



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_i — i -ый член арифметической прогрессии, d — шаг арифметической прогрессии $\Rightarrow$ $a_n = 6 - 9x$; $a_6 = (x^2 - 2x)^2$;
 $a_{10} = 9x^2$; $x = ?$

$$\text{Решение: } a_i = d(i-1) + a_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 - 9x = a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_1 + 3d = (x^2 - 2x)^2 = 6 - 9x - 3d + 3d = 6 - 9x + 2d \Rightarrow 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$a_1 + 9d = a_{10} = 9x^2 = 6 - 9x - 3d + 9d =$$

$$= 6 - 9x + 6d = 6 - 9x + 3(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6) =$$

$$= 9x^2 \Rightarrow 2 - 3x + x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 3x^2$$

$$\Rightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6x - 4 = 0 =$$

$$= x^2(x^2 - 2x + 1) - 2x(x^2 - 2x + 1) - 4(x^2 - 2x + 1) =$$

$$= (x^2 - 2x - 4)(x - 1)^2 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0, x = 1 \\ x^2 - 2x - 4 = 0, D = 4 + 16 \end{cases}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \text{Ответ: } x = 1, \sqrt{5} + 1, -\sqrt{5} + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x-2y \leq 2 \quad |x-2y| \leq 2 \text{ равносильно}$$

$$\begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \end{cases}$$

(на графике отмечены
вертикальной и горизонтальной)

$$|2x-y| \leq 1 \text{ равносильно } \begin{cases} 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases}$$

(на графике горизонтальная и вертикальная
прямые и их пересечение)

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

в пересечении прямых
2) $x=2$ и $x=4$

2) $y=4$ - это точка, находящаяся
от центра расстоянием.

$$2) \begin{cases} 2x-y=1 \\ x-2y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y=1 \\ x+2=2x-1 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x-2y=-2 \\ x+2=2x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2=2x-1 \\ x+2=4x-2 \end{cases}; x=\frac{4}{3}; y=\frac{5}{3}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{3} - y = 1 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{5}{3}$$

$\Rightarrow$ построим функцию, равную

прямой 2), проходящую через точку пересечения $(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$

$$\Rightarrow 4y+6x = 20 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 50 + 8 = 58 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ максимальное значение $4y+6x = 58$.

Ответ: 58.

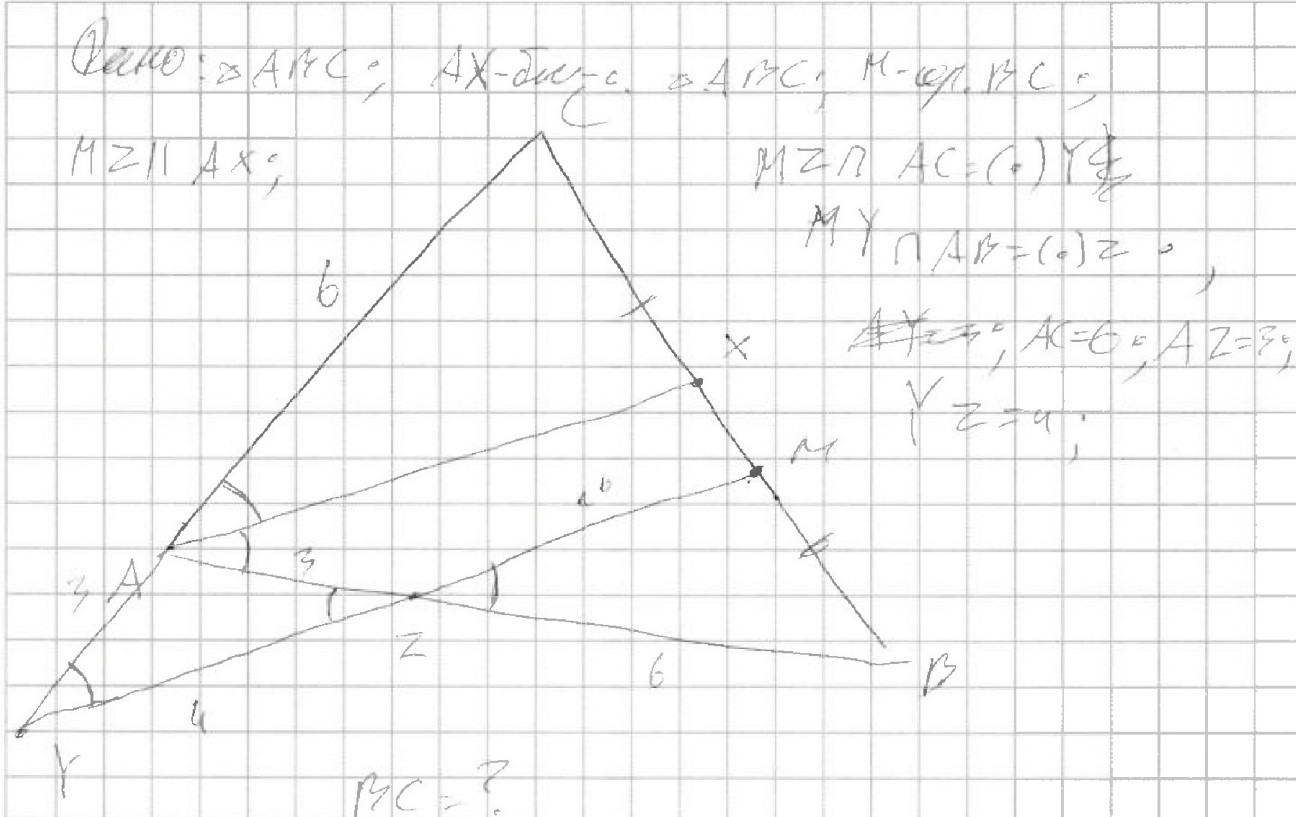


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение: $\triangle ABC$ - $\triangle$ (по усл.)
 $AX \parallel ZM \Rightarrow$ (св. парал. прям., соответ. углы; (ср. AZ)
 $\angle XAB = \angle MZB = 2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle AZY = \angle MZB = 2$ (верши.) (сумм.)
 $\angle YAZ = 180^\circ - \angle CAB =$
 $= 180^\circ - 2 \times 2 \Rightarrow$ (4 сумм. углов в верш.)
 $\angle AYX = 180 - \angle YZA - \angle YAZ =$
 $= 180 - 2 - 180 + 2 \times 2 = 2 \Rightarrow \angle AYX = \angle AZY \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ (сумм. п/д) (по усл.)
 $\triangle YAZ - \text{п/д} \Rightarrow AY = AZ = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П2: MY пер/сек. $\triangle ABC \Rightarrow$
(мехр. механика)

$\Rightarrow$

$$\frac{CM}{MY} = \frac{BZ}{AZ} = \frac{AY}{YC} = 1$$

(П1, по усл.)

$$1 = \frac{BZ}{3} = \frac{3}{6} = 1 \Rightarrow BZ = 6$$

П3: AY пер/сек. $\triangle ACM \Rightarrow$

(мехр. механика)

$\Rightarrow$

$$\frac{MZ}{ZY} = \frac{AY}{AC} = \frac{MC}{CM} = 1$$

(П1, по усл.)

$$\frac{MZ}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow MZ = 16$$

П4: (мехр. $\cos$ в $\triangle AZY$)

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2 \cos(\angle AZY) \cdot AZ \cdot YZ$$

(П1, по усл.)

$$9 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos(\angle AZY)$$

$$\cos(\angle AZY) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

$$\angle AZY = \angle MZB \Rightarrow \cos(\angle MZB) = \cos(\angle AZY)$$

(мехр. $\cos$ в $\triangle MZB$) (П2, П3)

$$MB^2 = MZ^2 + ZB^2 - 2 \cos(\angle MZB) \cdot MZ \cdot ZB$$

$$MB^2 = 256 + 36 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 16 \cdot 6 = 256 + 36 - 128 = 164$$

$$\Rightarrow MB = \sqrt{164} \Rightarrow BC = 2MB = 2\sqrt{164} \text{ единиц: } BC = 4\sqrt{41}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{4-x} \quad (-2x^2+10x+48 \geq 0)$$
$$= 2\sqrt{(x+2)(4-x)} - 4$$

$$x+2+\sqrt{4-x} - 2\sqrt{(x+2)(4-x)} = 4(x+2)(4-x) - 29\sqrt{(x+2)(4-x)}$$
$$- 4x^2 + 20x + 56 + 49 - 9 = 26 - \sqrt{x^2 + 5x + 14}$$

$$- 4x - 2x^2 + 10x + 49 = 13 - \sqrt{x^2 + 5x + 14}$$

$$4x^4 + 100x^2 + 2304 - 40x^2 - 192x^2 + 960x =$$

$$= 13 - 196x^2 + 960x + 2366$$

$$4x^4 - 40x^2 + 44x^2 + 960x + 115x - 62 = 0$$

при нормальном делении $x = \frac{1}{2}$

разделим многочлен на $x - \frac{1}{2}$

$$4x^4 - 40x^2 + 44x^2 + 960x + 115x - 62 \Big| x - \frac{1}{2}$$

$$4x^4 - 2x^3$$

$$- 38x^3 + 44x^2 + 115x - 62$$

$$- 38x^3 + 19x^2$$

$$- 56x^2 + 115x - 62$$

$$- 56x^2 - 20x$$

$$1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 1) \sqrt{x+2} - \sqrt{4-y} + 4 = 2\sqrt{4+5x-y^2} \\ 2) x^2 + 4x - \sqrt{4y} = y^2 - \sqrt{2x} + 4y, \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } x \geq 0, y \geq 0, x \geq 2, y \leq 4$$

$$1) (\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y})(\sqrt{x+2} + \sqrt{4-y})(x^2 + 4x + y^2) + 4(\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y})(2\sqrt{4+5x-y^2}) + \sqrt{2x}(\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y})(\sqrt{x+2} + \sqrt{4-y})(x^2 + 4x + y^2 + 4) - \sqrt{2x}(\sqrt{x+2} + \sqrt{4-y}) = 0$$

$$x, y \geq 0 \Rightarrow$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y} = 0 \Rightarrow x = y$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x-x^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Есть квадрат $10 \times 10 \Rightarrow$ всего 11×11 узлов
 ~~$= 121$ узел~~ узлов. Каждую раскраску
можно повернуть на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ каждая раскраска из
у каждой раскраски есть 3 "близнеца"
(дальнейшие повороты)
 $\Rightarrow$ все раскраски распределены в группы
по 4 раскраски.

Числов. приручить дальн. симметрии по-
скольку раскраски C_{121} , но, на самом деле
их в 4 раза меньше $\Rightarrow$ ответ $\frac{C_{121}}{4} =$

$$= \frac{121!}{11! \cdot 2! \cdot 4} = \frac{120 \cdot 121}{8} = 15 \cdot 121 = 1815 \text{ ответов}$$

Ответ: 1815



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2.

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n$$

$$M = m^2 + 8mn + 4n^2 + 9mn$$

$$(m + 2n)^2 - 4(m + 2n)$$

$$(m + 2n - 4)(m + 2n) = 459^2 = 209641$$

$$mn(m + 2n)$$

$$mn(m + 2n + 9) = 11 \cdot 9 \cdot 9$$

Чёрт

$$m + 2n > m + 2n - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

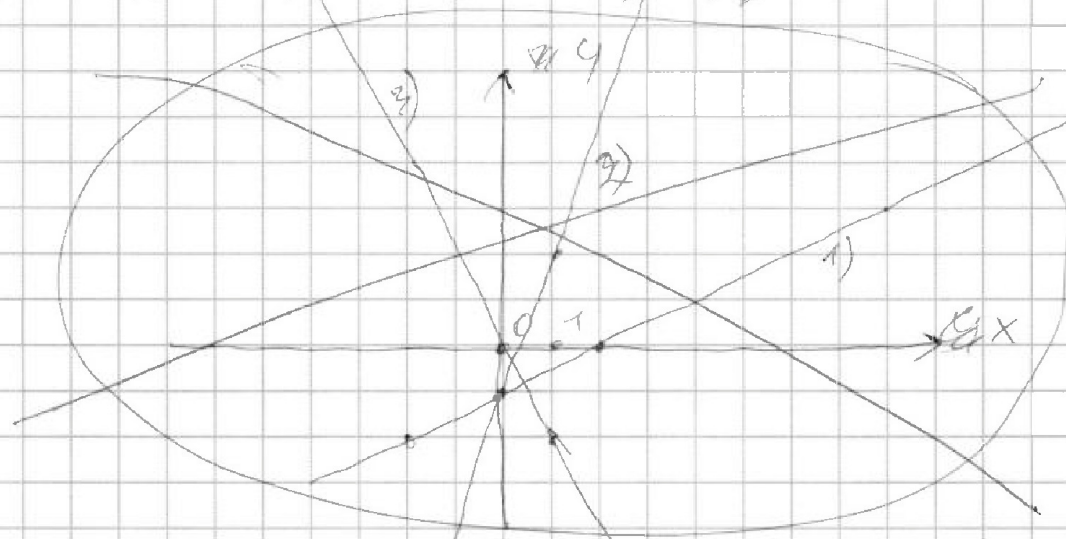
7
☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решим по координатам систему уравнений $|x-2y| \leq 2$, $|2x-y| \leq 1$

1) $x-2y=2$, 2) $2x-y=1$, 3) $3y+6x=0$



1) $y = \frac{x-2}{2} - 1$ у. функ. св. прямой

x	2	0
y	0	-1

2) $y = 2x - 1$ у. функ. св. прямой

x	1	0
y	2	-1

3) $y = -2x$ у. функ. св. прямой

x	0	1
y	0	-2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

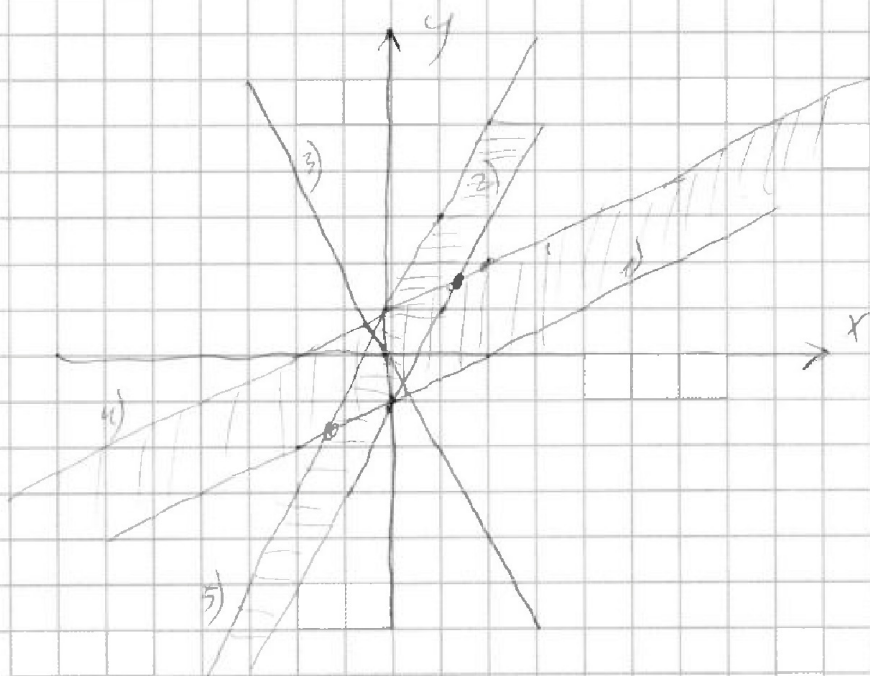
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) ~~$x - 2y = 2$~~ $x - 2y = 2$ преобразуем
в $|x - 2y| = 2$
2) $2x - y$ преобразуем в $|2x - y| = 1$
или

4) $x - 2y = -2$ 5) $2x - y = -1$
пр. урав. экв. пр.ч. пр. урав. экв. пр.ч.

x	2	0
y	2	1

x	1	0
y	2	1





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x-x^2}$ ОДЗ: $x \geq -2, y \geq 0, x \leq 4, y \leq 7$
 (1) $x^2 + 4x - \sqrt{24} = y^2 - \sqrt{24} + 3y, x^2 - y^2 + 4x - 3y + \sqrt{24} - \sqrt{24} = 0$

4) $x - 2(\sqrt{x} - \sqrt{y})(-\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + 4xy + y^2) +$
 $+ 3(\sqrt{x} - \sqrt{y})(-\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{24}(-\sqrt{x} - \sqrt{y}) =$
 $= 0$

5) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + 4xy + y^2) + 3(-\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{24} = 0$

м.к. $x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 0, x^2 + 4xy + y^2 \geq 0, 3(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq 0$

$\Rightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + 4xy + y^2 + 3) + \sqrt{24} > 0$

$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow (x, y \geq 0)$
 $x = y$

$\Rightarrow 2) \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x-x^2}$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{(x+2)(4-x)}$

ОДЗ: $\sqrt{x+2} = a, \sqrt{4-x} = b$

$a - b + 4 = 2\sqrt{ab} \Rightarrow 49$

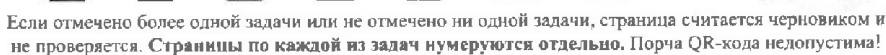
$a^2 - 2ab + b^2 = 49 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = 49$

Оформление решения
 (м.к. $x \geq -2, x \leq 4$)

$x+2 = 2\sqrt{(x+2)(4-x)} + 4 - x = 4(x+2)(4-x) - 29 - 2\sqrt{(x+2)(4-x)} + 49$

$29x + 56 = 4x^2 - 8x + 49 - 9 = 26\sqrt{(x+2)(4-x)}$

$4x^2 - 20x + 96 = 26\sqrt{(x+2)(4-x)}, -2x^2 + 10x + 45 = 13\sqrt{(x+2)(4-x)}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = (m+2n)^2 - 4(m+n) =$$

$$= (m+2n-4)(m+2n)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

1. Пусть $B = 11 \cdot p^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow mn(m+2n+9) = 11 \cdot p^2$$

1) Если $m=1 \Rightarrow n(m+2n+9) \cdot n(2n+10) = 11 \cdot p^2$
 $2n+10 > n \nmid (2n+10)$, $2n+10 \nmid 11$; $2 \Rightarrow p=2$

$$\Rightarrow 11 \cdot p^2 \nmid 2 \Rightarrow p \nmid 2 \Rightarrow p=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(2n+10) = 44$$

$$2n^2 + 10n - 44 = 0; \quad n^2 + 5n - 22 = 0; \quad D = 25 + 88 =$$

$$= 113 \Rightarrow n = \frac{-5 \pm \sqrt{113}}{2} - \text{не натур.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \neq 1, \text{ и т.д.} \text{ Если } n=1 \Rightarrow m(m+11) = 11 \cdot p^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Если } m \nmid 11 \Rightarrow m+11 \nmid 11, \quad m+11 \nmid 11 \Rightarrow m \nmid 11 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \nmid m(m+11); \quad 11^2 \Rightarrow p=11 \Rightarrow m^2 + 11m - 11^2 = 0$$

$$121 + 4 \cdot 121 \cdot 11 = 121 \cdot 45 - \text{не квадрат} \Rightarrow n \neq 1$$

2) $m, n < m+2n+9 \Rightarrow m=p; n=p; m+2n+9 \neq 11 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m=n, \quad A = (m+2n-4)(m+2n) = (3p-4)3p = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9^2$$

$$m+2n+9=11 \Rightarrow m+2n=2 \Rightarrow m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{невозм.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B \neq 11 \cdot p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 2 \cdot A = 110p^2 \Rightarrow K = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9^2$$

$$mn(m+2n+4) = 11 \cdot p^2$$

$$m+2n > m+2n-4 \text{ т.к. - одно из чисел четное}$$

$$\Rightarrow 11 \cdot p^2 : 2 \Rightarrow p : 2 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-4 = 20 \cdot 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} m+2n = 11 \cdot 2 \\ m+2n-4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{Пусть } m+2n = k \Rightarrow$$

$$k(k-4) = 44 \Rightarrow$$

$$k^2 - 4k + 44 = 0 \Rightarrow 49 + 146 = 225 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \frac{+15 \pm 12}{2} = 11; -9$$

$$\Rightarrow k = m+2n = 11$$

$$11 = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9^2 = mn(m+2n+4) = mn \cdot 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K : 2 \Rightarrow 9^2 : 2 \Rightarrow 9 : 2 \Rightarrow 9 = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = mn \cdot 20$$

$$3 \cdot 5 = mn$$

$$\Rightarrow m=1, n=15 \Rightarrow m+2n=31 - \text{не дел.}$$

$$m=3, n=5 \Rightarrow m+2n=13 - \text{не дел.}$$

$$m=5, n=3 \Rightarrow m+2n=11$$

$$m=15, n=1 \Rightarrow m+2n=17 - \text{не дел.}$$

$\Rightarrow$ найдем m, n методом

$$m=5, n=3$$

$$\text{Ответ: } m=5, n=3$$

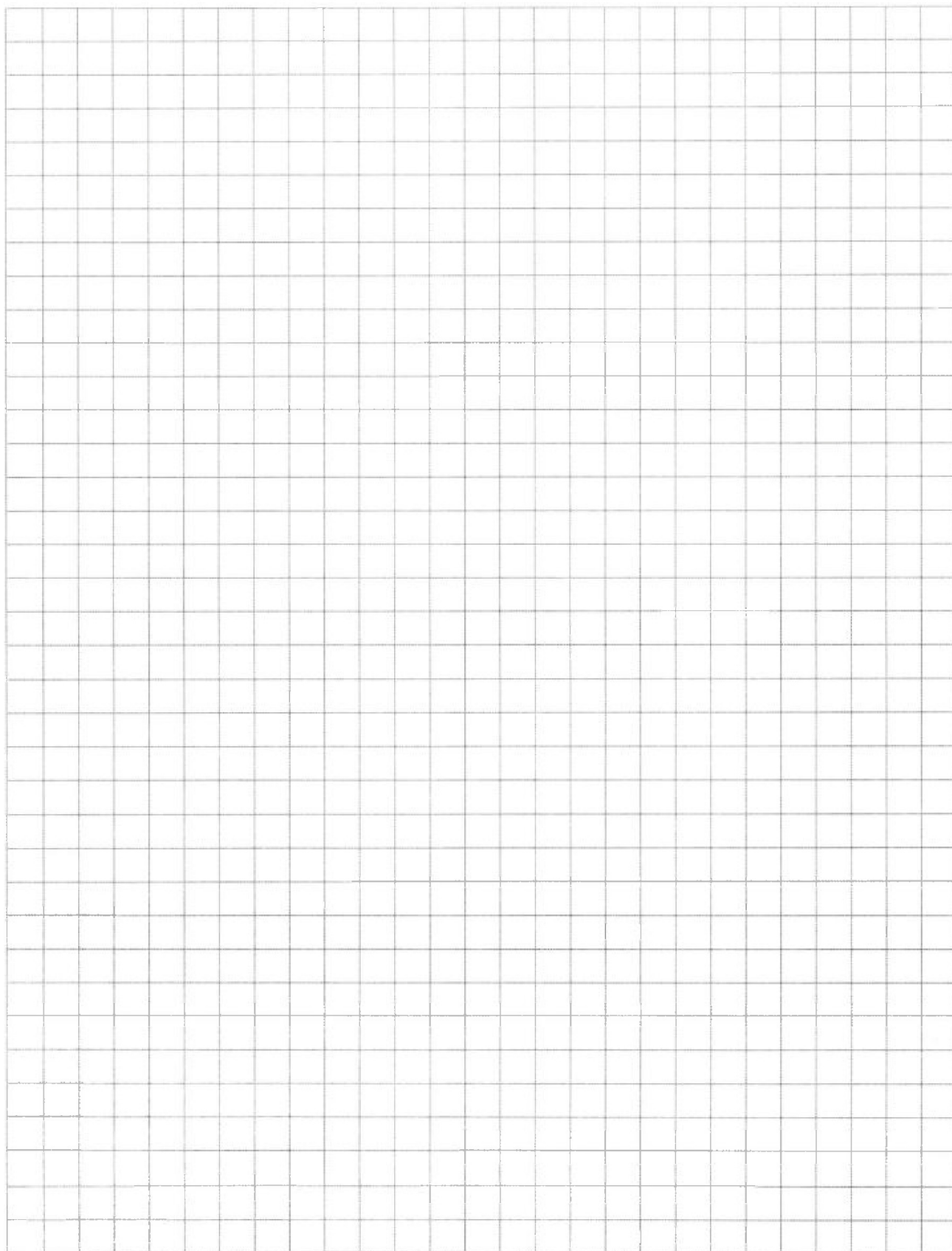


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - 3d = 6 - 9x$$

$$x = ?$$

$$\begin{array}{r} \times 12x \\ 15 \\ \hline 1605 \\ 121 \\ \hline 1513 \end{array}$$

$$a + 5d = (x^2 - 2x)^2$$

$$\sqrt{6}(2\sqrt{a}+1) = \frac{1}{2}(2\sqrt{a}+1) + 1,5$$

$$a + 9d = 9x^2$$

$$a = 6 - 9x - 3d \quad (\sqrt{6}(\frac{1}{2}))(2\sqrt{a}+1) = 6,5$$

$$6 - 9x - 3d + 5d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$4d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$\begin{array}{r} \times 109 \\ 1348 \\ \hline 3130 \\ + 1920 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$6 - 9x - 3d + 9d$$

$$\begin{array}{r} \times 169 \\ 119 \\ \hline 1696 \\ + 1696 \\ \hline 3392 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 169 \\ 5 \\ \hline 845 \end{array}$$

$$6 - 9x + 6d$$

$$= 6 - 9x + 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 27x$$

$$- 18 \quad 9x^2 = 9x^2$$

$$64 - 320 + 440 - 62$$

$$3x^4 - 12x^3 + 4x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$\frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{44}{9} - \frac{4 \cdot 15}{9} - \frac{62}{9} = 4x + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\frac{1}{4} - 5 + \frac{44}{4} + \frac{15}{2} - 62$$

$$524$$

$$4 + 40 + 44 - 15 - 62$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \underline{x^4 - x^3} \\ -3x^3 + x^2 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ 4x - 4 \end{array}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$x + 2 + 7 - x =$$

$$- 2 \sqrt{(x+2)(7-x)} =$$

$$= 4 \cdot 14 + 4 \cdot 5 \cdot 4 - 4x^2 +$$

$$2 \sqrt{14 + 5x - x^2} + 49$$

$$4x - 4$$

$$2 \sqrt{14 + 5x - x^2} = -4x^2 + 20x + 96$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 4x - 1 \\ \underline{-x^3 - x^2} \\ 4x^2 - 2x \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -4x + 4 \end{array}$$

$$169 \sqrt{14 + 5x - x^2} = 4x^2 + 100x^2 +$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$4 \cdot 31^4 - 40 \cdot 31^2$
 $31^2(4 \cdot 31^2 - 40)$
 $4 \cdot 84$

$a = 2ab + b - 4$
 $a - b + 4 = 2ab$
 $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

$31^2(21 \cdot 94 + 31)$
 $2604 + 942$
 3546

169
 4
 $113 \frac{3}{4}$

169
 4
 414
 169
 2366
 $113 \frac{3}{4}$
 $339 \frac{3}{4}$
 845

$62 = 2 \cdot 31$
 $x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow$

$x^2 - y^3 + 3x - 2y + \sqrt{2x} - \sqrt{2y} = 0$
 $(x - 2y) \leq 2$
 $x - 2y \leq 2$
 $x - 2y \geq -2$

$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + \sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 0$
 $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + \sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 0$

$x = 4 \Rightarrow \sqrt{x+2} = \sqrt{4-x} = \sqrt{4+2\sqrt{4+5x-x^2}}$
 $x^2 - 9x - 14$
 $25 + 56$
 $\frac{25 \pm 9}{2} = 40, -2$