

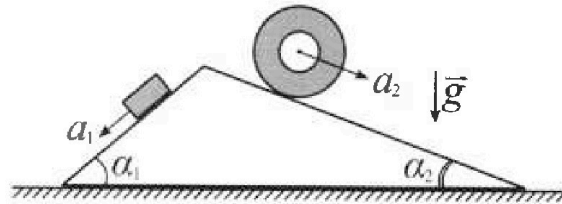
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

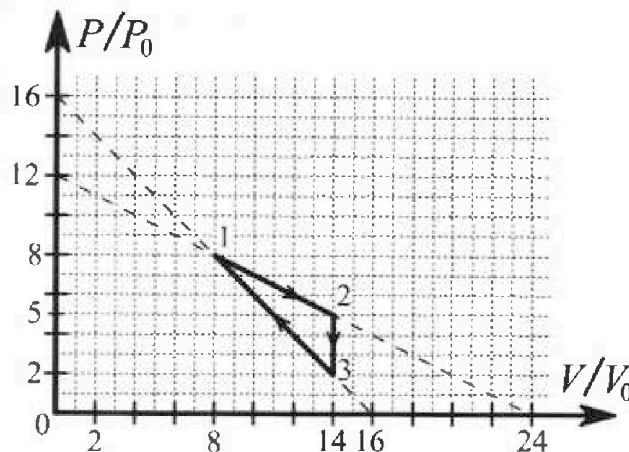


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

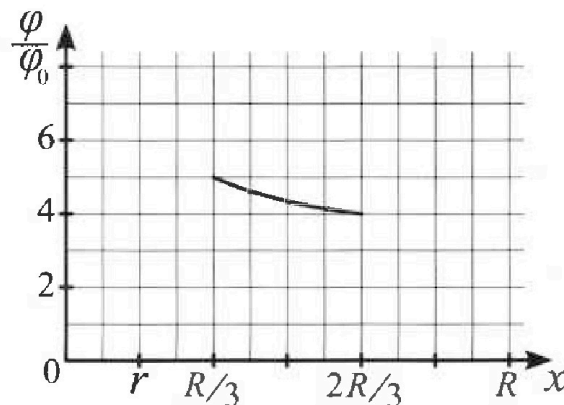
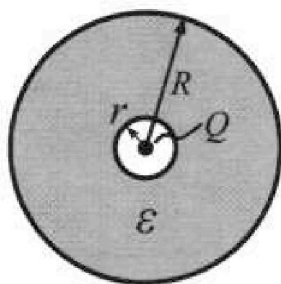
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





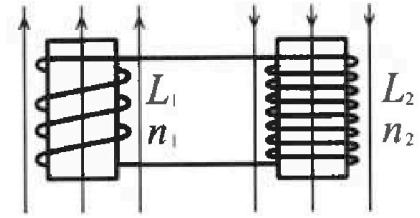
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

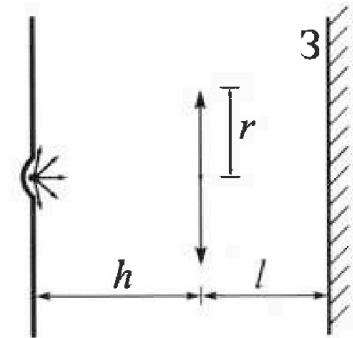


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) нач нет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

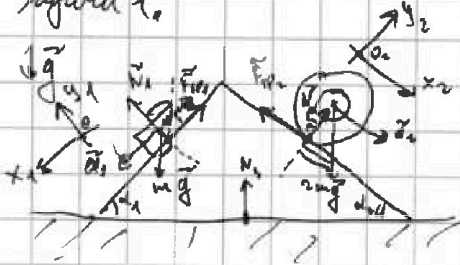
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.



Пик. клин в покое, но уек-ия бруска и цилиндра направлены вдоль сторон клина, тогда по II з.н. для всех тел ^{коор.} проекции на II з.н. для сил реакций:

бруска: $OX_1: ma_1 = mg \sin \alpha_1$
 $OY_1: 0 = N_1 - mg \cos \alpha_1$

цилиндра: $OX_2: ma_2 = mg \sin \alpha_2 - F_{rx}$
 $OY_2: 0 = N_2 - mg \cos \alpha_2$

клина: $OX_3: 0 = F_{rx} + N_1 \sin \alpha_1 + F_{2x} \cos \alpha_2 -$
 $- F_{1x} \cos \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2$

Откуда имеем, решая СЗС: ($\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3$ - силы нормальной реакции опоры ~~бруска, цилиндра и клина~~ бруска, цилиндра и клина соответственно, $m_3 g$ - сила тяжести клина, OX_1 и OX_2 || сторонам клина, OX_3 || стороне)

$$F_1 = |F_{1x}| = \left| \frac{9}{65} mg \right| = \frac{9}{65} mg, N_1 = \frac{4}{5} mg$$

$$F_2 = |F_{2x}| = \left| \frac{7}{26} mg + \frac{1}{13} mg \right|, N_2 = \frac{24}{13} mg$$

$$F_3 = |F_{3x}| = \left| \frac{6}{65} mg \right| = \frac{6}{65} mg$$

Ответ: $F_1 = \frac{9}{65} mg$; $F_2 = \frac{7}{26} mg$; $F_3 = \frac{6}{65} mg$.



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

Найти при каких V процесс с линейной зав-стью $P(V)$ и α экз. коэф. наклона $k \leq 0$ к оптимальности менее выгоден и выгоднее. По 4 нач. термодинамич. и з. Мех. экан.:

$$\delta Q = \delta A + dU \stackrel{?}{=} P(V) = P_0 - \frac{P_0}{V_0} V, \text{ где } P_0 \text{ и } V_0 - \text{нач. пер-ная максим. или мин. коэф.}$$

$$\delta Q = PdV + \frac{\alpha}{2} V dT = PdV + \frac{\alpha}{2} d(PV) = PdV + \frac{\alpha}{2} (PdV + VdP) = \frac{1}{2} (5PdV + 3VdP) = \frac{1}{2} (5(P_0 - \frac{P_0}{V_0} V)dV + 3VdP)$$

$$\delta Q > 0 \text{ при } dV > 0 \text{ и } V < \frac{5V_0}{8}$$

$$\delta Q < 0 \text{ при } dV < 0 \text{ и } V > \frac{5V_0}{8}$$

$$\delta Q < 0 \text{ при } dV > 0 \text{ и } V > \frac{5V_0}{8}$$

$$\delta Q < 0 \text{ при } dV < 0 \text{ и } V < \frac{5V_0}{8}$$

Обозначение в конвенции $P_{3-1}(\frac{5}{8}V_{0,3-1})$ означает давление, поставленное в соответствие объёму $\frac{5}{8}V_{0,3-1}$, а вовсе не из произведения с $\frac{5}{8}$!!

Для процессов 1-2 и 3-1 V_0 и P_0 равны $24V_0$ и $16P_0$ и $16V_0$ и $16P_0$ соотв.

Площа δA менее выгодна менее выгодно в процессе 1-2 при $V < \frac{5}{8}V_{0,1-2}$

и 1-2 и 3-1 при $V > \frac{5}{8}V_{0,3-1} = \frac{5}{8} \cdot 10V_0$ менее выгодно на всей процессе 1-2 и на процессе 3-1 при $V > \frac{5}{8} \cdot 10V_0$ (процесс 2-3 изотермический $\Rightarrow \delta Q_{2-3} < 0$)

Площа δA работы изотермы $A = \frac{(P_2 - P_3)(V_2 - V_3)}{2} = \frac{2P_0 \cdot 6V_0}{2} = 9P_0V_0$ приращение

$$|\Delta U_{1-2}| = \left| \frac{3}{2} \alpha V R \Delta T_{1-2} \right| = \left| \frac{3}{2} \alpha V_0 \Delta T_{1-2} \right| = \left| \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \right| = \frac{3}{2} (5P_0 \cdot 14V_0 - 8P_0 \cdot 8V_0) = \frac{3}{2} \cdot 6P_0V_0 = 9P_0V_0$$

$$VT_3 = \frac{1}{\alpha} \frac{P_3 V_3}{V R} = \frac{28P_0V_0}{V R}, \quad VRT_{1-2} = P_{1-2} V_{1-2} = \left(P_{0,1-2} - \frac{P_{0,1-2}}{V_{0,1-2}} V \right) V \Rightarrow T_{1-2} = \frac{P_{0,1-2} V_{0,1-2}}{V R} \cdot \left(1 - \frac{V}{V_{0,1-2}} \right) \frac{V}{V_{0,1-2}}, \text{ и.е.}$$

зав-сть $T_{1-2}(V)$ - квадратичная, и имеет её график:



$$\text{Находим } T_{\text{max}} = T_{1-2} \left(\frac{V}{V_{0,1-2}} = \frac{1}{2} \right) = \frac{2 \cdot 16P_0 \cdot 24V_0}{V R} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{72P_0V_0}{V R} \text{ и}$$

убеждаемся, что $V = V_{0,1-2} = 12V_0$ принадлежит процессу 1-2,

убеждаемся, что $T_{\text{max}} \equiv T_{\text{max},1-2}$. Тогда площадь $Q_{1-2} = \frac{(P_1 + P_2)(V_2 - V_1)}{2} + \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) =$

$$= \frac{16P_0 \cdot 6V_0}{2} + \frac{3}{2} (20P_0V_0 - 8P_0V_0) = 9P_0V_0 + 9P_0V_0 = 18P_0V_0, \quad Q_{3-1} = \frac{(P_1 + P_3)(V_3 - V_1)}{2} + \frac{3}{2} (P_3 V_3 - P_1 V_1) =$$

$$+ \frac{3}{2} (P_3 \cdot \frac{5}{8} V_{0,3-1} - P_1 V_1) = - \frac{(6P_0 + 2P_0)(14V_0 - 8V_0)}{2} + \frac{3}{2} (6P_0 \cdot 10V_0 - 28P_0 \cdot 14V_0) = -16P_0V_0 + 3 \cdot 16P_0V_0 = 32P_0V_0$$

зная всё необходимое, находим:

$$\frac{|\Delta U_{1-2}|}{A} = 1, \quad \frac{T_{\text{max},1-2}}{T_3} = \frac{18}{7}, \quad \eta = \frac{A}{Q_{1-2} + Q_{3-1}} = \frac{9P_0V_0}{9P_0V_0 + 32P_0V_0} = \frac{9}{80}$$

Ответ: 1) $\frac{|\Delta U_{1-2}|}{A} = 1$;
2) $\frac{T_{\text{max},1-2}}{T_3} = \frac{18}{7}$;
3) $\eta = \frac{9}{80}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

Потенциал вне сферы радиуса R изменяется так же, как и для точечного заряда, откуда $\varphi(x > R) = \frac{kQ}{x}$, очевидно для $x > R$. Для $x \leq R$ разность потенциалов между внешней поверхностью сферы и некоторой точкой внутри сферы $\Delta\varphi = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{kQ}{x} - \frac{kQ}{R} \right)$, откуда $\varphi(r < R) = \varphi(x=R) + \Delta\varphi = \frac{kQ}{R} + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{kQ}{x} - \frac{kQ}{R} \right) = \frac{kQ}{\epsilon x} + \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \frac{kQ}{R}$,

тогда при $x = \frac{R}{3}$ $\varphi(x = \frac{R}{3}) = \frac{3kQ}{\epsilon R} + \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \frac{kQ}{R} = \frac{3kQ + (\epsilon - 1)kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ(\epsilon + 2)}{\epsilon R} = 5 \cdot \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{kQ(\epsilon + 2)}{5\epsilon R}$,

откуда $\varphi(x = \frac{R}{3}) - \varphi(x = \frac{2R}{3}) = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{3}{2R} \right) = \frac{3kQ}{2\epsilon R} = \varphi_0 = \frac{kQ(\epsilon + 2)}{5\epsilon R} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{\epsilon + 2}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow \epsilon = \frac{15}{2} - 2 = \frac{11}{2} = 5,5$ и $\varphi(x = \frac{R}{6}) = \frac{6kQ}{\epsilon \cdot R} + \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \frac{kQ}{R} = \frac{6kQ + 5(\epsilon - 1)kQ}{5\epsilon R} = \frac{(1 + 5\epsilon)kQ}{5\epsilon R}$

Ответ: 1) $\varphi(x = \frac{R}{6}) = \left(1 + \frac{1}{5\epsilon}\right) \frac{kQ}{R}$; 2) $\epsilon = 5,5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

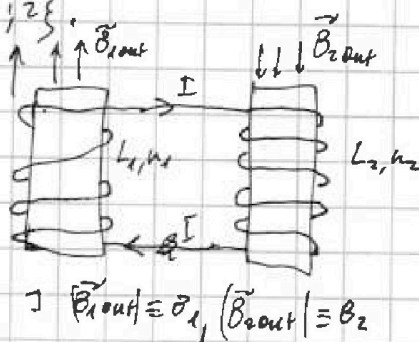
Индуктивность во взаимно индуктивных мы будем считать в этой задаче коэффициентом самодукиции, т.е. отношением флюсов общего магнитного потока, создаваемого в цепи самодукиции, к току через катушку. В общем случае, поток через катушки (создаваемый в катушке и внешнее магнитное поле, токми словами);

$$\Phi_i = \Phi_{in_i} + \Phi_{out_i} = L_i I + n_i \Phi_{out_i} S, \text{ где } i = \{1, 2\}.$$

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2 = 0 \quad | \cdot dt \\ \Phi_1 + \Phi_2 = \text{const} \end{cases}$$

$$\Phi_1 = L_1 I + n_1 \Phi_2 S$$

$$\Phi_2 = -L_2 I + n_2 \Phi_1 S$$



$$(L_1 - L_2) I + (n_1 + n_2) S (\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2) = 0 \Rightarrow S n S (\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2) = I S L I$$

$$(L_1 - L_2) I + (n_1 + n_2) S (\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2) = \text{const} \Rightarrow S n S (\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2) - I S L I = \text{const} \Rightarrow n S (\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2) - 3 L I = \text{const}$$

$$\text{Пусть } \dot{\Phi}_1 = \alpha, \dot{\Phi}_2 = 0: \frac{I}{n S} = \frac{n S (\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2)}{3 L} = \frac{\alpha n S}{3 L} \quad \Phi_1(t=0) = \Phi_0, \Phi_1(t \rightarrow \infty) = \frac{\Phi_0}{3}, \Phi_2(t=0) = 3\Phi_0,$$

$$\text{Пусть } I(t=0) = 0, \Phi_2(t=0) = 3\Phi_0, \Phi_1(t=0) = \Phi_0, \Delta \Phi = (3\Phi_0 - \frac{\Phi_0}{3}) = \frac{8\Phi_0}{3}$$

$$\Phi_2(t=0) = \frac{8\Phi_0}{3} \text{ нмкВб};$$

$$n S (\Phi_1(t=0) + \Phi_2(t=0)) - 3 L I(t=0) = n S (\Phi_1(t \rightarrow \infty) + \Phi_2(t \rightarrow \infty)) - 3 L I(t \rightarrow \infty) \quad | I(t \rightarrow \infty) \equiv I_0$$

$$n S \cdot 4 \Phi_0 - 0 = n S \left(\frac{\Phi_0}{3} + \frac{8\Phi_0}{3} \right) - 3 L I_0 = n S \Phi_0 \cdot 3 - 3 L I_0 = \frac{11 n S \Phi_0}{3} - 3 L I_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{11 n S \Phi_0}{3} - 3 L I_0 = \frac{11 n S \Phi_0}{3} \Rightarrow I_0 = \frac{11 n S \Phi_0}{4 L}$$

$$\text{Ответ: 1) } \dot{I} = \frac{n \alpha S}{3 L}; \quad 2) I_0 = \frac{11 n S \Phi_0}{4 L}.$$



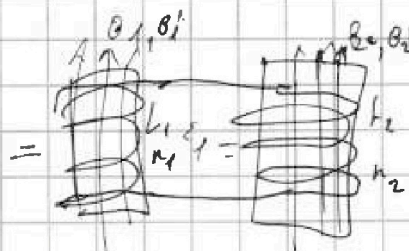
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1 = I_2$$

$$\Phi = L I$$

$$\Phi = \mu_0 N^2 \frac{S}{l} I \Rightarrow L = \mu_0 N^2 \frac{S}{l}$$

$$h_1(\vec{B}_1 + \vec{B}_2) S = -\varepsilon_1$$

$$h_2(\vec{B}_2 + \vec{B}_1) S = -\varepsilon_2$$

$$\vec{B}_1 = \mu_0 N_1 I_1$$

$$\vec{B}_2 = \mu_0 N_2 I_2$$

$$1 - \varepsilon_1 \approx \varepsilon, \quad \varepsilon_1 \approx I$$

$$\sqrt{L_1 I_1} = -\varepsilon_1$$

$$\sqrt{L_2 I_2} = -\varepsilon_2$$

$$L_1 I_1 + L_2 I_2 = 0$$

$$L_1 I_1 + L_2 I_2 = 0$$

$$\mu_0 \left(\frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) = \frac{7 \mu_0}{26}$$

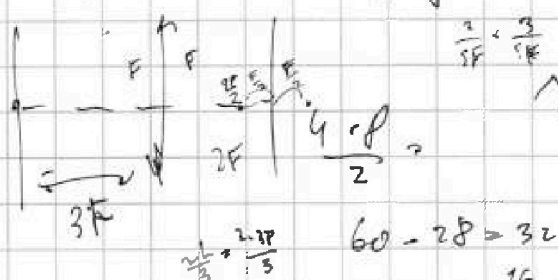
$$2 \mu_0 \left(\frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) = \frac{7 \mu_0}{26}$$

$$\mu_0 \left(\frac{9}{65} - \frac{4}{13} + \frac{24}{13} \cdot \frac{5}{13} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} - \frac{3}{26} \cdot \frac{6}{13} \right) =$$

$$2 \mu_0 \left(\frac{120 - 42}{13^2} - \frac{156 - 36}{5^2 \cdot 13} \right) =$$

$$= \mu_0 \left(\frac{28}{13^2} - \frac{120}{25 \cdot 13} \right) =$$

$$= \frac{6 \mu_0}{65}$$

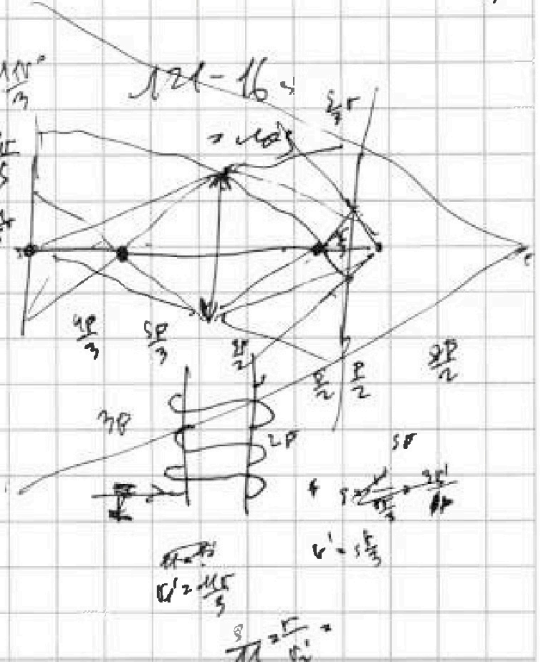


$$\Phi = L I + \mu_0 N \vec{B}_{ext} S$$

$$\Phi_1 = L I_1 + \mu_0 N \vec{B}_1 S = \varepsilon$$

$$\Phi_2 = L I_2 + \mu_0 N \vec{B}_2 S = -\varepsilon$$

$$(L_1 + L_2) I + \mu_0 N^2 S (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) = 0$$



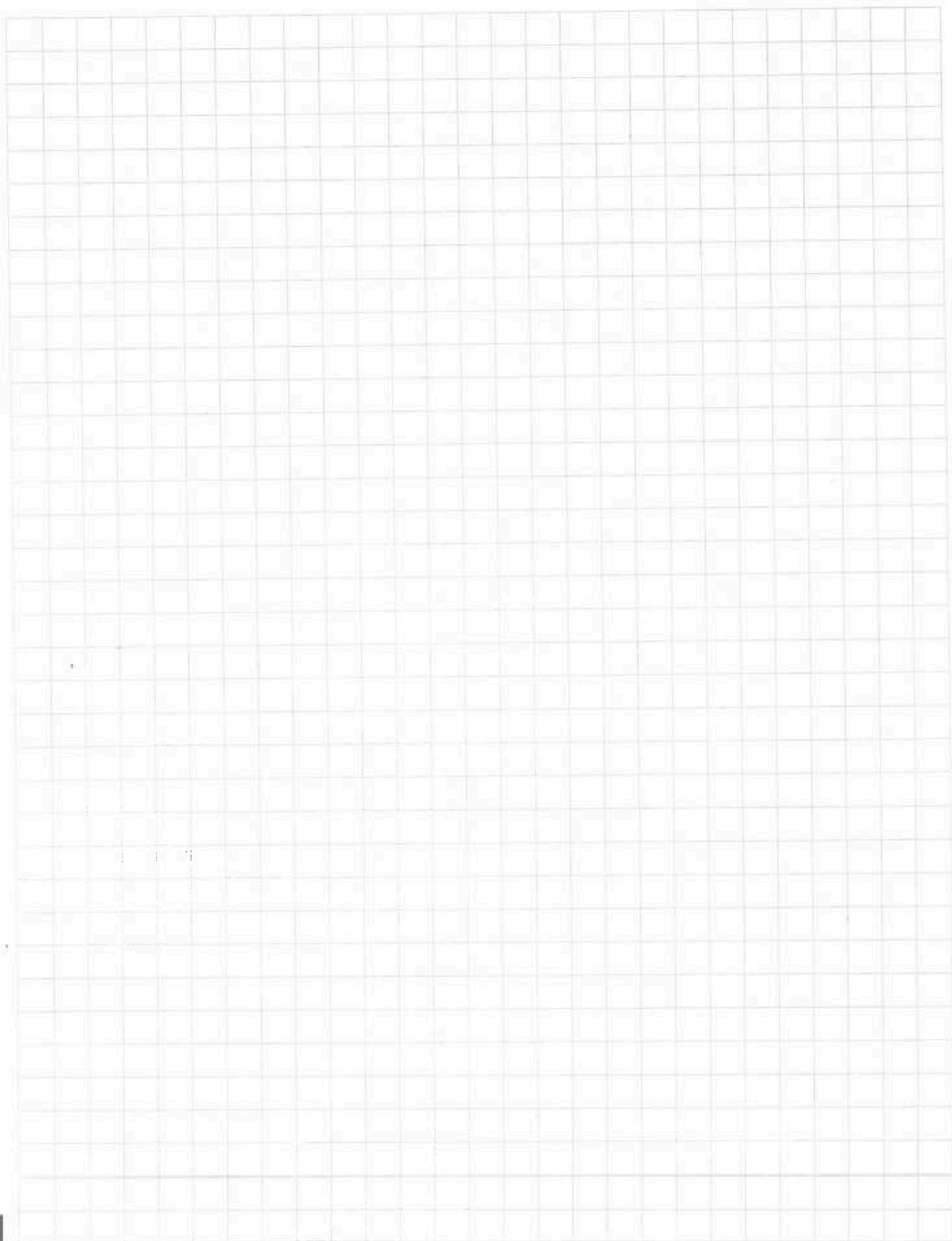


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



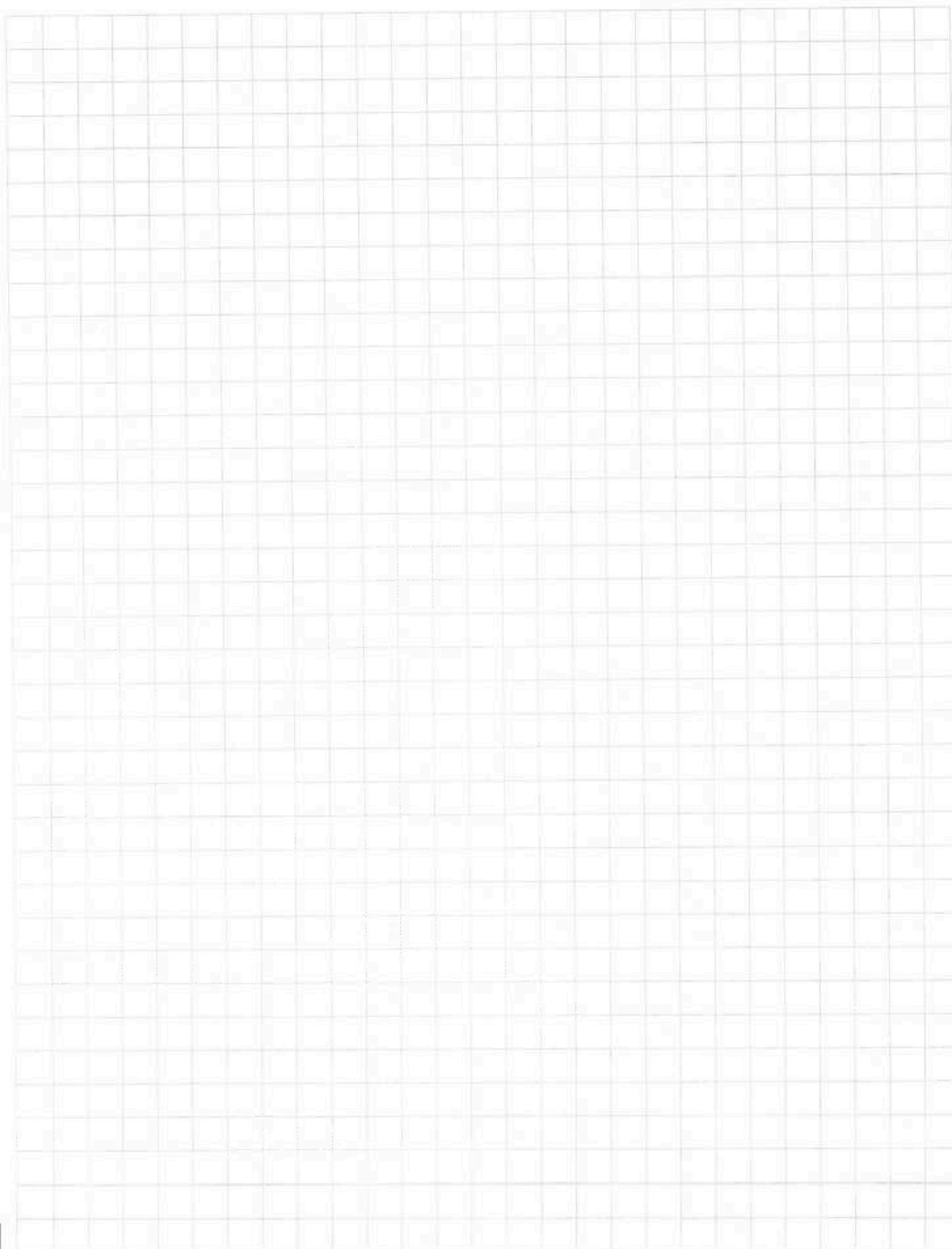


На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



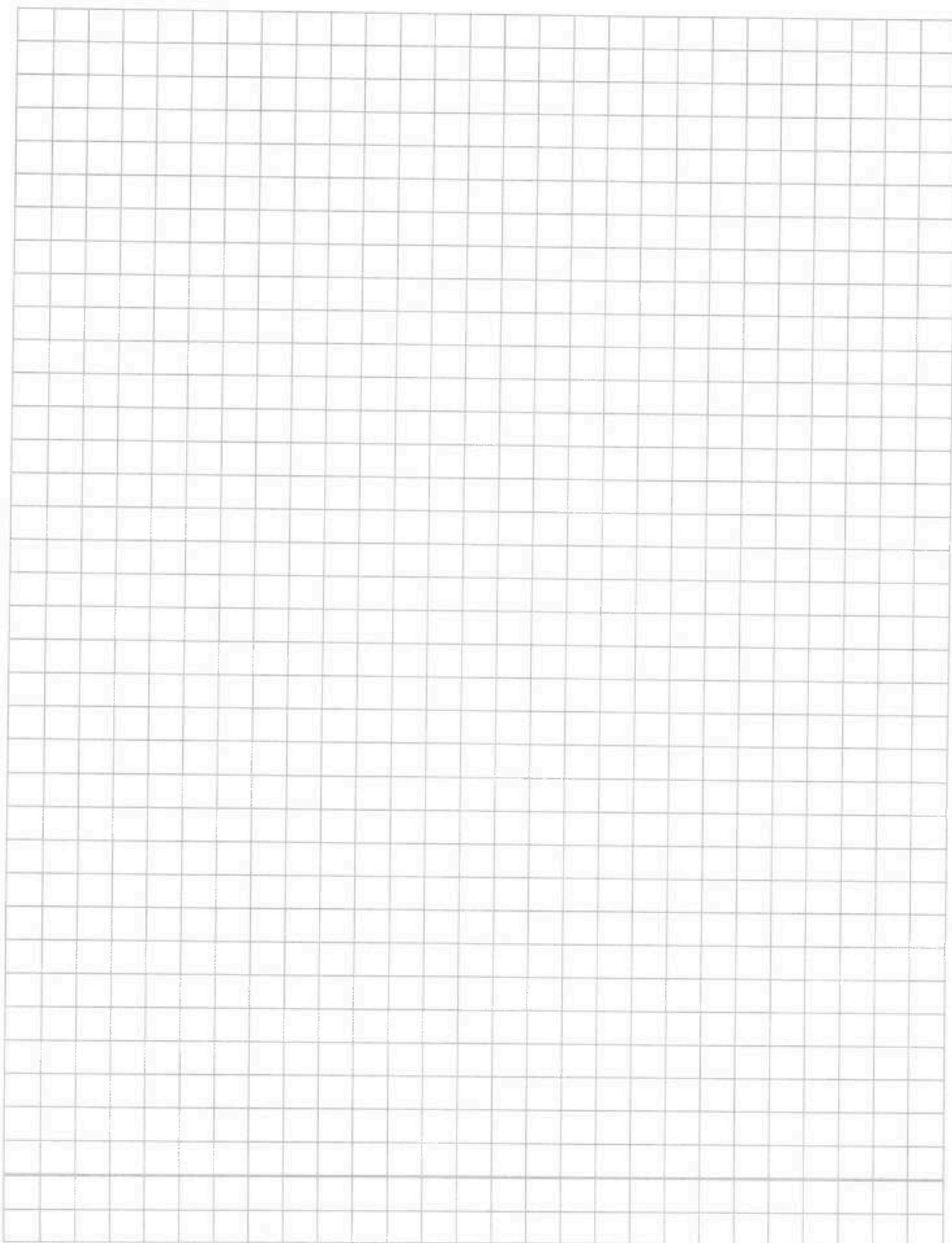


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

