



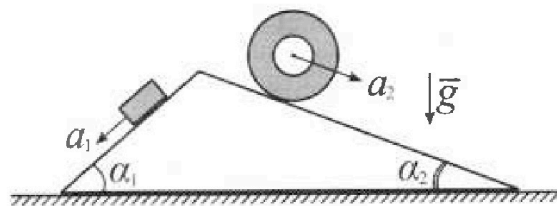
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

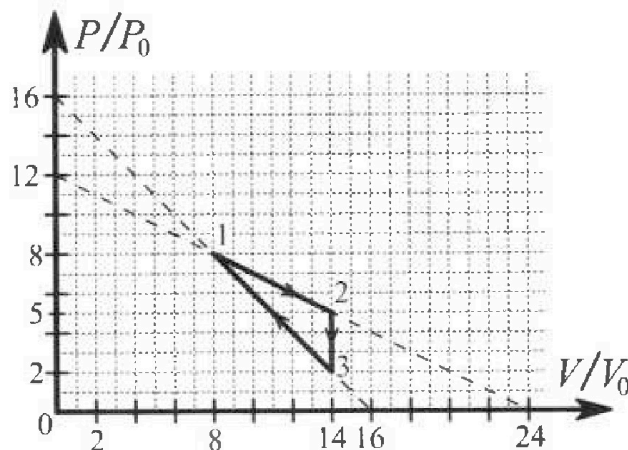


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

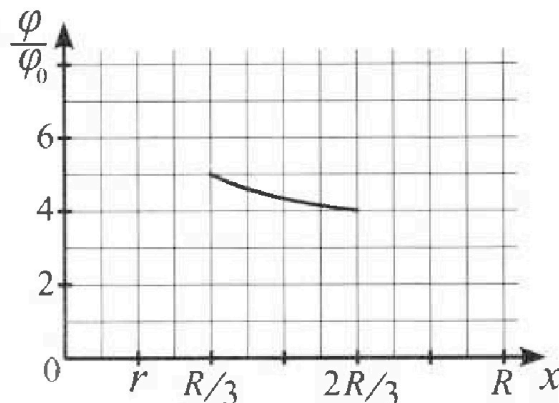
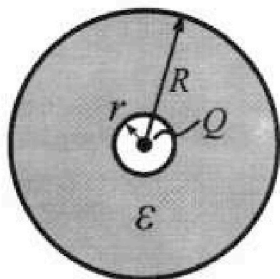
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .

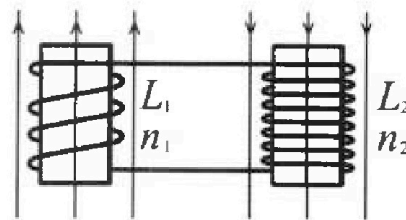


Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

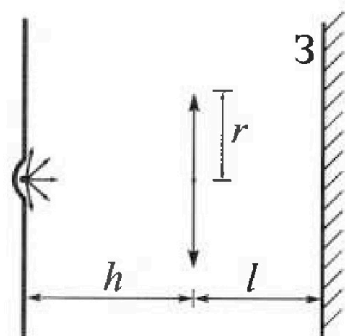
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) нач нет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



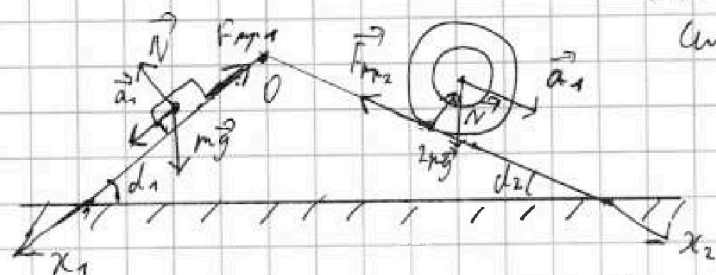
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

На первом изображении
угол, который мы будем
использовать, и его значение.



① Запишем II з. Ньютона для блока в проекции на ось Ox_1 :

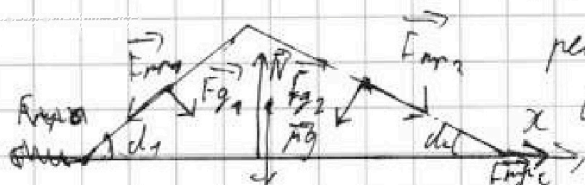
$$ma_1 = mg \cdot \sin \alpha_1 - F_{m1} \Rightarrow F_{m1} = \frac{mg \cdot 3}{5} - \frac{6mg}{13} = \frac{9}{65} mg$$

② Запишем II з. Ньютона для цилиндра в проекции на ось

$$Ox_2: 2ma_2 = 2mg \cdot \sin \alpha_2 - F_{m2} \Rightarrow F_{m2} = 2mg \sin \alpha_2 - 2ma_2 = mg \cdot \left(\frac{10}{13} - \frac{1}{2} \right) = \frac{7mg}{26}$$

③

на кончик клиновидного бруса;
реакция опоры угла N ,
угол наклона mg (Нормаль)



сила давления со стороны блока $F_{g1} = mg \cdot \cos \alpha_1$,

сила давления со стороны цилиндра $F_{g2} = 2mg \cos \alpha_2$

сила реакции со стороны блока $F_{m1} = \frac{9}{65} mg$ (II з. н.)

Угол реакции со стороны цилиндра $F_{m2} = \frac{7}{26} mg$,

а также сила реакции со стороны F_{0c} . Рассмотрим

угол на ось Ox , угол наклона бруса 0 , т.к. клин
покоится:

$$F_{m2} \cdot \cos \alpha_2 - (2mg \cdot \cos \alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 + mg \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 - F_{m1} \cdot \cos \alpha_1 - F_{0c} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_{mp2} \cdot \cos d_2 + (2mg + \cos d_1) \cdot \sin d_2 + (mg \cos d_1) \cdot \sin d_1 - F_{mp1} \cdot \cos d_1 + F_{mpc} = 0$$

$$mg \cdot \left(\frac{7}{26} \cdot \frac{12}{13} - 2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} + \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} - \frac{9}{65} \cdot \frac{4}{5} \right) + F_{mpc} =$$

$$= mg \left(\frac{7 \cdot 12}{26 \cdot 13} - \frac{20 \cdot 12}{26 \cdot 13} + \frac{12 \cdot 13}{65 \cdot 5} - \frac{36}{65 \cdot 5} \right) + F_{mpc} =$$

$$= mg \left(-\frac{12}{26} + \frac{12 \cdot 2}{65} \right) - F_{mpc} = mg \left(-\frac{30}{65} + \frac{24}{65} \right) + F_{mpc} = 0$$

$$\Rightarrow F_{mpc} = \frac{6}{65} mg$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{9}{65} mg; F_2 = \frac{7}{26} mg, F_3 = \frac{6}{65} mg$$



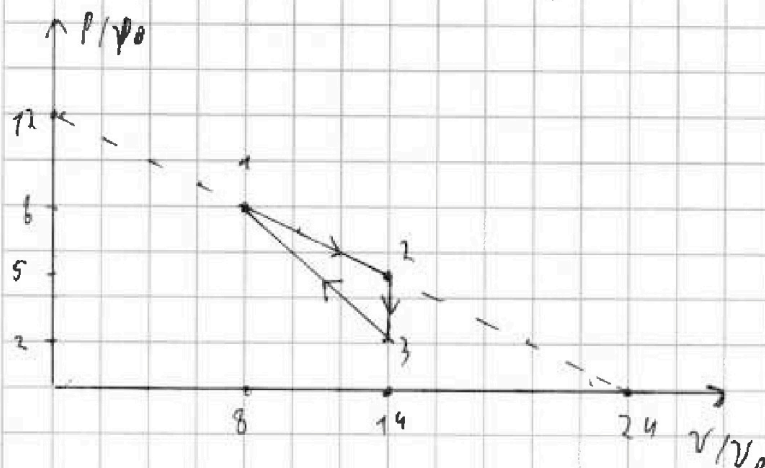
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2



$$1) \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} \cdot (70 p_0 V_0 - 64 p_0 V_0) = 9 p_0 V_0$$

A - площадь под графиком 1-3 можно вычислить как площадь трапеции $(p_3 + p_1) \cdot \frac{1}{2} \cdot (V_3 - V_1) = \frac{1}{2} \cdot 10 p_0 \cdot 6 V_0 = 30 p_0 V_0$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A} = \frac{9}{30} = 0,3$$

$$2) \text{ прямая } 1-2 \text{ задается уравнением } p(V) = p_0 \left(12 - \frac{V}{2V_0} \right)$$

$$pV = \nu RT = p_0 \left(12 - \frac{V}{2V_0} \right) \cdot V \Rightarrow \text{max } T, \text{ когда max } pV \Rightarrow$$

$$\text{найти } \frac{d(pV)}{dV} = 12 p_0 - \frac{V}{V_0} \Rightarrow \text{max } T \text{ при } V = 12 V_0 \Rightarrow$$

$$T_{\text{max}} = (4 p_0 \cdot 12 V_0) / \nu R, T_3 = (14 V_0 \cdot 2 p_0) / \nu R \Rightarrow$$

$$\frac{T_{\text{max}}}{T_3} = \frac{12}{7}$$

$$\text{Ответ: } 0,3 ; \frac{12}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

① Индукция в первой катушке равно $\frac{dB}{dt} \cdot S \cdot n_1$

где катушки соединены последовательно $\Rightarrow$

$$(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = \Delta \Phi = \frac{dB}{dt} \cdot S \cdot n_1 = d \cdot S \cdot n_1 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{d S n_1}{L_1 + L_2} =$$
$$= \frac{d S n}{17L}$$

② $L_{\text{катушки}} = \frac{\mu_0 S n^2}{l}$, где l - длина катушки $\Rightarrow$

$$d = \frac{\mu_0 S n^2}{L_{\text{катушки}}}. \text{ Индукция, создаваемая катушкой}$$

$$\text{с током } I \text{ равна } B = \frac{\mu_0 I n}{l} = \frac{LI}{S n} \Rightarrow \text{катушки маг, катушки}$$

$$\text{будет маг в катушке будет создавать магнитное}$$
$$\text{поле } \frac{L_1 I n}{S n_1} \text{ и } \frac{L_2 I n}{S n_2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{d S n}{17L}$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

лучи проходят через точку центра кривизны
в изображении S_1 , затем в мнимое изображение S_2
в зеркале, мы рассчитали ~~$\frac{h}{2} + \frac{h}{6} + \frac{h}{6} = \frac{5h}{6}$~~ $\frac{h}{2} + \frac{h}{6} + \frac{h}{6} = \frac{5h}{6}$.
т.е., лучи пройдут изображение S_3 (которое не
пройдет через точку). Изображение S_3 будет равно
нов. поверхности радиуса $\frac{10r}{3}$ (62 раза больше, чем
до того). Крайние лучи из S_2 пройдут по углам α
 $\Rightarrow \tan \alpha = \frac{h/6}{r/3} = \frac{h/6}{r/3} = \frac{h}{2r} \Rightarrow$ крайние лучи из
 S_2 образуют овальную кривую радиуса $(h + \frac{2h}{3} + \frac{h}{6}) / \tan \alpha$
 $= \frac{11h}{6} : \frac{h}{2r} = \frac{11r}{3} \Rightarrow$ крайние лучи будут заданы
за крайние лучи S_3 (точка Y на рисунке), значит
вся область вне основания конуса ($A S_2 B$) овалена.
Остаток построения на луче из S_2 через точку:
 $\frac{1}{f} = \frac{6}{5h} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{h} - \frac{6}{5h} = \frac{9}{5h} = \frac{5h}{9}$ лучи пройдут
в точке $\frac{5h}{9}$ от точки, тогда $K_{\text{ог}}$ радиус малейшего
круга $r = \frac{4}{5}$, круг конуса $A S_2 B$ имеет радиус
 $r \cdot \frac{11h/6}{5h/6} = \frac{11}{5}r$, внутри конуса $\frac{4}{5}r \Rightarrow$ площадь
неовальной поверхности $\pi(\frac{11}{5}r)^2 - \pi(\frac{4}{5}r)^2 =$
 $\pi \cdot (121 - 16) = 105 \pi \text{ см}^2$
Ответ: $\frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$; $105 \pi \text{ см}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\mu_0 I N}{l} = B \quad \frac{L dI}{dt} = dB \cdot S \cdot N$$

$$B = \frac{\mu_0 I N}{l}$$

$$\frac{S \cdot dB \cdot N}{dt} = \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{S \cdot \mu_0 \cdot N \cdot dI}{l} \cdot N = L \frac{dI}{dt}$$

$$L = \frac{S \mu_0}{l} \cdot N^2$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{I} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

$$\frac{B \cdot S}{\frac{1}{\pi} \cdot S} = \frac{L \cdot I}{\frac{1}{\pi} \cdot S}$$

$$\frac{dB S}{\frac{1}{\pi} \cdot S} = L dI$$

$$\frac{\mu_0 S}{l} N^2 = L$$

$$L_1 = \frac{\mu_0 S}{l} N_1^2$$

$$L_2 = \frac{\mu_0 S N_2^2}{L_1} = \frac{\mu_0 S N^2}{L}$$

$$\frac{\mu_0 I N_1}{L_1} = B_0 / 3$$

$$\frac{\mu_0 I N_2}{L_2} = 9 B_0 / 4$$

$$\frac{\mu_0 I N_1}{L_1} = \frac{L I N_2}{S N_1}$$

$$\frac{h/3}{h/6} = \frac{2h}{h} \cdot \frac{h}{2}$$

$$\frac{h}{2r}$$

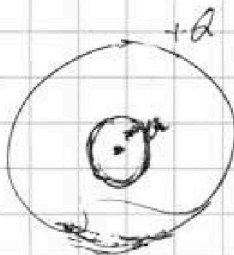
$$\frac{h}{6} + \frac{2h}{3} + h = \frac{11h}{6}$$

$$Q$$

$$-\frac{kQ}{r^2} + \frac{kQ}{R}$$

$$\Delta F$$

$$P_0 \left(12 - \frac{V}{2V_0} \right) V$$



$$\frac{kQ}{r}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

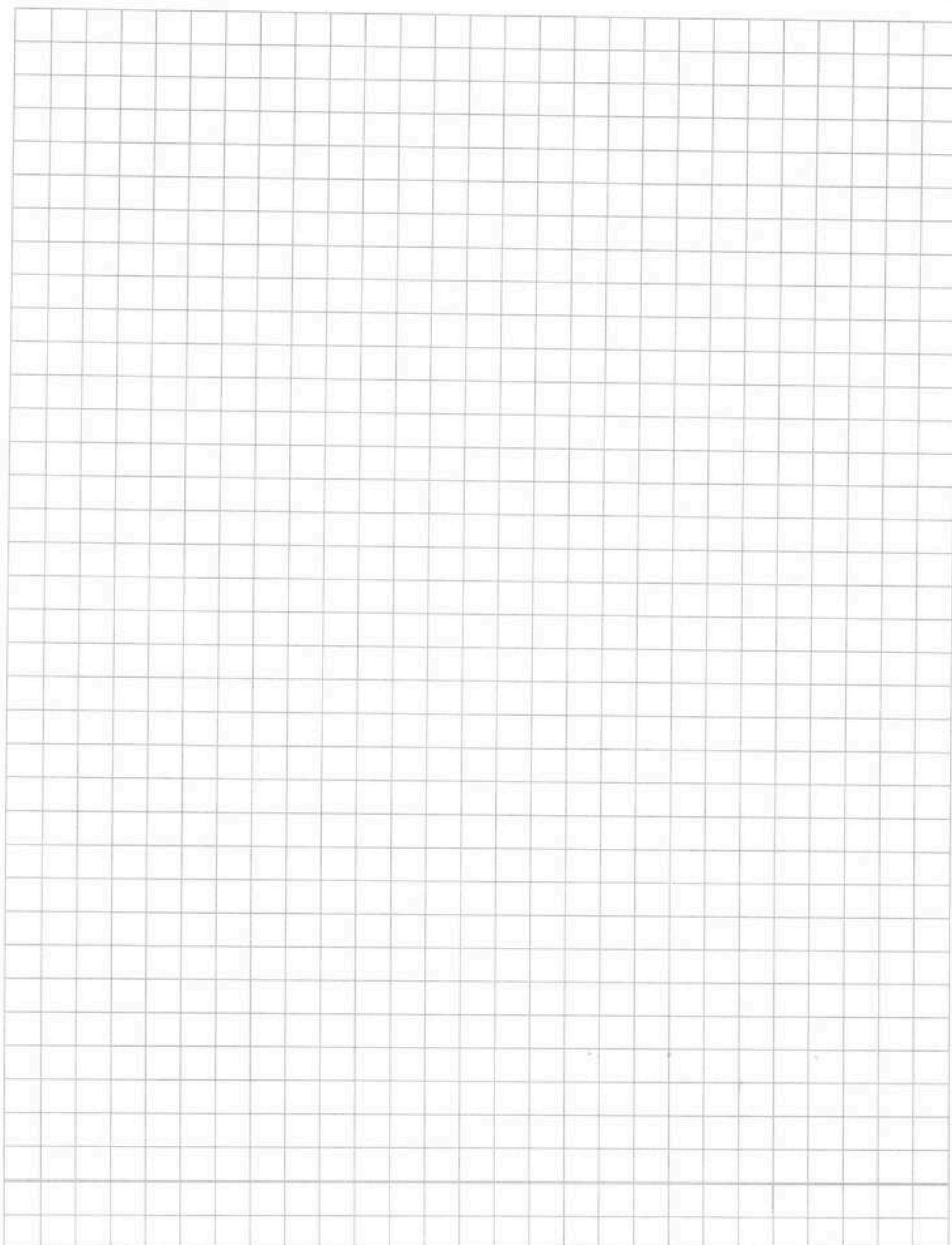
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

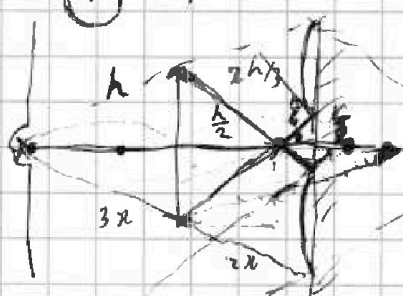
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C dT = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) + \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (V_2 - V_1) \quad \frac{\mu_0 I B \cdot S}{\Delta t} = \frac{L \Delta I}{\Delta t}$$

$$C dT = \frac{3}{2} ((p_1 - k(V + dV)) \cdot (V + dV) + \frac{1}{2} ($$

$L =$

$$\frac{kq}{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{h}{\lambda}$$

$$L_1 \frac{dI}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot \mu_0 \cdot S$$

$$\frac{3}{h} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f}$$

$$L_2 \frac{dI}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot \mu_0 \cdot S$$

$$f = \frac{h}{\lambda}$$

$$L \sim h$$

$$f = \frac{h}{\lambda}$$

$$\frac{5}{3} r$$

$$\pi \left(\frac{5}{3} r \right)^2 = \pi \left(\frac{r}{3} \right)^2 =$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

$$p(V) = 8p_0 \left(2 - \frac{V}{8V_0} \right) = 8p_0 +$$

$$p(V) = - \frac{1}{2V_0} p_0 \cdot V + 12p_0 = p_0 \left(12 - \frac{V}{2V_0} \right)$$

$$p_0 \cdot \left(12 - \frac{V}{2V_0} \right) \cdot V' = 12p_0 - \frac{V}{V_0} = 0$$

$$\frac{12V_0}{6 \cdot 12} \frac{25}{9} - \frac{1}{9} = \frac{\mu_0 N}{L}$$

$$J R \Delta T = p \Delta V + V \Delta p$$

$$J \cdot R \frac{\Delta T}{\Delta V} = p + V \cdot \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

$$C \Delta T = p_0 \left(24 - \frac{V}{V_0} - \frac{dV}{2V_0} \right) \cdot dV +$$

$$\beta = \frac{\mu_0 I d e x A^2}{13}$$

$$\beta = \mu_0 I A \quad \mu_0 I A S$$

$$\mu_0 I A N$$

$$\epsilon_1 = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{L \Delta I}{\Delta t}$$

$$\Delta \Phi = \mu_0 I A N$$

$$L_1 \cdot A \mu_0 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = L \Delta I \quad \mu_0 N$$

$$(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot \mu_0 \cdot S$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mu_0 \cdot S}{L_1 + L_2} \cdot d$$

$$\frac{8}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



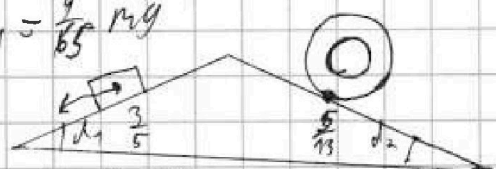
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_2 = \frac{7}{26} mg$$

$$F_1 = \frac{9}{65} mg$$



$$1) \quad mg \cdot \sin \alpha_1 - F_{\text{тр}} = ma_1 = \frac{6mg}{13}$$

$$mg \cdot \frac{3}{5} = \frac{6mg}{13} = F_{\text{тр}}$$

$$mg \cdot \frac{(39-30)}{65} = \frac{9}{65} mg$$

$$F_2 \cos \alpha_2 - (mg \cos \alpha_2) \sin \alpha_2 + mg \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_2 - F_{\text{тр}2} \cdot \cos \alpha_2 =$$

$$L = \mu R$$

$$F = 0$$

$$B dS = \mu_0 I$$

$$\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

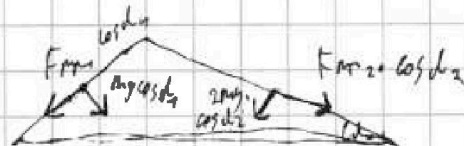
$$2) \quad 2m \frac{g}{4} = 2mg \sin \alpha_2 - F_{\text{тр}}$$

$$\frac{mg}{2} - \frac{10}{13} mg = F_{\text{тр}} \quad \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$F_{\text{тр}2} = \frac{7}{26} mg$$

$$\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r}$$

3)



$$p(V) = 12 - \frac{V}{2}$$

$$P = p_1 - dV$$

$$dV \cdot (p_1 - dV - (p_1 - d(V+dV))) = dV \cdot$$

$$pV = (p_1 - dV) \cdot V = \int p dV$$

$$A_{12} = \frac{(p_1 + p_2)}{2} \cdot (V_1 - V_2), A$$

$$\Delta u_{12} = \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_1 V_1 = \frac{3}{2} \cdot 5 p_0 \cdot 14 V_0 - \frac{3}{2} \cdot 8 p_0 \cdot 8 V_0 = \frac{3}{2} \cdot 6 p_0 V_0 = 9 p_0 V_0$$

$$A = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) \cdot (V_3 - V_1) = \frac{1}{2} (8 p_0 + 2 p_0) \cdot (14 V_0 - 8 V_0) = 30 p_0 V_0$$

$$\frac{\Delta u_{12}}{A} = \frac{3}{20} = 0,3$$

$$p_1 V - dV^2 = \int p dV$$

$$p_1 V - dV^2 = \int p dV$$

$$p_1 - 2dV = 0$$

$$p_1 - 2dV = 0$$

$$8 p_0 - \frac{p_0}{V_0} \cdot V =$$

$$8 p_0 - \frac{2}{V_0} p_0 \cdot V = p$$

$$(8 p_0 - \frac{2 p_0}{V_0} \cdot V) \cdot V = \int p dV$$

$$8 p_0 - \frac{V \cdot p_0}{V_0} = 0$$

$$V = 8 V_0$$

$$\frac{64}{28} = \left(\frac{16}{7} \right)$$