



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

у1

$$\begin{aligned} a_5 &= 6x+18 \\ a_7 &= (x^2-4x)^2 \\ a_{11} &= (-3x^2)^2 \end{aligned} \quad x^{-1} \quad \begin{cases} a_7 - a_5 = 2d \\ a_{11} - a_7 = 4d \end{cases}$$

4-шаг
Арифметическая
прогрессия

$$\begin{cases} x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 = 2d \quad | \cdot 2 \\ -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = 4d \end{cases}$$

$$1. \quad 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36 = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

Уз делителей
свободного члена
находим $x=2$

$$\begin{array}{r} 2. \quad x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \quad | \quad x-2 \\ \underline{-x^4 + 2x^3} \\ -6x^3 + 17x^2 \\ \underline{-6x^3 + 12x^2} \\ 5x^2 - 4x \\ \underline{-5x^2 + 10x} \\ 6x - 12 \\ \underline{-6x + 12} \\ 0 \end{array}$$

$$3. \quad x^3 - 6x^2 + 5x + 6 = 0$$

Уз делителей свободного
члена находим $x=2$

$$\begin{array}{r} x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \quad | \quad x-2 \\ \underline{-x^3 + 2x^2} \\ -4x^2 + 5x \\ \underline{-4x^2 + 8x} \\ -3x + 6 \\ \underline{-3x + 6} \\ 0 \end{array}$$

$$4. \quad x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 16 + 4 \cdot 3 = 28 = (2\sqrt{7})^2 \\ x_{1,2} &= \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 2 \pm \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\cancel{3x^4 - 24x^3} + 5x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = (x-2)(x-2)(x-2-\sqrt{7}) \cdot (x-2+\sqrt{7})$$

Ответ: $2; 2+\sqrt{7}; 2-\sqrt{7}.$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

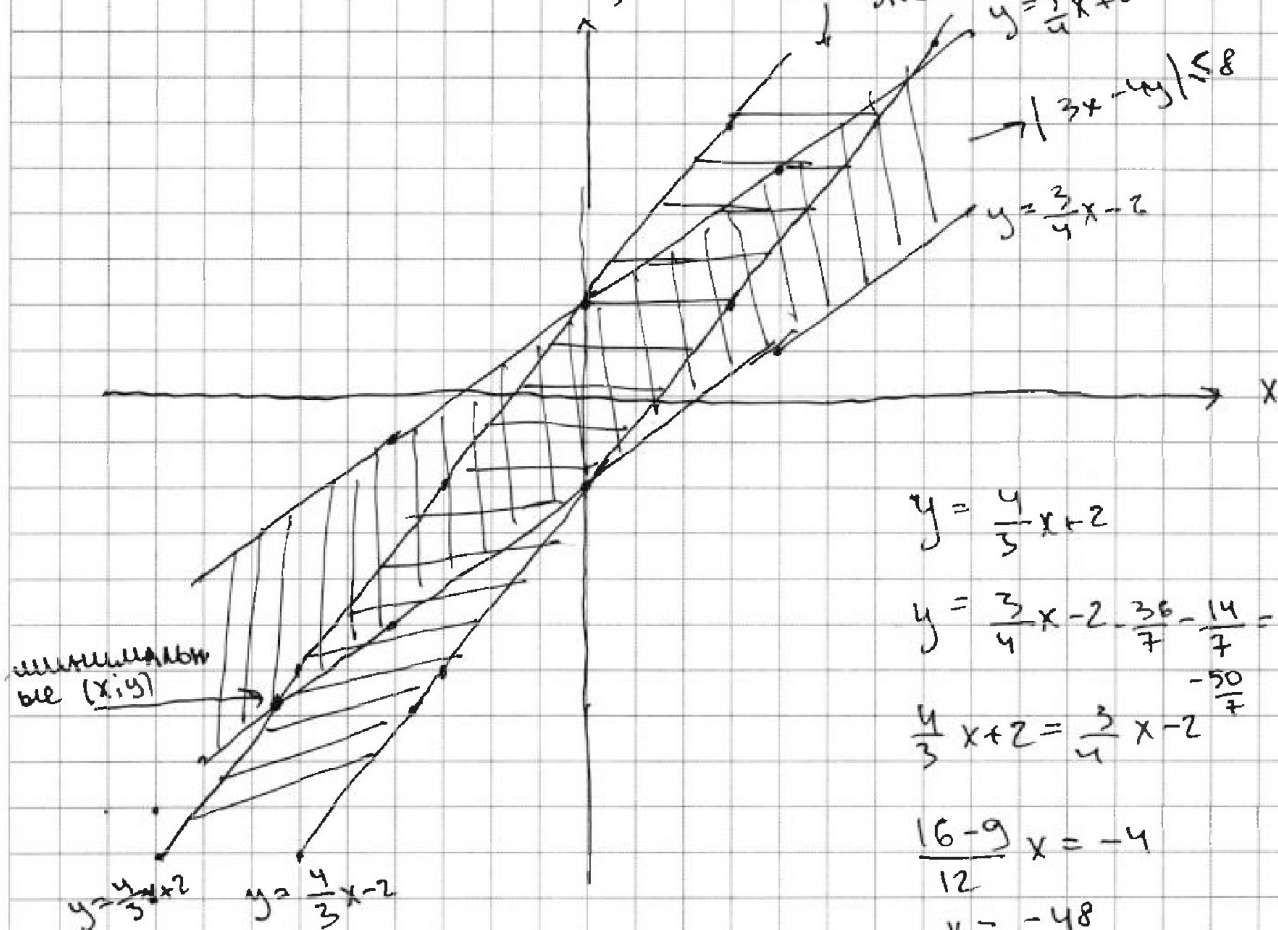
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

wz $\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-3y \leq 6 \\ 4x-3y \geq -6 \\ 3x-4y \leq 8 \\ 3x-4y \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{4x-6}{3} \\ y \leq \frac{4x+6}{3} \\ y \geq \frac{3x-8}{4} \\ y \leq \frac{3x+8}{4} \end{cases}$

min $(14x+7y) = ?$

Построим
графики
функций

1. $y = \frac{4x}{3} - 2$ 2. $y = \frac{4x}{3} + 2$ 3. $y = \frac{3}{4}x - 2$ $y = \frac{3}{4}x + 2$



минимальные (x, y)

$$14 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) + 7 \cdot \left(-\frac{50}{7}\right) = -96 - 50 =$$

$$= -146$$

Ответ: -146

$$y = \frac{4}{3}x + 2$$

$$y = \frac{3}{4}x - 2 \quad \frac{36}{7} - \frac{14}{7} =$$

$$\frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2 \quad -\frac{50}{7}$$

$$\frac{16-9}{12}x = -4$$

$$x = \frac{-48}{7}$$

$$y = -\frac{50}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \begin{aligned} A &= 3q^2 \\ B &= 13p^2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (m-n)(m-n+9) &= 3q^2 \\ (m-n+3)mn &= 13q^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } m-n &= 3 \\ 3(12) &= 3q^2 \\ q^2 &= 12 \quad X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } m-n &= q^2 \\ q^2(q^2+9) &= 3q^2 \\ q^2+9 &= 3 \quad X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } m-n &= 3q \\ 3q(3q+9) &= 3q^2 \\ 2q &= -9 \quad X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } m-n &= 3q^2 \\ 3q^2(3q^2+9) &= 3q^2 \\ 3q^2+9 &= 1 \quad X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } m-n &= q \\ q(q+9) &= 3q^2 \\ q+9 &= 3q \\ 2q &= 9 \quad q=4.5 \quad X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } m-n &= 1 \\ 1 \cdot 10 &= 3q^2 \quad X \end{aligned}$$

Рассмотрев все варианты мы увидели, что m и n удовлетворяющие условиям только один

Ответ: $m=7, n=3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

w3

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn$$

$$A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

$$1. \begin{cases} A = 13p^2 \\ B = 3q^2 \end{cases} \quad \underbrace{(m-n)(m-n+9)}_{\substack{\text{не имеет} \\ \text{делителей кроме} \\ 13; p; p; 1}} = 13p^2 \quad p, q \in \text{простые}$$

Пусть $m-n=13$,
тогда $13 \cdot 13 = 13p^2$
 $p^2=21 \rightarrow$ не суз.

Пусть $m-n=p^2$
 $p^2 \cdot (p^2+9) = 13p^2$
 $p^2+9=13$
 $p=2$

суз.

Пусть $m-n=p$
 $p(p+9) = 13p^2$
 $12p=9$
 $p = \frac{3}{4} \times$

Пусть $m-n=1$
 $13p^2=10 \times$

$$m = n + 4$$

$$n^2 + 4n = 21$$

$$n^2 + 4n - 21 = 0$$

$$D = 16 + 84 = 100$$

$$n = \frac{-4 \pm 10}{2} = 3; -7 \text{ (не год.)}$$

$$m = 7 \quad n = 3$$

Пусть $m-n=13p$
 $13p(13p+9) = 13p^2$
 $p = 13p+9$
 $p = \frac{-9}{13} \times$

Пусть $m-n=13p^2$
 $13p^2(13p^2+9) = 13p^2$
 $13p^2+9=1 \quad \emptyset$

Вернемся к $m-n=p^2$
тогда $3q^2 = mn = 7$

$$q^2 : 7 \Rightarrow q^2$$

$$3 \cdot 7 \cdot 7 = mn = 7$$

$$mn = 21$$

$$\left. \begin{matrix} mn=21 \\ m-n=4 \end{matrix} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \angle BAC = \sin 2\angle BYM = 2\sin \angle BYM \cdot \cos \angle BYM =$$
$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$\cos 2\angle BYM = \cos^2 \angle BYM - \sin^2 \angle BYM = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$
$$\cos 2\angle BYM = \cos \angle BAC$$

По теореме косинусов

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$BC^2 = 36 + 144 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 180 + \frac{144}{9} =$$

$$180 + 16 = 196 = BC^2$$

$$BC = 14$$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

шч

Дано:

ABC - треугол.

AX - биссектриса

(.) M - середина BC

MY || AX

Y в BA (продолж.)

Z = AC ∩ MY

AC = 12

AZ = 3

YZ = 4

Найти: BC - ?

Решение:

Проведем YC

$\triangle AXB \sim \triangle YMB$

по 2-ым углам

$\angle XAC = \angle BAX$ (биссек.)

$\angle XAC = \angle AZY$ (как накрест. леж.)

$\angle AZY = \angle MZC$ (как верш.)

$\angle BYC = \angle BAX$ (п.к. пар.)

$\angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ$ - равнобедренный

$AZ = AY = 3$

$ZC = AC - AZ = 9$

Пусть $MC = x$

$\triangle MZC \sim \triangle AXC$ по 2-ым углам

$$k = \frac{AC}{ZC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$XC = \frac{4}{3}x \quad XM = \frac{4}{3}x - x = \frac{1}{3}x, \text{ а } BX = \frac{BC}{2} - XM =$$

$$\triangle BYM \sim \triangle BAX \text{ (по 2-ым углам)} = x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$$

~~$$k = \frac{BY}{BX} = \frac{x}{\frac{2}{3}x} = \frac{3}{2}$$~~

$$\frac{BY}{BA} = \frac{BM}{BX} = \frac{x}{\frac{1}{3}x} = \frac{3}{1} \quad \frac{BA+3}{BA} = \frac{3}{1}$$

$$BA = BA + 3$$

$$BA = 6$$

$$\cos \angle AYZ = \frac{AZ^2 + AY^2 - ZY^2}{2 \cdot AZ \cdot AY} = \frac{3^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$$\sin \angle AYZ = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos \angle AYZ = \frac{AZ^2 + AY^2 - ZY^2}{2 \cdot AZ \cdot AY} = \frac{9 + 9 - 16}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = -3$$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{5-x} - 3$$

$$x+6 = 9 + 5 - x - 6\sqrt{5-x}$$

$$2x - 8 = -6\sqrt{5-x}$$

$$4x^2 - 32x + 64 = 36x + 180$$

$$4x^2 + 4x - 116 = 0$$

$$x^2 + x - 29 = 0$$

$$D = 1 + 116 = 117 = 9 \cdot 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{-1 - 3\sqrt{13}}{2} < 0 \text{ — не подходит}$$

$$\frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2} \wedge 5 \rightarrow 1$$

$$\checkmark \text{ подходит } 3\sqrt{13} \wedge \sqrt{121} \\ 117 < 121$$

$$x = \frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2} \quad y = \frac{-1 + 3\sqrt{2}}{2} \quad x = \frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2} \quad y = \frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{-1 + 3\sqrt{2}}{2}; \frac{-1 + 3\sqrt{2}}{2} \right), \left(\frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + 3\sqrt{13}}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

0.2.3.
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y \end{cases}$$

$$4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \quad | \cdot (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})$$

$$4(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{4}}+y^{\frac{1}{4}}) + (x-y)(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{4}}+y^{\frac{1}{4}}) + 5(x-y) = 0$$

$$(x-y) \left(4(x+y)(x^2+y^2)(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{4}}+y^{\frac{1}{4}}) + (x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{4}}+y^{\frac{1}{4}}) + 5 \right) = 0$$

всегда > 0 макс $\Rightarrow$
 макс $x \geq 0$ $y \geq 0$

$$\Rightarrow x - y = 0 \quad x = y$$

$$5 + \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x-x^2} = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

Введем замену $\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = t$, тогда

$$t^2 = x+6 + 5-x - 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$2\sqrt{(x+6)(5-x)} = 11 - t^2$$

$$t + 5 = 11 - t^2$$

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 5^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = -3; 2$$

$$\frac{-1-3\sqrt{2}}{2} - \text{не подходит } < 0$$

$$\frac{-1+3\sqrt{2}}{2} \wedge 5 \quad 18 < 11^2$$

$$-1+3\sqrt{2} \wedge 10 \quad \frac{-1+3\sqrt{2}}{2} - \text{подходит}$$

$$\begin{cases} t = -3 & \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$(\sqrt{x+6})^2 = (2 + \sqrt{5-x})^2$$

$$x+6 = 4 + 2\sqrt{5-x} + 5-x$$

$$(2x-3)^2 = (4\sqrt{5-x})^2$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 80 - 16x$$

$$4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$D = 16 + 16 \cdot 71 = 16 \cdot 72 = 4 \cdot 6 \cdot 2$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 24\sqrt{2}}{8} = \frac{-1 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 6x + 18$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = -3x^2$$

$$-3(4 \pm 4\sqrt{7} + 7)$$

$$-12 \mp 12\sqrt{7} - 21$$

$$-33 \mp 12\sqrt{7}$$

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$4x \geq 3y$$

$$3x \geq 4y$$

$$y = \frac{4x}{3}$$

$$y = \frac{3x}{4}$$

$$4x + 7y \text{ min}$$

$$2 \pm \sqrt{7}$$

$$12 \pm 6\sqrt{7} + 18 = 30 \pm 6\sqrt{7}$$

$$4 \pm 4\sqrt{7} + 7 - 4(2 \pm \sqrt{7}) =$$

$$= 4 \pm 4\sqrt{7} + 7 - 8 \mp 4\sqrt{7}$$

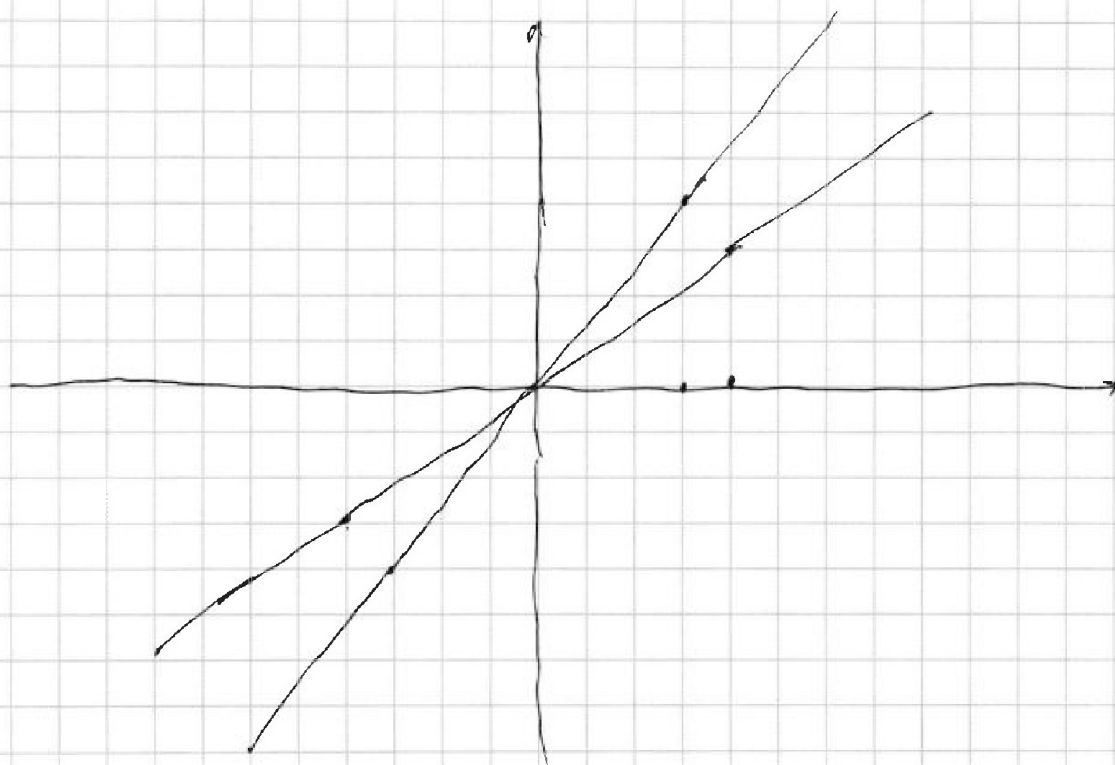
$$3^2 = 9$$

$$9 - (30 \pm 6\sqrt{7}) =$$

$$= -21 \mp 6\sqrt{7}$$

$$-10.5 \mp 3\sqrt{7}$$

$$-42 \mp 12\sqrt{7}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

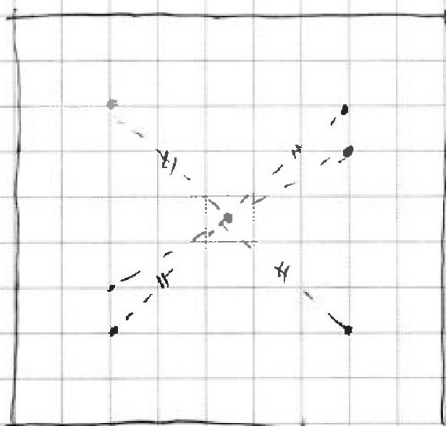
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

шб



Всего в квадрате 9×9
100 точек.

Выбрать две
можно C_{100}^2 спо-
собами.

Можно заметить,
что ~~каждый~~ выбор
две точки и сделав
четыре оборота
мы возвращаемся
в исходное положе-
ние.

Иногда мы возвращаемся в исходное
положение уже через два оборота. Это
происходит тогда, когда повернув точки
и получив две новые точки, мы получим
квадрат, если соединим все четыре точки.
Причем пересечение диагоналей у него нахо-
дится в центре исходного квадрата. А
значит точки лежат симметрично отно-
сительно центра. ~~способов~~ Во всех остал-
ных случаях у нас получается 4 разно-
шения, а не 2.

Способов выбрать точки симметрично
относительно центра = $\frac{100}{2} \rightarrow$ так
как выбрав точку мы автоматически
выбрали вторую.

Всего вариантов: $\frac{C_{100}^2 - 50}{4} + \frac{50}{2} = \frac{100 \cdot 99 - 100}{2} + \frac{100}{2}$

$$= \frac{50 \cdot 99 - 50}{4} + 25 = \frac{50 \cdot 98}{4} + 25 = 25 \cdot 49 + 25 = 25 \cdot 50 = 1250$$

Ответ: 1250

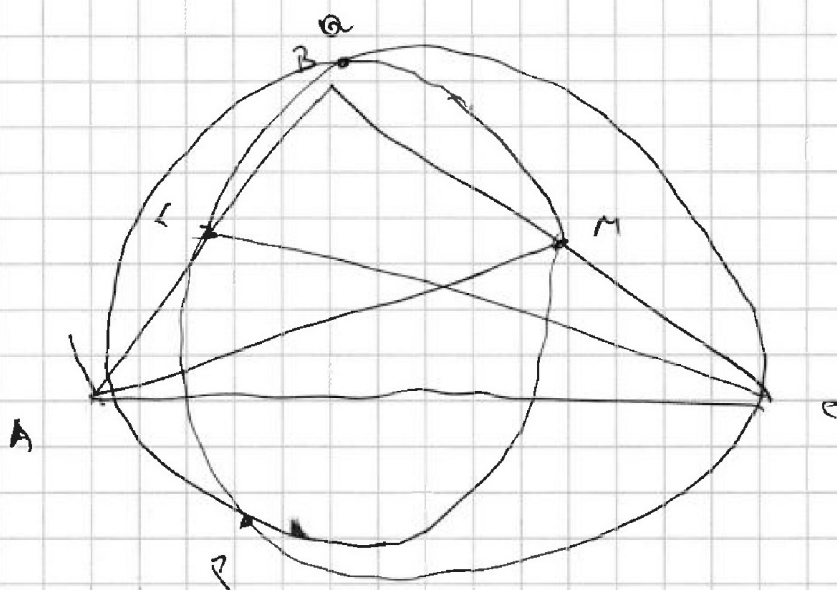
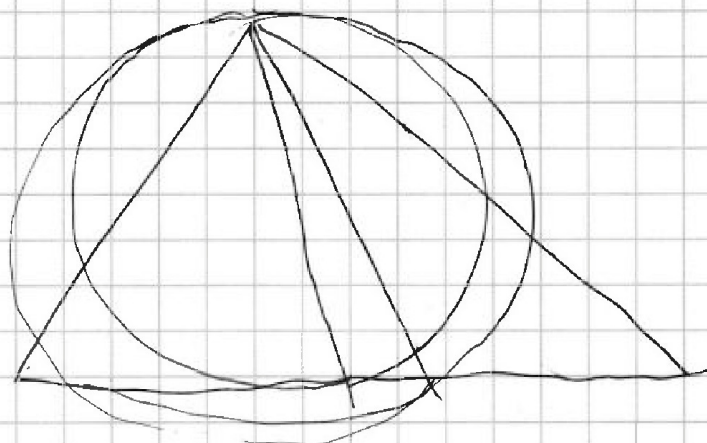


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ \sqrt[4]{x^4+x} - \sqrt[4]{5^4y} = \sqrt[4]{4y^4} - \sqrt[4]{5^4x} + y \end{cases}$$

$$4x^4 - 4y^4 + 5\sqrt[4]{x} - 5\sqrt[4]{y} + x - y = 0$$

$$4(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$$

$$4(x-y)(x+y)(x^2+y^2) + 5$$

$$(x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})$$

$$4(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) + 5(x-y)$$

$$+ (x-y)(x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})$$

$$(x-y) \left(4(x+y)(x^2+y^2)(x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) + 5 + (x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) \right) = 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$t = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x}$$

$$t^2 = x+6 + 5-x - 2\sqrt{30-x-x^2} =$$

$$-11 - t^2$$

$$11 - t^2$$

$$t + 5 = 11 - t^2$$

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 5^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = t_1 = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m(m-n+3) = 134^2$$

$$(m-n)(m-n+9) = 34^2$$

$$q+9 = 34$$

$$q = 4,5$$

$$\cos(\pi - \angle) = -\cos \angle$$

$$\frac{\sqrt{45}}{3} = \frac{9}{\sin \angle}$$

$$\sin \angle = \frac{9}{3\sqrt{45}} = \frac{3}{\sqrt{45}}$$

$$\frac{2}{3}x : \frac{1}{3}x$$

$$\sin 2\angle = 2 \sin \angle \cdot \cos \angle = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$\cos^2 \angle - \sin^2 \angle$$

$$\frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$9 = 9 + 16 - 2 \cdot 12 \cdot \cos \angle$$

$$\cos \angle = \frac{-16}{-24} = \frac{2}{3}$$

$$\sin \angle = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$x^2 = 16 + 81 + 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \frac{2}{3}$$

$$97 + 48 = 145$$

$$\cos$$

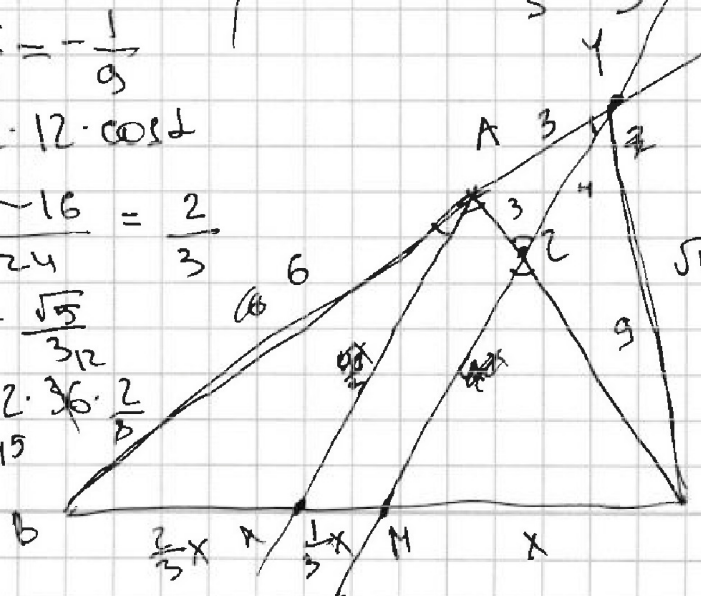
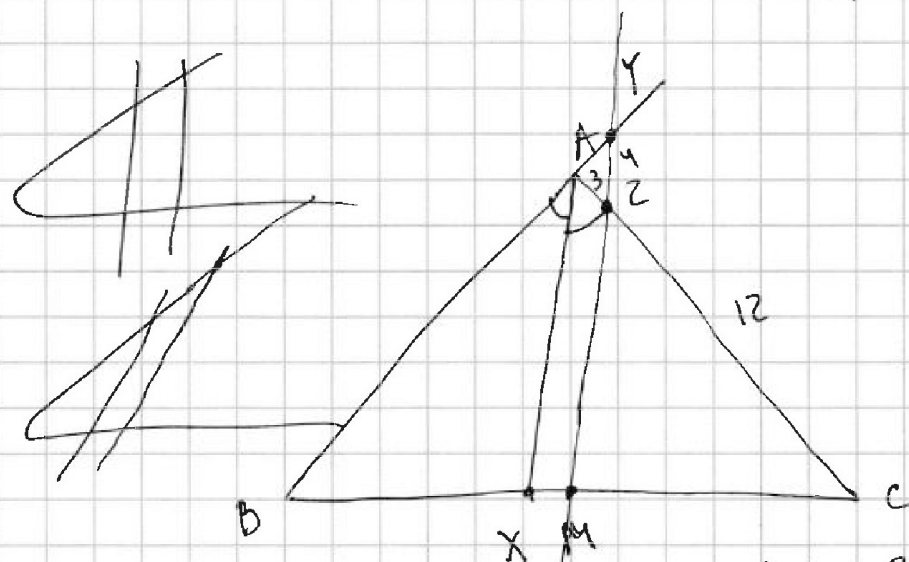
$$\frac{17}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{45}$$

$$56 + 81 + 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \frac{1}{9}$$

$$117 + 12 = 139$$

$$x : \frac{3}{2}x = \frac{2}{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 6x + 18$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = x^2(x-4)^2 = x^2(x^2 - 8x + 16)$$

$$a_{11} = (-3x^2) = -3x^2$$

$$a_7 - a_5 = 2d$$

$$a_{11} - a_7 = 4d$$

$$\begin{cases} x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 = 2d \\ -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2 = 4d \end{cases} \quad | \cdot 2$$

$$2x^4 - 16x^3 + 32x^2$$

$$\begin{cases} -3x^2 - x^2(x-4)^2 = 4d \\ x^2(x-4)^2 - (6x+18) = 2d \end{cases} \quad | \cdot 2$$

$$-3x^2 - x^2(x-4)^2 = 2x^2(x-4)^2 - 2(6x+18)$$

$$3x^2(x-4)^2 + 3x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$3x^2(x^2 - 8x + 16) + 3x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$3x^4 - 24x^3 + 48x^2 + 3x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \neq 0 \quad | \cdot x - 2$$

$$x^4 - 2x^3$$

$$-6x^3 + 17x^2$$

$$-6x^3 + 12x^2$$

$$-5x^2 - 4x$$

$$5x^2 - 10x$$

$$6x - 12$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$D = 16 + 12 = 28$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

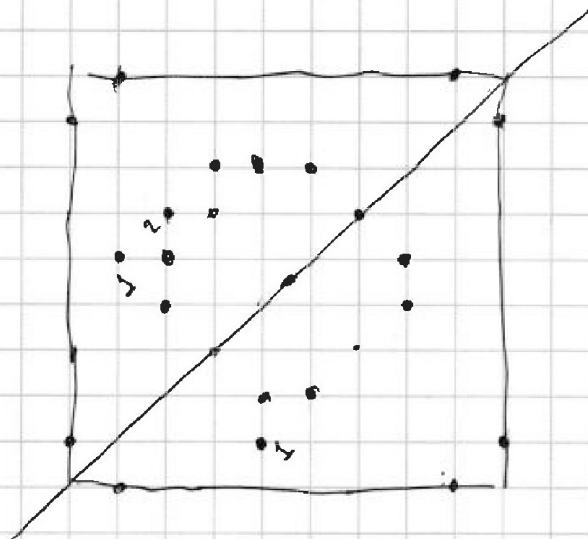


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Если
Поверим и
получим квадрат,
то : 2, если нет
то : 4

C_{100}^2

$$\frac{100}{2} = 50$$

$$\frac{100 \cdot 99}{2} = \frac{50 \cdot 99}{1}$$

$$\begin{aligned} 50 \cdot 99 &= 50 \\ \frac{50 \cdot 99}{4} &= \frac{50}{2} \\ 25 \cdot 49 &+ 25 \\ 25 \cdot 50 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = -3$$

$$\begin{array}{r} 72 \mid 2 \\ 36 \mid 2 \\ 18 \mid 2 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \end{array}$$

$$[-6; 5]$$

$$x+6 = 4 + 5-x + 2\sqrt{5-x}$$

$$2x-3 = 4\sqrt{5-x}$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 80 - 16x$$

$$4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$D = 16 + 16 \cdot 71 = 16(1+71) = 16 \cdot 72 = 4 \cdot 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 24\sqrt{2}}{8} = \frac{-1 \pm 6\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{-1 + 6\sqrt{2}}{2} = -0.5 + 3\sqrt{2} \approx 5.5 + 3\sqrt{2}$$

$$\rightarrow -1 + 6\sqrt{2} \quad 10$$

$$x+6 = 9 + 5-x - 6\sqrt{5-x}$$

$$2x-8 = -6\sqrt{5-x}$$

$$780 + 36x = 4x^2 - 32x + 64$$

$$4x^2 + 4x - 116 = 0$$

$$x^2 + x - 29 = 0$$

$$D = 1 + 116 = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

5

$$-1 + 3\sqrt{13} < 10$$

$$+ 3\sqrt{13} < -11$$

$$6\sqrt{2} < 11$$

$$-1 - 6\sqrt{2} > -12$$

$$-6\sqrt{2} > -11$$

$$\frac{11}{2} + 3\sqrt{2} + \frac{11}{2} - 3\sqrt{2}$$

$$-2\sqrt{\frac{121}{4} - 18}$$

$$11 - 2\sqrt{\dots}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{4}{3}x - 2 \\ y &= \frac{4}{3}x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{3}{4}x - 2 \\ y &= \frac{3}{4}x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \geq -6 \end{cases} \begin{cases} y \geq \frac{4x-6}{3} \\ y \leq \frac{4x+6}{3} \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3x - 4y \leq 8 \\ 3x - 4y \geq -8 \end{cases} \begin{cases} y \leq \frac{3x-8}{4} \\ y \geq \frac{3x+8}{4} \end{cases}$$

$$y = \frac{4}{3}x + 2$$

$$y = \frac{3}{4}x - 2$$

$$\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right)x = 4$$

$$\frac{16-9}{12}x = 4$$

$$\frac{7}{12}x = 4$$
$$x = \frac{48}{7}$$

$$y =$$

$$\frac{3}{4}x - 2 = \frac{4}{3}x + 2$$

$$-\frac{12 \cdot 3}{7} - 2 = \frac{50}{7}$$

$$\frac{36}{7} - \frac{14}{7} = \frac{22}{7}$$

$$\frac{16 \cdot 4}{7} + \frac{14}{7}$$

$$7 \cdot 2 \left(\frac{-48}{7}\right) + 7 \left(\frac{-50}{7}\right)$$

$$-96 - 50 = -146$$

$$\left(-\frac{48}{7}, -\frac{50}{7}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = 13p^2$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = 3q^2$$

$$(m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9) = A = 13p^2$$

$$mn(m-n+3) = 3q^2$$

$$mn(m-n+3) = 3 \cdot 9 \cdot 9$$

$$(m-n)(m-n+9) = 52$$

$$(m-n)(m-n+9) = 13p \cdot p$$

$$m-n = p^2$$

$$p^2 + 9 = 13$$

$$p = 2$$

$$mn = 3$$

$$1. m = 1$$

$$2. m = 3$$

$$1. 3 \cdot 5$$

$$2. 3 \cdot 1 = 3$$

$$n = 3 \rightarrow n = 1$$

$$13p + 9 = p$$

$$12p + 9 = 0$$

$$p + 9 = 13p$$

$$p + 9 = 13p$$

$$12p = 9$$

$$p = \frac{3}{4}$$

$$mn = 4$$

$$m-n+3 = 3q$$

$$m-n = 3q-3$$

$$(3q-3)(3q-3+9) = (3q-3)(3q+6)$$

$$\begin{cases} m-n = 4 \\ mn = 21 \\ m-n+9 = 13 \end{cases}$$

$$m = 4+n$$

$$n^2 + 4n = 21$$

$$n^2 + 4n - 21 = 0$$

$$D = 16 + 84 = 100$$

$$n = \frac{-4 \pm 10}{2} = 3 \quad m = 7$$

$$8mn \cdot 7 = 3q^2$$

$$mn = 3q \quad q = 7$$

$$nm = 21$$