



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Первый член арифм. прогр. - a , разность - $d \Rightarrow a+d=12-12x$

$$a+3d=(x^2+4x)^2, \quad a+5d=(-6x^2) \Rightarrow a+5d-a+d=6d=$$

$$= -6x^2-12+12x \Rightarrow d=-x^2-2+2x. \quad a+3d=a+d+2d=$$

$$= 12-12x-2x^2-4+4x=8-8x-2x^2=(x^2+4x)^2 \text{ (т.к. } a+3d=(x^2+4x)^2)$$

Получа $8-2(x+4)x=(x(x+4))^2 \Rightarrow 8=x(x+4)(x(x+4)+2)$. Пусть

$t=x(x+4)$. Тогда $8=t(t+2) \Rightarrow t^2+2t-8=0$.

$$D=2^2+8 \cdot 4=36 \Rightarrow t_1=\frac{-2+\sqrt{36}}{2}=2, \quad t_2=\frac{-2-\sqrt{36}}{2}=-4.$$

$$1) \quad x(x+4)=2 \Rightarrow x^2+4x-2=0 \quad D=16+8=24 \Rightarrow x_1=\frac{-4+\sqrt{24}}{2}=$$

$$=\sqrt{6}-2, \quad x_2=\frac{-4-\sqrt{24}}{2}=-\sqrt{6}-2 \quad (\text{все корни являются действительными})$$

$\Rightarrow$ такие x подходят

$$2) \quad x(x+4)=-4 \Rightarrow x^2+4x+4=0 \Rightarrow (x+2)^2=0 \Rightarrow x=-2. \quad (\text{все корни являются действительными})$$

$\Rightarrow$ такой x подходит

* $t \in [-4; +\infty)$, т.к. мин у $x(x+4)$ достигается при $-\frac{4}{2}=-2$,

т.е. ок -4 .

Ответ: $x \in \{-2, -\sqrt{6}-2, \sqrt{6}-2\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

1) $2x \geq 3y$ и $3x \geq 2y$

$$\begin{cases} 2x \leq 3y + 6 & ① \\ 3x \leq 2y + 4 & \end{cases} \quad x \geq \frac{2}{3}y \text{ и } \frac{3}{2}y + 3 \geq 2x \text{ из } ① \Rightarrow$$

тогда $\frac{3}{2}y + 3 \geq \frac{2}{3}y \Rightarrow 3 \geq -\frac{5}{6}y \Rightarrow 18 \geq -5y \Rightarrow y \geq -\frac{18}{5}$

$3x \geq 2y \Rightarrow 3x \geq -\frac{36}{5} \Rightarrow x \geq -\frac{12}{5}$. Тогда $10x + 5y \geq \frac{10 \cdot 12}{5} - \frac{18}{5} \cdot 5$

$= -24 - 18 = -42$. Тогда проверим эти x и y .

$|\frac{2 \cdot 12}{5} + \frac{3 \cdot 18}{5}| = 6$ и $|\frac{3 \cdot 12}{5} + \frac{2 \cdot 18}{5}| = 0 \leq 4$

2) $2x \geq 3y$ $2y \geq 3x$

$$\begin{cases} 2x \leq 3y + 6 \\ 2y \leq 3x + 4 \end{cases} \quad \begin{aligned} 2x \leq 3y + 6 &\Rightarrow 3x \leq \frac{4}{2}y + 9 \Rightarrow 3x + 4 \leq \frac{4}{2}y + 13 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{4}{2}y + 13 \geq 3x + 4 \geq 2y \Rightarrow y \geq -\frac{26}{5} \Rightarrow \end{aligned}$$

$\Rightarrow 3x + 4 \geq 2y \Rightarrow 3x \geq -\frac{52 + 20}{5} = -\frac{72}{5} \Rightarrow x \geq -\frac{24}{5}$

~~$\frac{2 \cdot 24}{5} - 26 = -48 \frac{2}{5}$. Тогда проверим эти x и y $|\frac{2 \cdot 24}{5} + \frac{3 \cdot 28}{5}| = 0$~~

~~$\frac{3 \cdot 24}{5} + \frac{2 \cdot 28}{5} = 2$ но при этом $2x \leq$ Тогда $10x + 5y \geq -48 - 26 =$~~

~~-74 . Проверим эти x и y $|\frac{2 \cdot 24}{5} + \frac{3 \cdot 28}{5}| \leq 4$ и $|\frac{3 \cdot 24}{5} + \frac{2 \cdot 28}{5}| \leq 6$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☒ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \quad 3y \geq 2x, \quad 3x \geq 2y$$

$$\begin{cases} 3y \leq 2x + 6 \\ 3x \leq 2y + 4 \end{cases} \quad \begin{aligned} 2x + 6 \geq 3y &\Rightarrow x \geq \frac{3y - 6}{2} \Rightarrow 2y + 1 \geq 3x \geq \\ 2y + 4 &\geq \frac{4}{2}y - 9 \Rightarrow \frac{5}{2}y \leq 13 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y \leq \frac{26}{5} \quad 3y \geq 3y - 6, \text{ что правда, } \frac{3}{2}y - 9 \geq 2y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}y \geq 9 \Rightarrow y \geq \frac{18}{5} \Rightarrow 2x + 6 \geq \frac{51}{5} \Rightarrow 2x \geq \frac{21}{5} \Rightarrow$$

$$x \geq \frac{12}{5} \Rightarrow \text{то же самое или других случаев с этого}$$

$$4) \text{ Попробую, что здесь } x \geq \frac{24}{5} \text{ и } y \geq \frac{26}{5}, \text{ т.к.}$$

этот случай противоречит 2) $\Rightarrow$ (или вообще

$$3y \geq 2x \text{ и } 2y \geq 3x \quad \text{это положительно}$$

$10x \leq 5y$, а мы видим отриц.

Ответ: - ут (случай 2)



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

пусть $t = m - 2n$ (покажем, что тогда $t \in \mathbb{Z}$), а $mn = k$ (покажем, что $k \in \mathbb{N}$). Тогда $A = t(t + 13)$. $B = k(t - 2)$

1) $A = 15p^2$. Тогда $t(t + 13) = 15p^2$. ~~Покажем~~ ~~покажем~~, что t и $t + 13$ разной чётности, т.к. 13 нечётн (~~4 + k = k~~, $k + k = 4$).

Тогда $15p^2$ чётное $\Rightarrow p$ чётное $\Rightarrow p = 2$, т.к. p простое.

$$\text{Тогда } t^2 + 13t - 68 = 0 \quad D = 169 + 68 \cdot 4 = 441 = 21^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{-13 + \sqrt{441}}{2} = 4, \quad t_2 = \frac{-13 - \sqrt{441}}{2} = -14.$$

$$1) t_1 = 4 \Rightarrow m - 2n = 4 \Rightarrow B = k(t - 2) = 15q^2 \Rightarrow k(t - 2) = 2k$$

$$2k = 15q^2 - 2k \Rightarrow q = 2 \text{ (т.к. } 15q^2 \text{ чётное и } q \text{ простое)} \Rightarrow k = 30. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m - 2n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m = 2n + 4 \end{cases} \Rightarrow (2n + 4)n = 30 \Rightarrow 2n^2 + 4n - 30 = 0$$

$$D = 16 + 30 \cdot 8 = 256 = 16^2 \Rightarrow n_1 = \frac{-4 + \sqrt{256}}{4} = 3, \quad n_2 = \frac{-4 - \sqrt{256}}{4} = -5,$$

$$\text{но } n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = 10$$

$$2) t_2 = -14 \Rightarrow \Rightarrow m - 2n = -13 \Rightarrow k \cdot (t - 2) = -13k = 15q^2.$$

$k \in \mathbb{N}$, $15q^2 \in \mathbb{N} \Rightarrow -13$ должно $\in \mathbb{N}$, но это не так. Противоречие



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $A = 15q^2 \Rightarrow t(t+13) = 15q^2 \Rightarrow q = 2$ (мы уже говорили, что t и $t+13$ разной чётности $\Rightarrow 15q^2 : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q = 2$, т.к. q простое) $\Rightarrow t^2 + 13t - 60 = 0$ $D = 169 + 60 \cdot 4 = 409$
 Тогда $t_1 = \frac{-13 + \sqrt{409}}{2}$, $t_2 = \frac{-13 - \sqrt{409}}{2}$, но $\sqrt{409}$ ~~иррациональное~~ ^{целого} ~~не целое~~
 т.к. 409 не квадрат ~~какого-либо~~ ^{целого} числа (т.к. 409 $\in \mathbb{N}$ оно не может быть квадратом целого числа, которое является рациональным). Тогда, т.к. $t \in \mathbb{Z}$, такого t не существует.
 ет.

Ответ: $n=3, m=10$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

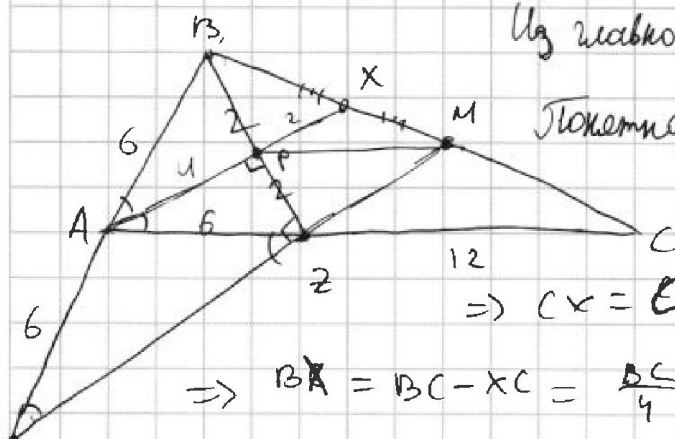


СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



Из главного св-ва Бисс.: $\frac{CX}{BX} = \frac{AC}{AB}$
 Показано, что $\frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{ZA}$ (из теор. Палеса)

$$\Rightarrow \frac{CM}{MX} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow MX = \frac{CM}{2} = \frac{BC}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CX = CM + MX = \frac{BC}{2} + \frac{BC}{4} = \frac{3BC}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BX = BC - CX = \frac{BC}{4} \Rightarrow \frac{CX}{BX} = \frac{\frac{3}{4}BC}{\frac{1}{4}BC} = \frac{3}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{BA} = \frac{3}{1} \Rightarrow AB = 6. \text{ (т.к. } AC = 18). \text{ } MY \parallel AX \Rightarrow \angle BAX =$$

$$= \angle BYM, \text{ так как } \angle BAX = \angle XAZ = \angle AZY \Rightarrow \angle AZY = \angle AYZ \Rightarrow AZ = AY \Rightarrow$$

$$AY = 6. \text{ Тогда } AB = AY = AZ = 6 \Rightarrow \angle BZY = 90^\circ \text{ (т.к. медиана равна}$$

$$\text{половине гипотенузы). } P = BP \cap AX. \text{ тогда показано, что}$$

$$\angle APB = \angle YZB = 90^\circ \Rightarrow \text{(т.к. } AP - \text{бисс.) } BP = PZ. \text{ Тогда } AP = \frac{1}{2} YZ =$$

$$= 4, \text{ т.к. } A - \text{середина } YB \text{ и } P - \text{середина } BZ. \Rightarrow AP - \text{ср. линия в}$$

$$\triangle BYZ \parallel YZ, \text{ т.к. } M - \text{середина } BC, PM \parallel CZ. \Rightarrow PM = \frac{1}{2} CZ = 6,$$

$$\text{т.к. } PM - \text{ср. линия в } \triangle BZC, \parallel CZ. \text{ Тогда } PM \parallel AZ \text{ и } PM = AZ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \square APMZ - \text{параллелограмм} \Rightarrow MZ = 4. \text{ } X - \text{середина } BM, \text{ т.к.}$$

$$MX = \frac{1}{4} BC \text{ и } BX = \frac{1}{4} BC. \Rightarrow PX = \frac{1}{2} ZM = 2, \text{ т.к. } PX - \text{ср. линия}$$

$$\triangle BZM, \parallel ZM. \text{ } BP^2 + AP^2 = AB^2 \text{ по теор. Пифагора} \Rightarrow 6^2 - 4^2 =$$

$$= BP^2 \Rightarrow BP^2 = 20 \Rightarrow BP = 2\sqrt{5}. \text{ Тогда } BX^2 = BP^2 + PX^2 = 20 + 4 = 24 \Rightarrow BX = 2\sqrt{6}.$$

$$BX = \frac{1}{4} BC \Rightarrow BC = 8\sqrt{6} \text{ Ответ: } 8\sqrt{6}.$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Всего узлов в этом квадрате: $8 \cdot 8 = 64$, т.к. на каждой строке сетки по 8 узлов, а таких строк 8.

Тогда заметили, что если выбранные 2 ~~белые~~ точки не центрально симметричны, то ~~кажд~~ такая же, как выбранная, попарно - 64: поворот на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 0^\circ$.

Почему, что все они различны без учета поворота, т.к.

1) ~~такая же~~ точка 1 совмещается с точкой 2 при повороте на $\pm 90^\circ$. Тогда понятно, что при таком повороте вторая точка не попадет впервые, т.к. $|90 + 90| < 360$ и $|-90 + (-90)| < 360$.

При ~~таком~~ повороте ~~на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$~~ 1 попадет туда, где была ~~первая~~ 2-ая ~~на~~ после предыдущего поворота, а ~~первая~~ а вторая не туда, где была первая после пред. поворота на $90^\circ \Rightarrow$ все различны без учета поворота.

2) 1 не совп при любом из наших поворотов совмещ.

В этом случае очевидно без учета поворота все различны, т.к. тогда первая не попадает где вторая, а вторая - где первая.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пор центральносимметричные - 32, т.к. каждой точке состав. равно 1, а всего их 64, тогда поймём, что у центр симм всего 2 картинны после поворотов на $0^\circ, 90^\circ, 270^\circ$ и 360° , т.к. 0° и 360° совп и 90° и 270° совп (т.к. центр симметрии = поворот на 180° окр. центра)
Тогда общ число рисунков - $\frac{64^2 - 32}{4} + \frac{32}{2} = 6 \frac{64}{4} + 8 =$
 $= \frac{32 \cdot 63}{4} + 8 = 8.64 = 512$. Т.к. 64^2 - все пор
Все точек. $\Rightarrow$ не центр симм - $64^2 - 32$ и все мы посчитали
4 раза. 32 центр симм - все посчитали 2 раза.
Ответ: 512.



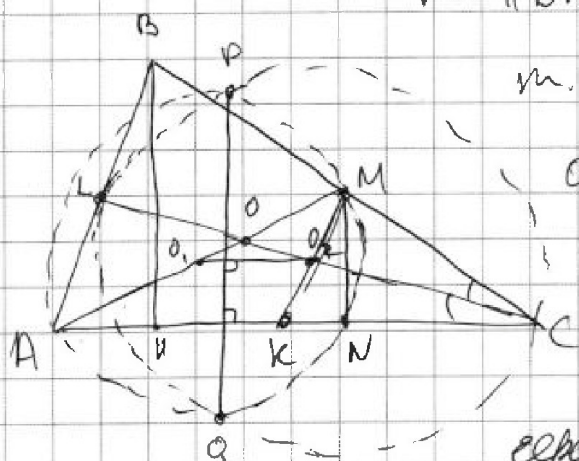
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$PQ \parallel BI$, где BI - высота $\Rightarrow PQ \perp AC$,

т.к. $BI \perp AC$. O_1 - середина AM ,

O_2 - середина CL . Тогда $O_1O_2 \perp$

PQ , как линия центров $\Rightarrow$

$\Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$, при этом O_1 и O_2 -

середины AM и CL соотв. $\Rightarrow LM \parallel AC$,

~~т.к. два отрезка концы отрезка отс. концы~~

~~отрезка и секущая~~ т.к. пусть O - пересек

AM и CL . $\Rightarrow \frac{OO_1}{OA} = \frac{OO_2}{OC} = \frac{OO_1}{O_1A} = \frac{OO_2}{O_2C} \Rightarrow \frac{OO_1 + O_1A}{O_1A} = \frac{OO_2 + O_2C}{O_2C}$

$\Rightarrow \frac{OO_2}{O_2C} = \frac{OO_1}{O_1A} \Rightarrow \frac{OO_1}{O_1M} = \frac{OO_2}{O_2L} \Rightarrow O_1O_2 \parallel LM$ по обрат. теор.

Равуса. Тогда $ML \parallel AC \Rightarrow L$ - середина AB , т.к. M - середина

$BC \Rightarrow ML$ - ср. линия $\parallel AC \Rightarrow L$ - середина $AB \Rightarrow BC = AC$,

т.к. CL - бисс и медиана. K - середина AC . Пусть $BC = 2x$.

Тогда $MC = CK = x$. $AN = 5$, $AK = KC = x \Rightarrow KN = 5 - x$. MK -

ср. линия в $\triangle ABC$, $\parallel AB \Rightarrow MK = \frac{AB}{2} = 3 \Rightarrow MN^2 = 3^2 - (5 - x)^2 =$

$= 9 - 25 + 10x - x^2 = -x^2 + 10x - 16$ по теор. Пифагора для $\triangle MNK$,

$\angle MNK = 90^\circ$, т.к. AM - диаметр и $N \in \omega$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☒

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теор. Пифагора для $\triangle MNC$ $MN^2 = MC^2 - NC^2 = x^2 - (x-5+x)^2 =$

$$= x^2 - 4x^2 + 20x - 25 = -3x^2 + 20x - 25. \text{ Тогда } -x^2 + 10x - 16 = MN^2 =$$

$$= -3x^2 + 20x - 25 \Rightarrow -x^2 + 10x - 16 = -3x^2 + 20x - 25 = 7$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 10x - 16 = 20x - 25 \Rightarrow 2x^2 - 10x + 9 = 0 \quad D = 100 - 9 \cdot 2 \cdot 4 = 28 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{10 + \sqrt{28}}{4} = \frac{5 + \sqrt{7}}{2}, \quad x_2 = \frac{10 - \sqrt{28}}{4} = \frac{5 - \sqrt{7}}{2}, \text{ но } \frac{5 - \sqrt{7}}{2} < 2$$

т.к. $5 < 4 + \sqrt{4}$, т.к. $\sqrt{4} > 2 \Rightarrow MK < KN$, т.к. $MK = 3$, $KN = 5 - x >$

$> 5 - 2 = 3$, но при этом MK — ширина прямоуго. треуго. $\triangle MNK$.

Противоречие. Тогда $x = \frac{5 + \sqrt{7}}{2} \Rightarrow BC = AC = 2x = 5 + \sqrt{7}$

Ответ: $AC = BC = 5 + \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$y = -\frac{26}{5}$$

$$|3x - 2y| \leq 4$$

$$2x \geq 3y$$

$$2y \geq 3x$$

$$1) \text{ ~~2x~~ } \rightarrow 1) \ 2x \geq 3y \rightarrow 2x \geq 2y \ 4) \ 3x \geq 2y$$

$$3y \leq 2x \leq 3y + 6 \quad / - \frac{3}{2}$$

$$2y \leq 3x \leq 2y + 4 \quad / - \frac{3}{2} \rightarrow 10x + 5y \leq 15y + 20$$

$$\frac{9}{2}y + 9$$

$$\frac{1}{2}x \leq 2,5x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$-3x \leq -\frac{9}{2}y + 9$$

$$2x \geq 3y$$

$$2y + 4 \geq 3x \quad / \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3}y + \frac{8}{3} \geq 2x$$

$$2y + 4 - \frac{9}{2}y - 9 \geq 0$$

$$\frac{2}{3}x \geq y$$

$$y \leq 0$$

$$\frac{4}{3}y + \frac{8}{3} + 6 \geq$$

$$2,5y + 5 \leq 0$$

$$x = y = 0$$

$$15y + 30 + 15y$$

$$3x \leq 2y + 4$$

$$y + 2 \leq 0$$

$$20y + 30 \leq 10x + 5y \leq 20y + 30$$

$$y \leq -2$$

$$x \leq \frac{3}{2}y + 3$$

$$\frac{9}{2}x \leq 3y \leq 2x + 6$$

$$\frac{183 - 64}{15} =$$

$$= \frac{156 + 14}{15} = \frac{170}{15} =$$

$$y$$

$$x = \frac{3y - 6}{2}$$

$$3y - 6 \leq 2x \quad / \cdot \frac{3}{2}$$

$$\frac{13}{2}x \leq \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$$

$$\frac{9}{2}x - 2x \leq 6$$

$$\frac{5}{6}x - \frac{2}{3}y \leq \frac{4}{3}$$

$$y \leq x$$

$$\frac{2}{3}y \leq x \leq \frac{3}{2}y + 3$$

$$y = -10$$

$$\frac{2}{3}y - \frac{3}{2}y \leq 3$$

$$2x \geq -36$$

$$-\frac{5}{6}y \leq 3$$

$$x \geq -18$$

$$-5y \leq 18$$

$$3x \geq -\frac{26}{5} \Rightarrow x \geq -\frac{13}{5}$$

$$y \geq -\frac{18}{5}$$

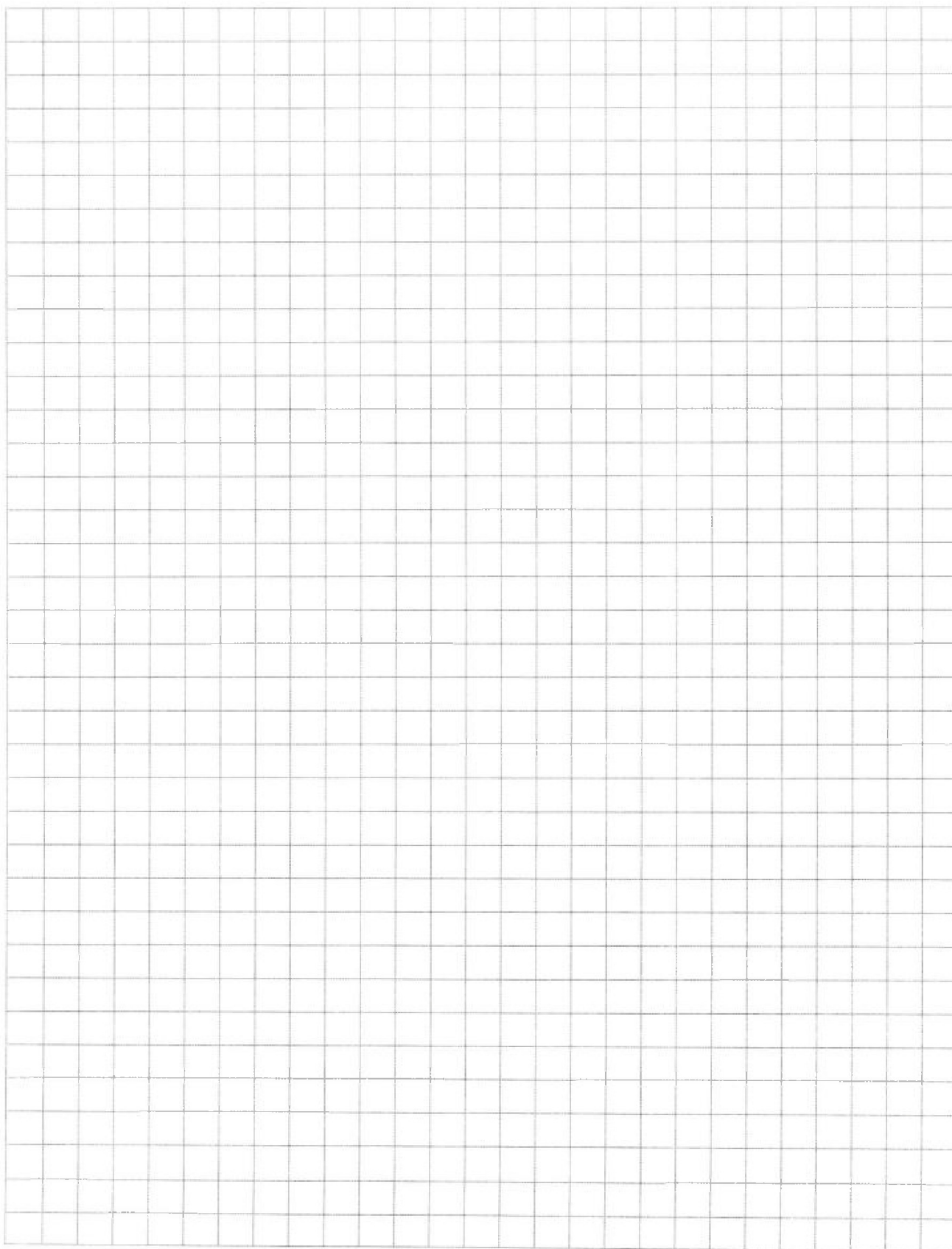


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 + 24 = 36 \quad ((-2)^2 + 4 \cdot (-4))^2 = (-4)^2 = 16$$

$$-6 \cdot (-2)^2 = -24$$

$$\begin{array}{cccccccc} 36 & 24 & 16 & 6 & -4 & -14 & -24 & \\ +1 & & +3 & & & & +8 & \end{array}$$

$$12 - 12(\sqrt{6} - 2) = 36 - 12\sqrt{6}$$

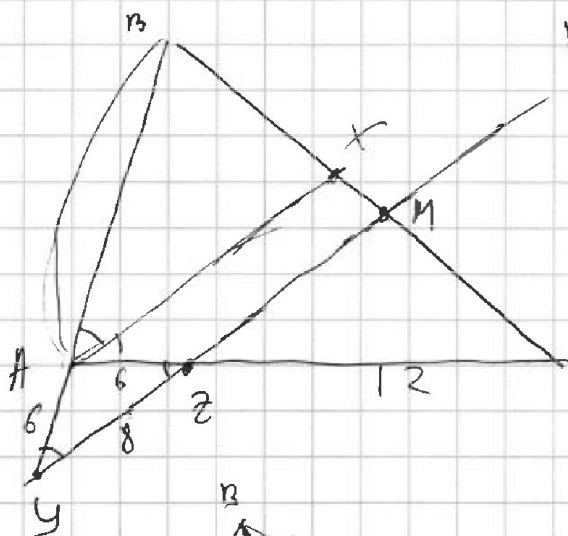
$$((\sqrt{6} - 2)^2 + 4(\sqrt{6} - 2))^2 = (6 + 4 - 4\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 8)^2 = 9$$

$$-6(\sqrt{6} - 2)^2 = -6(6 + 4 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

$$d = -x^2 - 2 + 2x = -(\sqrt{6} - 2)^2 - 2 + 2\sqrt{6} - 4 = -10 + 4\sqrt{6} - 2 - 4 + 2\sqrt{6} =$$

$$= -18 + 6\sqrt{6}$$

$$36 - 12\sqrt{6} \rightarrow$$



$$BM = MC$$

$$\frac{CX}{XB} = \frac{AC}{AB}$$

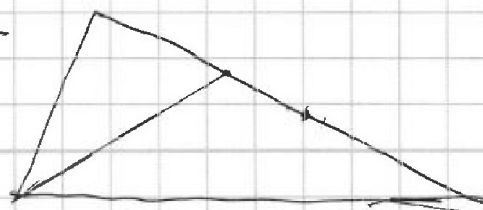
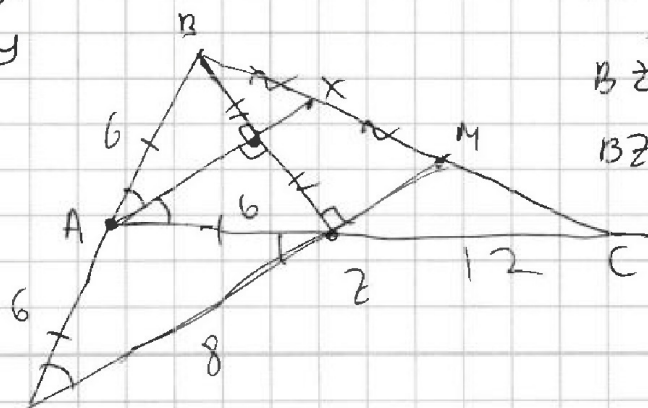
$$\frac{CM}{MX} = \frac{2}{1} \Rightarrow MX = \frac{MC}{2} = \frac{BC}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CX = \frac{BC}{2} + \frac{BC}{4} = \frac{3}{4} BC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BX = \frac{1}{4} BC \Rightarrow AB = 6$$

$$BZ^2 = 12^2 - 8^2 = 144 - 64 = 80$$

$$BZ = 4\sqrt{5}$$

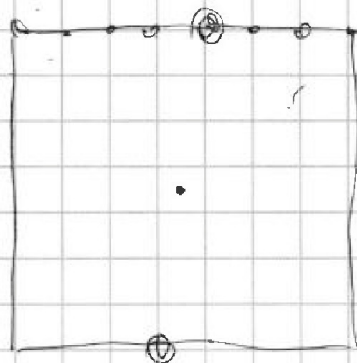


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$8 \cdot 8 = 64$$

$$12 + 24 = 36$$

$$0, 90, 180, 270$$

$$p = 4 + 8 \cdot 4$$

$$(4 - 4 \cdot 2)^2 = 16$$

$$-6 \cdot 4 = -24$$

$$32$$

$$\frac{(64 - 32)}{4} + \frac{32}{2}$$

$$x^2 + 4x + 4$$

$$x = -2$$

$$x(x+4) = t$$

$$a + d = 12(1-x)$$

$$8 = t(t+2)$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$a + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$8 - 2t = t^2$$

$$a + d = -6x^2$$

$$4d = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$6d = -6x^2 - 12 + 12x$$

$$D = 2^2 + 8 \cdot 4 = 36$$

$$d = -x^2 - 2 + 2x$$

$$\sqrt{D} = 6$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{D}}{2} = 2$$

$$\frac{-2 - \sqrt{D}}{2} = -4$$

$$t = 2, t = -4$$

$$8 \geq x(8 + 2x)$$

$$8 - 2(x+4)x = (x(x+4))^2$$

$$4 \geq x(4 + x)$$

$$8 = x(x+4)(x^2 + 4x + 2)$$

$$x^2 + 4x = 2$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$-4x^2 - 8 + 8x = -x^4 - 8x^3 - 22x^2$$

$$D = 16 + 2 \cdot 4 = 24$$

$$-8 + 8x = -x^4 - 8x^3 - 18x^2$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = 2\sqrt{6} - 2$$

$$x = \frac{-4 - \sqrt{24}}{2} = -\sqrt{6} - 2$$

$$8x - 8 = x^4 + 8x^3 + 18x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2x \leq 6 - \frac{48}{5}$$

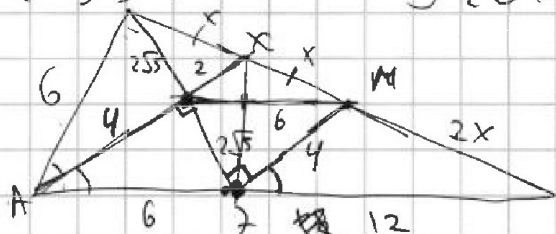
$$x \leq 3 - \frac{24}{5} \Rightarrow x \leq$$

$$\frac{2(5+5y)}{7} = \frac{5+5y}{2}$$

$$\sqrt{20+4} = 2\sqrt{6}$$

$$x \times 2$$

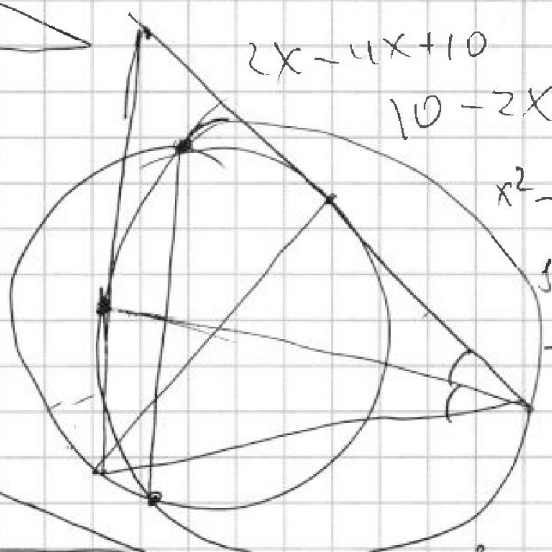
$$x > 2,5$$



$$20 \quad 2x + \frac{48}{5} \leq 6$$

$$2y \leq \frac{9}{2}y + 13 \quad 1x^2 \leq 20x + 25$$

$$132 - \frac{5}{2}y \quad y \geq -\frac{26}{5}$$



$$x^2 - 10x + 25$$

$$5 - x^2 + 17x + 25$$

$$-x^2 + 10x - 16$$

$$25 - 10x + x^2 + h^2 = 9$$

$$h^2 = -16 + 10x - x^2$$

$$h^2 = x^2 - 4x^2 + 20x - 25$$

$$3x + 4 \geq 24$$

$$3x \geq -\frac{52}{3} + 4$$

$$x \geq$$

$$-\frac{48}{5} + \frac{48}{5}$$

$$-\frac{113}{5} + \frac{82}{5}$$

$$3x + 4 \geq -\frac{32}{5}$$

$$3x \geq -\frac{52+20}{5} = -\frac{32}{5}$$

$$-3x^2 + 20x - 25 = -x^2 + 10x - 16 / +2x$$

$$20x - 25 = 2x^2 + 10x - 16$$

$$20x = 2x^2 - 10x + 9$$

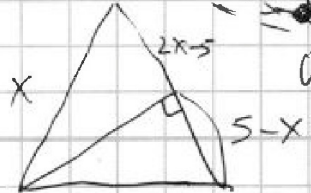
$$2x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 72}}{4} = \frac{10 \pm \sqrt{28}}{4}$$

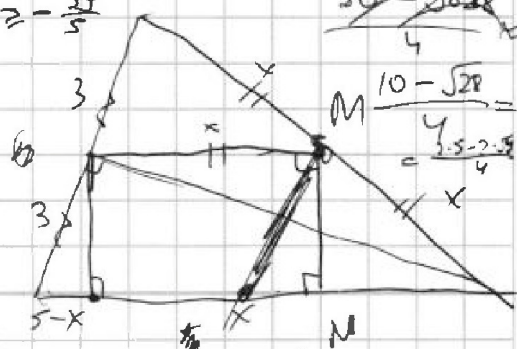
$$\frac{5}{2}y + 13 > 0$$

$$\frac{5}{2}y > -13$$

$$y > -\frac{26}{5}$$



$$3x + 4 \leq \frac{9}{2}y + 4 + 4$$



$$\frac{10 - \sqrt{28}}{4} =$$

$$\frac{5 - 2 - \sqrt{28}}{4} =$$

$$\frac{5 - \sqrt{28}}{4}$$



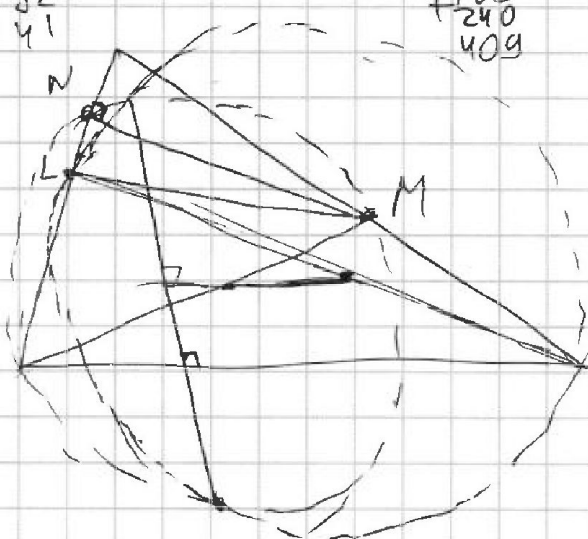
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

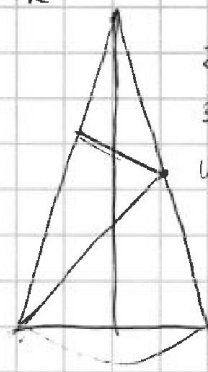
$$B = mn(m-2n-2) \times 68$$
$$\begin{array}{r} 169 \\ + 292 \\ \hline 441 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 169 \\ + 240 \\ \hline 409 \end{array}$$



$$m-2n=t$$
$$mn=k$$

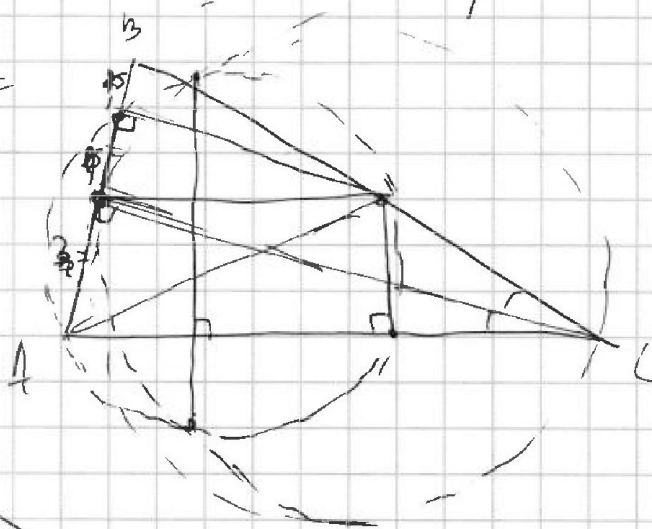
$$2) t(t+13)=15q^2$$

- 1) $t=1$ $t+13=13q^2$ $\ominus$
- 2) $t=3$ $t+13=5q^2$ $\ominus$
- 3) $t=5$ $t+13=3q^2$ $\ominus$
- 4) $t=9$ $t+13=15q$
 $t=2$ $\ominus$
- 5) $t=3q$ $t+13=5q$
- 6) $t=q^2$ $t+13=15$

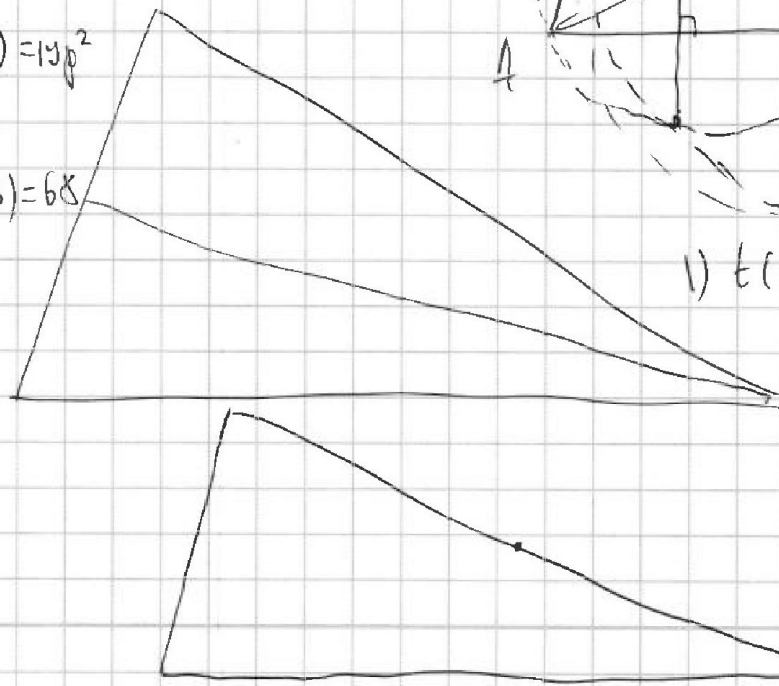


$$t(t+13)=15p^2$$
$$k(t-2)=15q^2$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13(m-2n) =$$
$$= (m-2n)^2 + 13(m-2n) =$$
$$= (m-2n)(m-2n+13)$$



$$t(t+13)=15p^2$$
$$p=2$$
$$t(t+13)=68$$
$$t=4$$



$$1) t(t+13)=15p^2$$

- 1) $t=1$ $t+13=13p^2$ $\ominus$
- 2) $t=p$ $t+13=15p$ $\ominus$
- 3) $t=13$ $t+13=p^2$ $\ominus$
- 4) $t=p^2$ $t+13=15$
 $t=2$ $\ominus$