{-1/2} \Rightarrow (3x+2)^{1/2} \sqrt{(25x+34)(3x+2)} =$   
 $= 2-x \Rightarrow \sqrt{25x+34} = 2-x \text{ при выполнении ОДЗ.}$   
 $25x+34 = 4 - 4x + x^2 \Rightarrow x^2 - 29x - 30 = 0 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x = -1 \text{ или } x = 30. \text{ При } x = -1 \text{ не выполняется ОДЗ, т.к. подкоренное выражение}$   
 $(25x+34)(3x+2) < 0 \Rightarrow x \neq -1. \text{ При } x = 30 \text{ 12-й}$   
 $\text{член прогрессии определенный, чего не можем добить так как он является про-}$   
 $\text{изведенением арифм. корня и квадрата действительного числа } q \Rightarrow x \neq 30 \Rightarrow \text{ таких } x$   
 $\text{не существует.}$

Ответ: таких  $x$  не существует



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z^2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

Перенесем второе уравнение:  $|y+2| + |y-18| + |y-18| = \sqrt{400-z^2}$ . Заметим, что  $|y+2| + |y-18| \geq y+2 - y+18 = 20$ ;  $|y-18| \geq 0$ , а  $\sqrt{400-z^2} \leq \sqrt{400} = 20 \Rightarrow$  равенство достигается только при  $|y-18| = 0$ ;  $z = 0 \Rightarrow y = 18$ ,  $z = 0$ . Тогда первое уравнение такое:  $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$ . Рассмотрим  $x+6=a$ ,  $3-x=b$ :

$$\begin{aligned} \sqrt{a} - \sqrt{b} + 7 &= 2\sqrt{ab} \leq a+b \text{ по квадратуре средних} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} + 7 &\leq a+b = x+6+3-x=9 \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} \leq 2 \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} + 7 &= 2\sqrt{ab} \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} + a+b+7 = a+2\sqrt{ab}+b = (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 \\ a+b=9 \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} + 16 &= (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 \quad | \cdot (\sqrt{a}+\sqrt{b}) \\ a-b+16(\sqrt{a}+\sqrt{b}) &= (\sqrt{a}+\sqrt{b})^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a} - \sqrt{b} + 7 &= 2\sqrt{ab}. a+b=x+6+3-x=9 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} + 7 &= \sqrt{a} - \sqrt{b} + a+b-2 = 2\sqrt{ab} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} + 9 - 2\sqrt{ab} + b - 2 &= 0 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 - 2 = 0. \quad t = \sqrt{a} - \sqrt{b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ или } t = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} = 1 \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 1 \\ \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = -2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+7=8=2\sqrt{(x+6)(3-x)} \\ -2+7=5=2\sqrt{(x+6)(3-x)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+6)(3-x)=16 \\ 4(x+6)(3-x)=25 \end{cases}$$

$$-x^2 - 3x + 18 = 16 \Rightarrow x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}}$$

$$-4x^2 - 12x + 72 = 25 \Rightarrow -4x^2 - 12x + 47 = 0 \Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 16 \cdot 47}}{-8} =$$

$$= \frac{12 \pm 4\sqrt{9 + 47}}{-8} = \frac{-3 \pm \sqrt{56}}{2} = \frac{-3 \pm 2\sqrt{14}}{2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{14}$$

Проверим, условие ли это  $x$ . ОДЗ.  $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow -6 \leq x \leq 3 \quad 0 < -\frac{3}{2} + \sqrt{14} \vee 3 \Leftrightarrow 14 > 4,5^2 > 16 \Rightarrow \text{удовл.}$$

$$0 > -\frac{3}{2} - \sqrt{14} \vee -6 \Leftrightarrow 14 > 4,5^2 > 16 \Rightarrow \text{неудовл.}$$

$$0 < -\frac{3}{2} + \sqrt{17} \vee 3 \Leftrightarrow \frac{17}{4} > 4,5^2 > 16 > \frac{17}{4} \Rightarrow \text{удовл.}$$

$$0 > -\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{17}{4}} \vee -6 \Leftrightarrow \frac{17}{4} > 4,5^2 > 16 > \frac{17}{4} \Rightarrow \text{неудовл.}$$

Значит подходит только  $x = -\frac{3}{2} + \sqrt{14}$  и  $x = -\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{17}{4}}$

Ответ:  $(-\frac{3}{2} + \sqrt{14}; 18; 0), (-\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{17}{4}}, 18; 0)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3} \cdot p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0;$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 32\cos x + 4 = 0;$$

$$(p-1)\cos^3 x + \cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 4 = 0;$$

$$(p-1)\cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0;$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p)\cos^3 x;$$

$$\cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x; \Rightarrow$$

$$1 = \cos x (\sqrt[3]{1-p} - 1) \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} \Rightarrow$$

Чтобы было хотя бы одно решение  $\left| \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} \right| \leq 1$

$$\Rightarrow \left| \sqrt[3]{1-p} - 1 \right| \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} \geq 1 \\ \sqrt[3]{1-p} \geq 2 \\ \sqrt[3]{1-p} \leq 1 \\ \sqrt[3]{1-p} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1-p \geq 1 \\ 1-p \geq 8 \\ 1-p \leq 1 \\ 1-p \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1-p \geq 1 \\ 1-p \geq 8 \\ 1-p \leq 1 \\ 1-p \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p \leq -1 \\ p \geq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$(1-p) \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} 1-p \geq 1 \\ 1-p \leq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1-p \geq 1 \\ 1-p \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p \leq -1 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

При таких  $p$   $\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1}\right) + 2\pi k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: при  $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$   $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p^2}}\right) + 2\pi k$ ,  
 $k \in \mathbb{Z}$ .



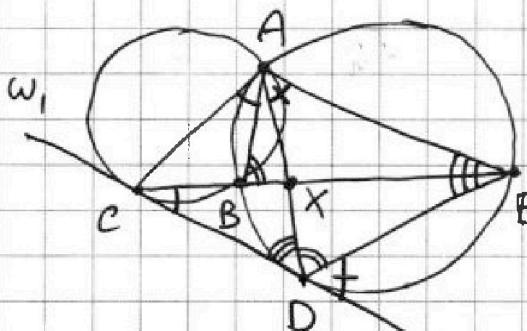
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4.



$$\frac{CX}{XE} = \frac{7}{20} \quad \frac{ED}{CD} = ?$$

$$(1) S_{CDX} = \frac{1}{2} h \cdot CX = \frac{1}{2} CD \cdot DX \sin \angle CDX$$

$$(2) S_{DXE} = \frac{1}{2} h \cdot EX = \frac{1}{2} DE \cdot DX \sin \angle XDE$$

где  $h$  - высота  $\triangle ACD$  из

точки  $D$  на  $CE$ .

$$(1) : (2) \Rightarrow \frac{CX}{EX} = \frac{CD}{DE} \frac{\sin \angle CDX}{\sin \angle XDE} \Rightarrow \frac{CD}{DE} = \frac{CX}{EX} \frac{\sin \angle XDE}{\sin \angle CDX}$$

По СВ-свойству хорды и касательной:  $\angle XCD = \angle CAB$ ;

$$\angle XDC = \angle BED = \frac{\pi - \alpha - \beta}{2}; \angle EDY = \angle EAD = \frac{\pi - \gamma}{2}.$$

$\angle XDE = \angle ABE$  как вписанные  $\angle$  дуги опир. на одну дугу.

$$\Rightarrow \sin \angle AED = \sin \angle XDE \Rightarrow \frac{\sin \angle XDE}{\sin \angle CDX} = \frac{AE}{\sin \angle XDE \sin \angle XDE} = \frac{AD}{\sin \angle AED \sin \angle CDX}$$

$$= \frac{AE}{AD} \quad (\text{но } T \text{ Синусов}) \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{20}{7} \frac{AD}{AE}. \text{ Катдем } \frac{AD}{AE} :$$

1) - & 2) - & 3) - & 4) - & 5) - & 6) - & 7) - & 8) - & 9) - & 10) - & 11) - & 12) - & 13) - & 14) - & 15) - & 16) - & 17) - & 18) - & 19) - & 20) - & 21) - & 22) - & 23) - & 24) - & 25) - & 26) - & 27) - & 28) - & 29) - & 30) - & 31) - & 32) - & 33) - & 34) - & 35) - & 36) - & 37) - & 38) - & 39) - & 40) - & 41) - & 42) - & 43) - & 44) - & 45) - & 46) - & 47) - & 48) - & 49) - & 50) - & 51) - & 52) - & 53) - & 54) - & 55) - & 56) - & 57) - & 58) - & 59) - & 60) - & 61) - & 62) - & 63) - & 64) - & 65) - & 66) - & 67) - & 68) - & 69) - & 70) - & 71) - & 72) - & 73) - & 74) - & 75) - & 76) - & 77) - & 78) - & 79) - & 80) - & 81) - & 82) - & 83) - & 84) - & 85) - & 86) - & 87) - & 88) - & 89) - & 90) - & 91) - & 92) - & 93) - & 94) - & 95) - & 96) - & 97) - & 98) - & 99) - & 100) - & 101) - & 102) - & 103) - & 104) - & 105) - & 106) - & 107) - & 108) - & 109) - & 110) - & 111) - & 112) - & 113) - & 114) - & 115) - & 116) - & 117) - & 118) - & 119) - & 120) - & 121) - & 122) - & 123) - & 124) - & 125) - & 126) - & 127) - & 128) - & 129) - & 130) - & 131) - & 132) - & 133) - & 134) - & 135) - & 136) - & 137) - & 138) - & 139) - & 140) - & 141) - & 142) - & 143) - & 144) - & 145) - & 146) - & 147) - & 148) - & 149) - & 150) - & 151) - & 152) - & 153) - & 154) - & 155) - & 156) - & 157) - & 158) - & 159) - & 160) - & 161) - & 162) - & 163) - & 164) - & 165) - & 166) - & 167) - & 168) - & 169) - & 170) - & 171) - & 172) - & 173) - & 174) - & 175) - & 176) - & 177) - & 178) - & 179) - & 180) - & 181) - & 182) - & 183) - & 184) - & 185) - & 186) - & 187) - & 188) - & 189) - & 190) - & 191) - & 192) - & 193) - & 194) - & 195) - & 196) - & 197) - & 198) - & 199) - & 200) - & 201) - & 202) - & 203) - & 204) - & 205) - & 206) - & 207) - & 208) - & 209) - & 210) - & 211) - & 212) - & 213) - & 214) - & 215) - & 216) - & 217) - & 218) - & 219) - & 220) - & 221) - & 222) - & 223) - & 224) - & 225) - & 226) - & 227) - & 228) - & 229) - & 230) - & 231) - & 232) - & 233) - & 234) - & 235) - & 236) - & 237) - & 238) - & 239) - & 240) - & 241) - & 242) - & 243) - & 244) - & 245) - & 246) - & 247) - & 248) - & 249) - & 250) - & 251) - & 252) - & 253) - & 254) - & 255) - & 256) - & 257) - & 258) - & 259) - & 260) - & 261) - & 262) - & 263) - & 264) - & 265) - & 266) - & 267) - & 268) - & 269) - & 270) - & 271) - & 272) - & 273) - & 274) - & 275) - & 276) - & 277) - & 278) - & 279) - & 280) - & 281) - & 282) - & 283) - & 284) - & 285) - & 286) - & 287) - & 288) - & 289) - & 290) - & 291) - & 292) - & 293) - & 294) - & 295) - & 296) - & 297) - & 298) - & 299) - & 300) - & 301) - & 302) - & 303) - & 304) - & 305) - & 306) - & 307) - & 308) - & 309) - & 310) - & 311) - & 312) - & 313) - & 314) - & 315) - & 316) - & 317) - & 318) - & 319) - & 320) - & 321) - & 322) - & 323) - & 324) - & 325) - & 326) - & 327) - & 328) - & 329) - & 330) - & 331) - & 332) - & 333) - & 334) - & 335) - & 336) - & 337) - & 338) - & 339) - & 340) - & 341) - & 342) - & 343) - & 344) - & 345) - & 346) - & 347) - & 348) - & 349) - & 350) - & 351) - & 352) - & 353) - & 354) - & 355) - & 356) - & 357) - & 358) - & 359) - & 360) - & 361) - & 362) - & 363) - & 364) - & 365) - & 366) - & 367) - & 368) - & 369) - & 370) - & 371) - & 372) - & 373) - & 374) - & 375) - & 376) - & 377) - & 378) - & 379) - & 380) - & 381) - & 382) - & 383) - & 384) - & 385) - & 386) - & 387) - & 388) - & 389) - & 390) - & 391) - & 392) - & 393) - & 394) - & 395) - & 396) - & 397) - & 398) - & 399) - & 400) - & 401) - & 402) - & 403) - & 404) - & 405) - & 406) - & 407) - & 408) - & 409) - & 410) - & 411) - & 412) - & 413) - & 414) - & 415) - & 416) - & 417) - & 418) - & 419) - & 420) - & 421) - & 422) - & 423) - & 424) - & 425) - & 426) - & 427) - & 428) - & 429) - & 430) - & 431) - & 432) - & 433) - & 434) - & 435) - & 436) - & 437) - & 438) - & 439) - & 440) - & 441) - & 442) - & 443) - & 444) - & 445) - & 446) - & 447) - & 448) - & 449) - & 450) - & 451) - & 452) - & 453) - & 454) - & 455) - & 456) - & 457) - & 458) - & 459) - & 460) - & 461) - & 462) - & 463) - & 464) - & 465) - & 466) - & 467) - & 468) - & 469) - & 470) - & 471) - & 472) - & 473) - & 474) - & 475) - & 476) - & 477) - & 478) - & 479) - & 480) - & 481) - & 482) - & 483) - & 484) - & 485) - & 486) - & 487) - & 488) - & 489) - & 490) - & 491) - & 492) - & 493) - & 494) - & 495) - & 496) - & 497) - & 498) - & 499) - & 500) - & 501) - & 502) - & 503) - & 504) - & 505) - & 506) - & 507) - & 508) - & 509) - & 510) - & 511) - & 512) - & 513) - & 514) - & 515) - & 516) - & 517) - & 518) - & 519) - & 520) - & 521) - & 522) - & 523) - & 524) - & 525) - & 526) - & 527) - & 528) - & 529) - & 530) - & 531) - & 532) - & 533) - & 534) - & 535) - & 536) - & 537) - & 538) - & 539) - & 540) - & 541) - & 542) - & 543) - & 544) - & 545) - & 546) - & 547) - & 548) - & 549) - & 550) - & 551) - & 552) - & 553) - & 554) - & 555) - & 556) - & 557) - & 558) - & 559) - & 560) - & 561) - & 562) - & 563) - & 564) - & 565) - & 566) - & 567) - & 568) - & 569) - & 570) - & 571) - & 572) - & 573) - & 574) - & 575) - & 576) - & 577) - & 578) - & 579) - & 580) - & 581) - & 582) - & 583) - & 584) - & 585) - & 586) - & 587) - & 588) - & 589) - & 590) - & 591) - & 592) - & 593) - & 594) - & 595) - & 596) - & 597) - & 598) - & 599) - & 600) - & 601) - & 602) - & 603) - & 604) - & 605) - & 606) - & 607) - & 608) - & 609) - & 610) - & 611) - & 612) - & 613) - & 614) - & 615) - & 616) - & 617) - & 618) - & 619) - & 620) - & 621) - & 622) - & 623) - & 624) - & 625) - & 626) - & 627) - & 628) - & 629) - & 630) - & 631) - & 632) - & 633) - & 634) - & 635) - & 636) - & 637) - & 638) - & 639) - & 640) - & 641) - & 642) - & 643) - & 644) - & 645) - & 646) - & 647) - & 648) - & 649) - & 650) - & 651) - & 652) - & 653) - & 654) - & 655) - & 656) - & 657) - & 658) - & 659) - & 660) - & 661) - & 662) - & 663) - & 664) - & 665) - & 666) - & 667) - & 668) - & 669) - & 670) - & 671) - & 672) - & 673) - & 674) - & 675) - & 676) - & 677) - & 678) - & 679) - & 680) - & 681) - & 682) - & 683) - & 684) - & 685) - & 686) - & 687) - & 688) - & 689) - & 690) - & 691) - & 692) - & 693) - & 694) - & 695) - & 696) - & 697) - & 698) - & 699) - & 700) - & 701) - & 702) - & 703) - & 704) - & 705) - & 706) - & 707) - & 708) - & 709) - & 710) - & 711) - & 712) - & 713) - & 714) - & 715) - & 716) - & 717) - & 718) - & 719) - & 720) - & 721) - & 722) - & 723) - & 724) - & 725) - & 726) - & 727) - & 728) - & 729) - & 730) - & 731) - & 732) - & 733) - & 734) - & 735) - & 736) - & 737) - & 738) - & 739) - & 740) - & 741) - & 742) - & 743) - & 744) - & 745) - & 746) - & 747) - & 748) - & 749) - & 750) - & 751) - & 752) - & 753) - & 754) - & 755) - & 756) - & 757) - & 758) - & 759) - & 760) - & 761) - & 762) - & 763) - & 764) - & 765) - & 766) - & 767) - & 768) - & 769) - & 770) - & 771) - & 772) - & 773) - & 774) - & 775) - & 776) - & 777) - & 778) - & 779) - & 780) - & 781) - & 782) - & 783) - & 784) - & 785) - & 786) - & 787) - & 788) - & 789) - & 790) - & 791) - & 792) - & 793) - & 794) - & 795) - & 796) - & 797) - & 798) - & 799) - & 800) - & 801) - & 802) - & 803) - & 804) - & 805) - & 806) - & 807) - & 808) - & 809) - & 810) - & 811) - & 812) - & 813) - & 814) - & 815) - & 816) - & 817) - & 818) - & 819) - & 820) - & 821) - & 822) - & 823) - & 824) - & 825) - & 826) - & 827) - & 828) - & 829) - & 830) - & 831) - & 832) - & 833) - & 834) - & 835) - & 836) - & 837) - & 838) - & 839) - & 840) - & 841) - & 842) - & 843) - & 844) - & 845) - & 846) - & 847) - & 848) - & 849) - & 850) - & 851) - & 852) - & 853) - & 854) - & 855) - & 856) - & 857) - & 858) - & 859) - & 860) - & 861) - & 862) - & 863) - & 864) - & 865) - & 866) - & 867) - & 868) - & 869) - & 870) - & 871) - & 872) - & 873) - & 874) - & 875) - & 876) - & 877) - & 878) - & 879) - & 880) - & 881) - & 882) - & 883) - & 884) - & 885) - & 886) - & 887) - & 888) - & 889) - & 890) - & 891) - & 892) - & 893) - & 894) - & 895) - & 896) - & 897) - & 898) - & 899) - & 900) - & 901) - & 902) - & 903) - & 904) - & 905) - & 906) - & 907) - & 908) - & 909) - & 910) - & 911) - & 912) - & 913) - & 914) - & 915) - & 916) - & 917) - & 918) - & 919) - & 920) - & 921) - & 922) - & 923) - & 924) - & 925) - & 926) - & 927) - & 928) - & 929) - & 930) - & 931) - & 932) - & 933) - & 934) - & 935) - & 936) - & 937) - & 938) - & 939) - & 940) - & 941) - & 942) - & 943) - & 944) - & 945) - & 946) - & 947) - & 948) - & 949) - & 950) - & 951) - & 952) - & 953) - & 954) - & 955) - & 956) - & 957) - & 958) - & 959) - & 960) - & 961) - & 962) - & 963) - & 964) - & 965) - & 966) - & 967) - & 968) - & 969) - & 970) - & 971) - & 972) - & 973) - & 974) - & 975) - & 976) - & 977) - & 978) - & 979) - & 980) - & 981) - & 982) - & 983) - & 984) - & 985) - & 986) - & 987) - & 988) - & 989) - & 990) - & 991) - & 992) - & 993) - & 994) - & 995) - & 996) - & 997) - & 998) - & 999) - & 1000)

$$\begin{aligned} AX \cdot XD &= BX \cdot XE \\ CD^2 &= CE \cdot CB \end{aligned} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5. Разберём 3 случая симметрии: относительно горизонт. и верт. оси. мкн.

Установка, относительно вертикальной средней линии;

3) относительно горизонтальной средней линии.

В 2) и 3) случае достаточно выбрать четыре клетки из соотв. половинок прямоугольника (в 2) из  $\boxed{\phantom{0}}$  в 3)  $\boxed{\phantom{000}}$ ). В обоих случаях мы выберем 4 объекта без учёта порядка (т.к. клетки одинаковые) из  $\frac{500 \times 120}{4} = \frac{60000}{4} = 15000$  объектов.

Значит таких способов  $C_{15000}^4$  для каждого случая.

В 1) случае достаточно выбрать 4 клетки из соотв. четверти прямоугольника (т.к. оставшиеся 6 будут определены симметрией, так и в случаях 2) и 3) оставшиеся 4 клетки определяются симметрией). Мы выберем 2 объекта без учёта порядка из  $\frac{500 \times 120}{4} = \frac{60000}{4} = 15000$  объектов  $\Rightarrow$  таких способов

$$C_{15000}^2 = 15000 \cdot 14999 = 225000000$$



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

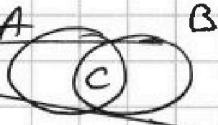
Множество клеток ~~симметрии~~. В 1) случае - с

В 2) случае А В 3) случае В. Тогда

~~A ∩ B = C, т.к. симметрии отн. обоих средних линий. Тогда способ клеток которых сколько-  
ко существует~~

~~Tогда, сколько способов для A и B~~

~~C = A ∩ B ⇒ Кол-во способов для таких симметрий P(A) \* P(B) - P(C), где P возвращают кол-во способов~~



Тогда  $C = A \cap B$ , а посчитать кол-во способов можно так  $C_3^4 + C_3^4 - C_1^2$ . Т.к. имеются два ряда подсчитываем клетки удобн.  $C$  ( $C = A \cap B$ ).

Получаем теперь кол-во способов выбрать точки, которые обладают только центральной симметрией. Для этого достаточно выбрать четыре точки из какого-то из двух квадратиков правильного четырехугольника (  $\boxed{\phantom{0}}$  или  $\boxed{\phantom{0}0}$  ). Остальные будут определять симметрии. Выбираем 4 из  $\frac{500 \times 10}{4} = 10000$  общих -  $C_4^4 - C_1^2$  лишние пары точек.

$$\text{Тогда всего способов: } C_3^4 + C_3^4 - C_1^2 + C_1^2 + C_1^2 = 2C_3^4 - C_1^2 + 2C_1^2$$

$$\text{Ответ: } 2C_3^4 - C_1^2 + 2C_1^2.$$



1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

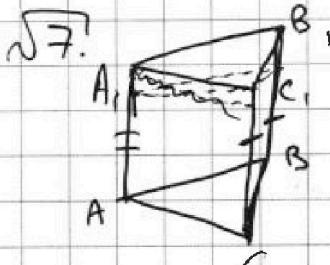
$$\begin{aligned}
 & N6. (a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} a-c = b-c = \pm p \\ \left\{ \begin{array}{l} a-c = \pm 1 \\ b-c = \pm p^2 \end{array} \right. \Rightarrow \\ \left\{ \begin{array}{l} a-c = \pm p^2 \\ b-c = \pm 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} a=b - \text{не может быть}, \\ \text{T.k. } a < b \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{l} a+b = \pm 1 \pm p^2 \\ \left\{ \begin{array}{l} a-b = \pm 1 + p^2 \\ a-b = \pm p^2 + 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} a+b = \pm 1 + p^2 \\ a-b = \pm 1 + p^2 \\ a-b = \pm p^2 + 1 \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{l} a+b = \pm 1 + p^2 \\ a-b = -p^2 + 1 \end{array} \right. \\
 & a-b < 0 \Rightarrow 1) a-b = 1-p^2 < 0 - \text{недопустимо}; 2) -1+p^2 < 0 - \text{не подходит}; 3) p^2-1 < 0 - \text{не подходит}; 4) -p^2+1 \stackrel{< 0}{=} \text{недопустимо} \\
 & \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} a+b = \pm 1 + p^2 \\ a-b = 1-p^2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a-b = -p^2 + 1 \Rightarrow \\ a-b = -p^2 + 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow b = a+p^2-1 \Rightarrow b-a = p^2-1. \text{T.k. } b-a \not\equiv 3 \\
 & a^2+b^2 = a^2+a+p^2-1 = 1000 \Rightarrow a^2+a+p^2-1001 = 0 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4(p^2+1004)}}{2} \quad \left[ \begin{array}{l} p^2-1 \equiv 2 \\ p^2-1 \equiv 1 \end{array} \right. \\
 & \text{Если } p^2-1 \equiv 2, \text{ то } p^2 \equiv 2. \text{ Но такого не может быть, т.к. } p \nmid 3 \text{ (если разделяется нацело на 3).} \\
 & \text{Тогда } \left[ \begin{array}{l} p=3k+1 \\ p=3k+2 \end{array} \right. \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} p^2=9k^2+6k+1 \equiv 1 \\ p^2=9k^2+12k+4 \equiv 1 \end{array} \right. \Rightarrow p=3 \\
 & \text{Значим } b-a = 9-1 = 8 \Rightarrow b = a+8 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow a^2+b^2 = a^2+a+8 = 1000 \Rightarrow a^2+a-992 = 0 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow a(a+1) = 992 = 331 \cdot 32 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} a=31 \Rightarrow b=39 \\ a=-32 \Rightarrow b=-24 \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow 2c = a+b + 1 + p^2 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} c=30 \\ c=-23 \end{array} \right. \Rightarrow \text{Ответ: } (31, 39, 30); (-32, -24, -23).
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Боковые грани - трапеции с одинаковой высотой. Основания трапеций:  $AA_1$ ,  $CC_1$ ,  $BB_1$ .

$$\text{Тогда } S_1 = \frac{1}{2}(AA_1 + CC_1)h; S_2 = \frac{1}{2}(AA_1 + BB_1) \cdot$$

$\cdot h; S_3 = \frac{1}{2}(BB_1 + CC_1)h \Rightarrow$  Если две площади равны, то и две образующие равны. Без ограничения общности будем считать, что  $S_1 = S_2 \Rightarrow BB_1 = CC_1 \Rightarrow S_3 = \frac{2BB_1h}{2} = BB_1 \cdot h$ .

$h$  - сторона равностороннего треугольника, лежащего в осно-

$$\text{вании. Его высота } \frac{1}{2}h \cdot h \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}h^2 = 4 \Rightarrow$$

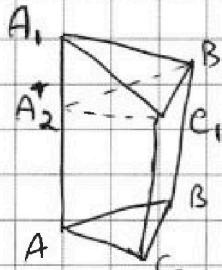
$$\begin{array}{c} h \\ \diagdown \\ 60^\circ \\ \diagup \\ h \end{array} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{16}{\sqrt{3}}} = \frac{4}{\sqrt[4]{3}} \text{ (затем умножить на } h)$$

$$\Rightarrow S_3 = BB_1 \cdot h = BB_1 \cdot \frac{4}{\sqrt[4]{3}} = 5 \Rightarrow BB_1 = \frac{5}{4}\sqrt[4]{3}$$

$$S_1 = \frac{1}{2}(AA_1 + CC_1)h = \frac{1}{2}(AA_1 + \frac{5}{4}\sqrt[4]{3}) \frac{4}{\sqrt[4]{3}} \Rightarrow 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AA_1 = \frac{4}{\sqrt[4]{3}} + 5 = \frac{10}{\sqrt[4]{3}} \Rightarrow AA_1 = \frac{\sqrt[4]{3}}{4} \left( \frac{10}{\sqrt[4]{3}} - 5 \right) =$$

$$= 3 - \frac{5}{4}\sqrt[4]{3}. \text{ Тогда } V = V_{ABC A_1 B_1 C_1} + V_{A_2 B_1 C_1 A_1} \text{ (см. рис.).}$$



$$V_{ABC A_1 B_1 C_1} = S_{ABC} \cdot BB_1 = 4 \cdot \frac{5}{4}\sqrt[4]{3} = 5\sqrt[4]{3}$$

$$V_{A_2 B_1 C_1 A_1} = \frac{1}{3} S_{A_2 B_1 C_1} \cdot AA_1 = \frac{1}{3} S_{ABC} (AA_1 - BB_1) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot (3 - \frac{5}{4}\sqrt[4]{3} - \frac{5}{4}\sqrt[4]{3}) = 4 - \frac{10}{3}\sqrt[4]{3}$$

$$= 4 - 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4}\sqrt[4]{3} = 4 - \frac{10}{3}\sqrt[4]{3} \Rightarrow V = 5\sqrt[4]{3} + 4 -$$

$$- \frac{10}{3}\sqrt[4]{3} = 4 + \frac{5}{3}\sqrt[4]{3} \text{ Ответ: } 4 + \frac{5}{3}\sqrt[4]{3}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} \quad a+b=9$$

$$a-b+7=2ab$$

$$\sqrt{a}-\sqrt{b}+7=2\sqrt{ab}$$

$$a-ab+1-b+6=ab$$

$$a+\sqrt{a}+b-\sqrt{b}+7=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$$

$$(a+1)(-b)+6=ab$$

$$\sqrt{a}-\sqrt{b}+a+b-2=2\sqrt{ab}$$

$$2 \frac{10000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{4!}$$

$$\sqrt{a}-\sqrt{b}+(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2-2=0$$

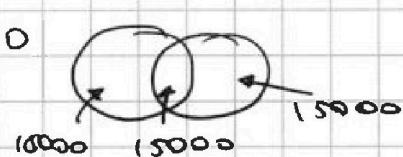
$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 12\cos^2 x - 6 + 3p\cos x + 12\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + (2\cos^2 x + 12\cos x + 4) = 0 \quad 2C_{15000}^4 + C_{15000}^2$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0 \quad \begin{matrix} 30000 \\ 30000 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 7 \\ 7 \end{matrix}$$

$$(p-1)(\cos^3 x) + (\cos x + 1)^3 = 0$$

$$\sqrt[3]{p-1} \cos x = -\cos x - 1$$



$$\cos x (\sqrt[3]{p-1} + 1) = -1 \Rightarrow \cos x = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

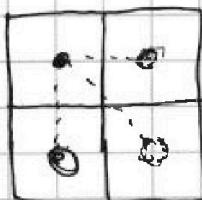
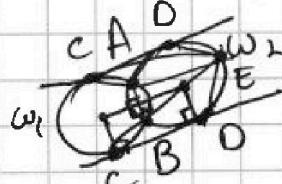
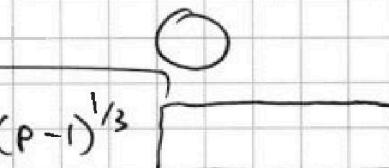
$$=\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}} - 1 \quad \begin{matrix} 1 \\ \cancel{\sqrt[3]{p-1}} \end{matrix}$$



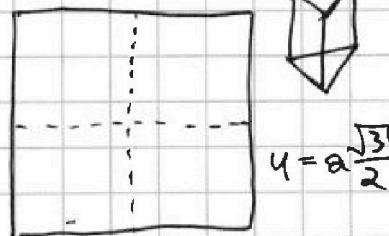
$$(p-1)^{1/3} + 1^{1/3} = \sqrt[3]{p-1 + 1 + 3(p-1)^{2/3} + (p-1)^{1/3}}$$

$$\sqrt[3]{1-p-1} \geq 1$$

$$\sqrt[3]{1-p-1} \leq -1$$



$$2 \cancel{15000}$$



$$4 = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

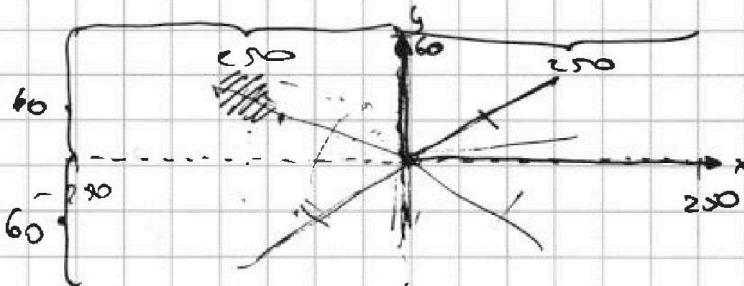


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}x_1, y_1 \\x_2, y_2 \\x_3, y_3 \\x_4, y_4\end{aligned}$$

$$\exists (x \Rightarrow \exists [x]) \quad \exists (x, y) \Rightarrow \exists [x]$$

$\exists \leq 4$  член. длии векторов

$$\sqrt{200^2 + 60^2} = 10 \sqrt{25^2 + 6^2} =$$

$$\sqrt{130^2 + 100^2} = 4 \text{ числа}$$



$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 625 \\ \hline 26 \\ 36 \\ \hline 356 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

$$75$$

...



A - симм. отн. верт.

B - симм. отн. гор.

A  $\wedge$  B - симм. отн. центр

A  $\neq$  B - A  $\wedge$  B

$$C_{15000}^4 + C_{15000}^4 + C_{15000}^2$$

$$A = 200 \times 60 - 500 \times 60 \quad B = 720 \times 250$$

$$C_4 \quad C_{800 \times 60}^4 + C_{500 \times 60}^4 - C_{250 \times 60}^2 =$$

$$= 2 \frac{30000 \cdot 29999 \cdot 29998 \cdot 29997}{4!} - \frac{15000 \cdot 14999}{2!}$$

$$- \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{4!} + \frac{15000 \cdot 14999}{2!}$$

$$\frac{2}{4!} \left( \frac{30000!}{29996!} - \frac{15000!}{14996!} \right) = \frac{2}{2!} \left( \frac{30000!}{29998} \cdot \frac{15000}{14998!} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2C_{15000}^4 - C_{15000}^2 \stackrel{?}{=} 2C_{30000}^4 - C_{15000}^2$$

$\frac{3143}{7}$

$1001 = 13 \cdot 11 \cdot 7$

$\frac{1001}{13} = 77$

$\frac{77}{11} = 7$

$\frac{1001}{13 \cdot 11} = 1$

$\frac{1001}{33} = 30$

$\frac{30}{11} = 2$

$(3k+1)(3k+2)$

$1001 = 143 \cdot 7 =$

$p^2 - 1001 = n^2 \Rightarrow p^2 - 1001 = 37 + 11 \cdot 13$

$(p-n)(p+n) = 1001$

$p-n = 11$

$p+n = 91$

$p-n = 13$

$p+n = 77$

$p-n = 2$

$p+n = 143$

$n=50$

$p-n=1001$

$p+n=1$

$a(a+1) + b-a = 1000$

$0,2 \quad 1,2 \quad 3,1 \quad \Rightarrow \begin{cases} a(a+1) \equiv 0 \\ \sum b-a \equiv 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(a+1) \equiv 0 \\ \sum a(a+1) \equiv 2 \\ \sum b-a \equiv 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p-n=13 \\ p+n=77 \\ p-n=11 \\ p+n=91 \\ p-n=2 \\ p+n=143 \\ n=50 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a \equiv 0 \\ a \equiv 1 \\ b-a \equiv 0 \\ a \equiv 2 \\ b-a \equiv 1 \\ b-a \equiv 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 0 \\ a \equiv 1 \\ b-a \equiv 1 \\ b-a \equiv 2 \\ b-a \equiv 0 \end{cases}$

$a-c = b-c$

$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow \begin{cases} a-c = b-c = \pm p \Rightarrow a=b \\ a-c = \pm 1 \quad \begin{cases} a-c = \pm p^2 \\ b-c = \pm p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-c = \pm p^2 \\ b-c = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 < p^2 \\ -1 < p^2 \end{cases} \Rightarrow p^2 < 1 \Rightarrow p=1 \end{cases}$

$a^2 + a + p^2 - 1 = 1000$

$a = \frac{-1 \pm \sqrt{p^2 - 1001}}{2}$

$(p-n)(p+n) = 13 \cdot 11 \cdot 7$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow \begin{cases} a-c = \pm p \\ b-c = \pm p \end{cases} \Rightarrow a=b \text{ (x)} \quad 121 \quad 4005 \quad \cancel{\frac{3}{1335}}$$

$$\begin{cases} a-c = \pm p^2; \pm 13 \\ b-c = \pm 1; \pm p^2 \end{cases} \quad \cancel{\frac{3}{10}} \quad \cancel{\frac{9}{5}}$$

$$a_1^2 + a_2^2 - 1001 = 0 \quad (-23 - 9(-1)) \quad 1335 \cdot 3$$

$$a_1 + a_2 = -1 \quad (-32 - c)(-24 - c) = 9 \quad 1335 \quad \cancel{\frac{3}{445}}$$

$$a_1 \cdot a_2 = p^2 - 1001 = p^2 - 7 \cdot 11 \cdot 13$$

$$a(-1 - a) = p^2 - 7 \cdot 11 \cdot 13 \quad 445 \cdot 3^2 \quad \cancel{\frac{445}{425}}$$

$$a + a^2 = 1004 - p^2 \quad 4005 - 4p^2 = n^2$$

$$4005 = n^2 + 4np + 4p^2 - 4np = (n+2p)^2 - 4np = 4005$$

$$\frac{445}{40} \quad \frac{15}{89} \quad 2 \quad 89 \cdot 5 \cdot 3^2 \quad 60 \times 60 = 3600(31-c)(39-c)$$

$$\frac{65}{6} \quad p^2 = 3k+2 \quad \times \frac{20}{20} = 4800 \quad = 9$$

$$1 \quad \frac{32}{3} \quad 11 \quad c = 30$$

$$63 \quad \frac{390}{4225} \quad 11:3 \equiv \frac{63}{63} \quad \frac{63}{63}$$

$$63 \quad \frac{64}{64} \quad \frac{16}{16} \quad \frac{63}{63}$$

$$189 \quad \frac{64}{64} \quad \frac{16}{16} \quad \frac{63}{63}$$

$$378 \quad \frac{256}{256} \quad 13 \not\equiv 1 \quad 4005 = 63^2 + 36 = 63^2 + 6^2$$

$$306 \quad \frac{384}{4036} \quad 3 \quad 63^2 + 6^2 - (2p)^2 = n^2$$

$$3k+2 \quad p^2 - 1 \equiv ? \quad (63-2p)(63+2p) = (n-6)(n+6)$$

$$p^2 \quad \frac{450+45+1}{496} \quad 2 \quad 982 = (a)(a+1)$$

$$\times \frac{33}{33} \quad \frac{31 \cdot 38}{30}$$

$$\cancel{\frac{33}{108}}$$

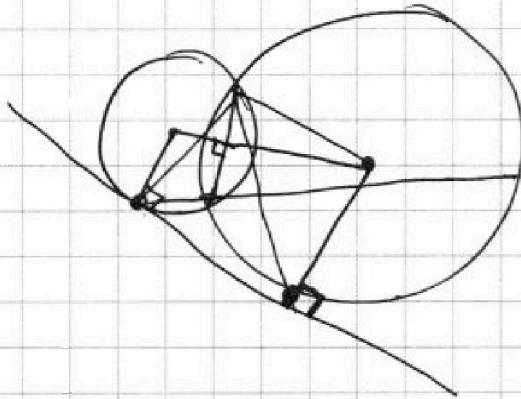


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BX \cdot XC = AX \cdot XD$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{BC}{2R_1} &= \sin \alpha \\ \frac{AC}{2R_1} &= \sin \beta \\ \frac{AE}{2R_2} &= \sin \gamma \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{R_1}{R_2} \quad \frac{AE}{BC} = \frac{R_1 \sin \beta}{R_2 \sin \alpha}$$

$$\begin{aligned} (CX - BX) &= \alpha - 180 + \alpha + \beta + \gamma = \\ (CX - BC)XE &= \alpha + \beta + 2\gamma \end{aligned}$$

$$\frac{AE}{AD} = ? \quad \begin{aligned} XD &= 2R_2 \sin(\alpha + \beta + \gamma) \\ AX &= 2R_2 \sin(\alpha + \beta + 2\gamma) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r - (180 - \alpha - \beta - \gamma) &= \\ &= 2r + \alpha + \beta - 180^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 180^\circ - (2r + \alpha + \beta - 180^\circ) - \beta &= \\ &= 360^\circ - 2r - 2\beta - \alpha \\ (CB + BE)CB &= CO^2 \quad \frac{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}{\sin(\alpha + \beta + 2\gamma)} \frac{AX}{XD} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!